

# Объем конуса цилиндра

Открытый банк заданий по математике <http://mathege.ru:8080/or/ege/Main.action>

Найдите объем  $V$  конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .

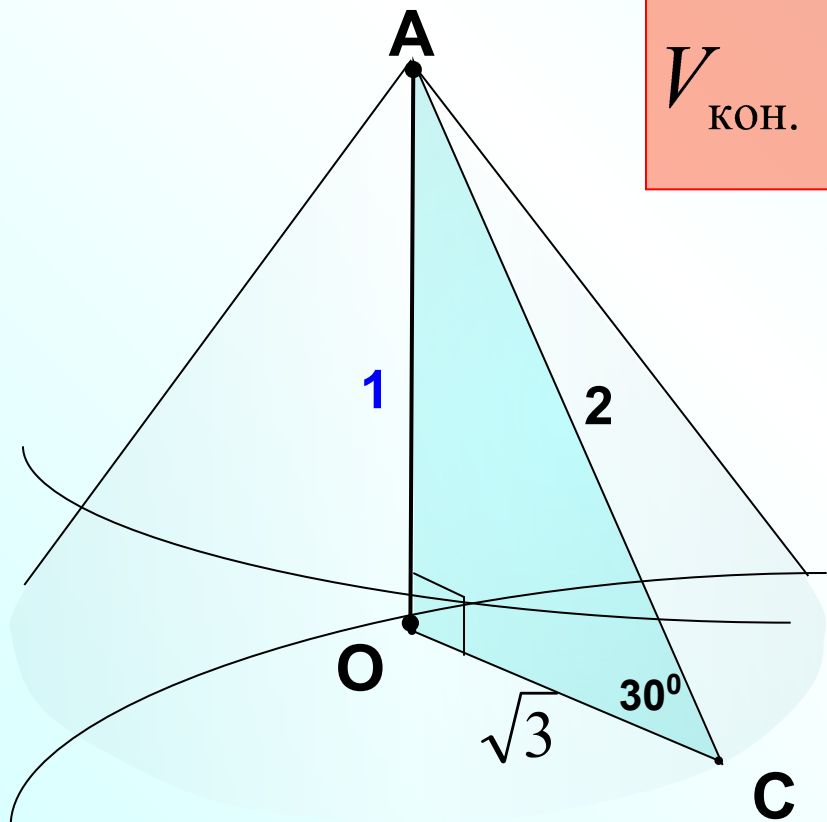
$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$

из  $\Delta AOC$

$$\cos 30^\circ = \frac{OC}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OC}{2}$$

$$OC = \sqrt{3}$$



$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi (\sqrt{3})^2 = 3\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 3\pi \cdot 1 = \pi$$

