Логические законы

Иванова Юлия

В алгебре логики имеется ряд законов, позволяющих производить равносильные преобразования логических выражений.

Приведем соотношения, отражающие эти законы.

Закон тождества

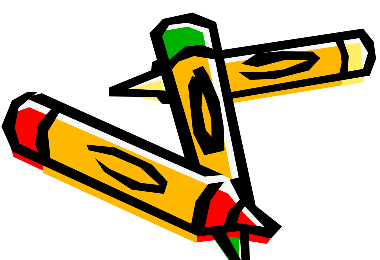
$$A = A$$

Всякое высказывание тождественно самому себе.

Закон двойного отрицания

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание.



Операции с константами

- Логическое сложение

$$A \vee 1 = 1;\ A \vee 0 = A$$

- Логическое умножение

$$A \cdot 1 = A;\ A \cdot 0 = 0$$

Закон повторения

- Логическое сложение

$$A \vee A = A$$

- Логическое умножение

$$A \cdot A = A$$

Закон непротиворечия

$$A \cdot \overline{A} = 0$$

Результат логического произведения высказывания и его отрицания ложно.

Закон исключенного третьего

$$A \vee \overline{A} = 1$$

Результат логического сложения высказывания и его отрицания всегда принимает значение «истинна».

Закон де Моргана

- Для логического сложения

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

- Для логического умножения

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Закон коммутативности

- Логическое сложение

$$A \vee B = B \vee A$$

- Логическое умножение

$$A \cdot B = B \cdot A$$

Закон ассоциативности

- Логическое сложение

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

- Логическое умножение

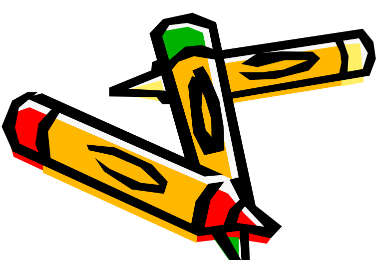
$$(A \cdot B) \cdot C = A \vee (B \cdot C)$$

Закон дистрибутивности

- Дистрибутивность умножения относительно сложения

$$(A \cdot B) \vee (A \cdot C) = A \cdot (B \vee C)$$

- Дистрибутивность сложения относительно умножения



$$(A \vee B) \cdot (A \vee C) = A \vee (B \cdot C)$$

Закон поглощения

- Логическое сложение

$$A \vee (A \cdot B) = A$$

- Логическое умножение

$$A \cdot (A \vee B) = A$$

Закон склеивания

- Логическое сложение

$$(A \cdot B) \vee (\overline{A} \cdot B) = B$$

- Логическое умножение

$$(A \vee B) \cdot (\overline{A} \vee B) = B$$

Пример

Упростить логическое выражение:

$$(A \cdot B) \vee (A \cdot \overline{B})$$

- *воспользуемся законом дистрибутивности и вынесем за скобки A:*

$$(A \cdot B) \vee (A \cdot \overline{B}) = A \cdot (B \vee \overline{B})$$

- *по закону исключенного третьего* $B \vee \overline{B} = 1$

следовательно:

$$A \cdot (B \vee \overline{B}) = A \cdot 1 = A$$