Просят найти

$$\frac{V}{\pi} :$$

$$\frac{\pi}{\pi} = 1$$

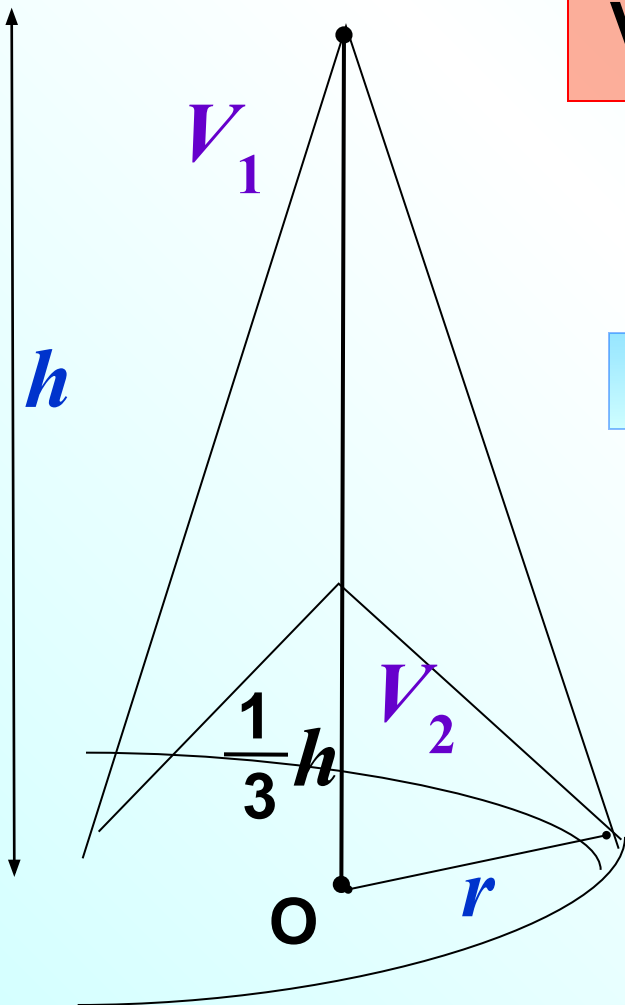
В 9

1

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?

$$V = \frac{1}{3} S_{\circ} H$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} S_{\circ} h}{\frac{1}{3} S_{\circ} \frac{1}{3} h} = \frac{3}{1}$$



Найдем отношение объемов

В 9

3

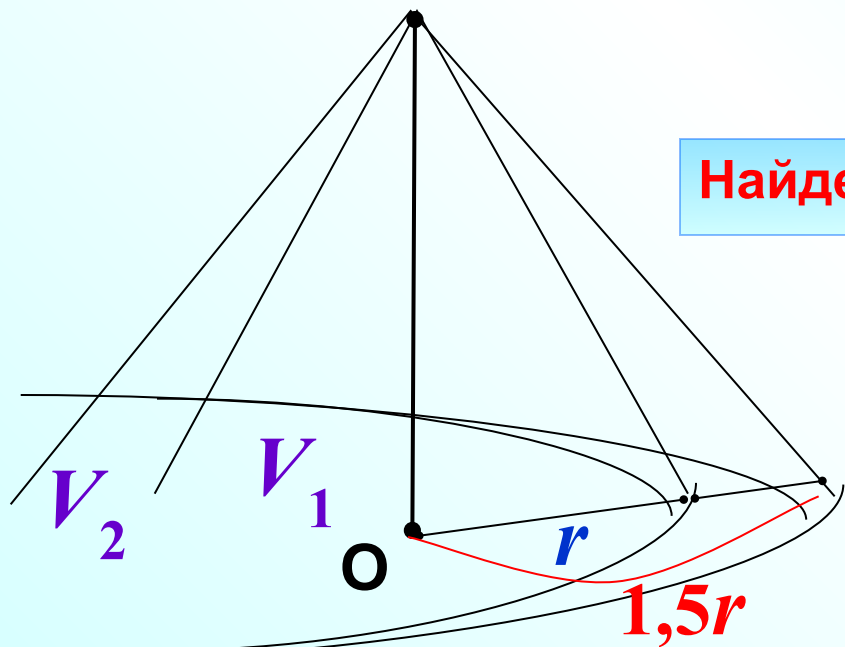
Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?

$$V = \frac{1}{3} S_0 H$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} S_1 h}{\frac{1}{3} S_2 h} = \frac{\pi r^2}{\pi (1,5r)^2}$$

Найдем отношение объемов

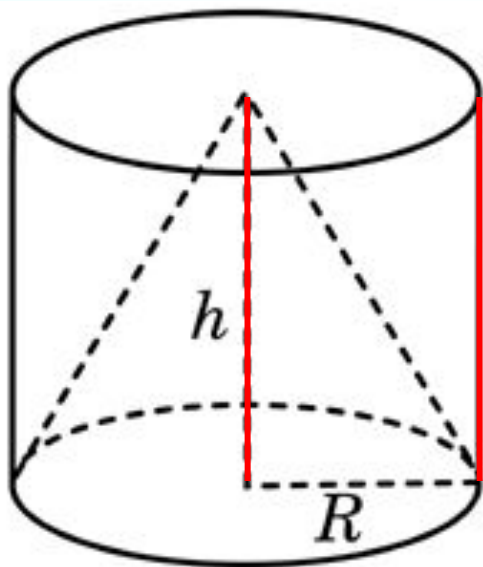
$$= \frac{r^2}{2,25r^2} = \frac{1}{2,25}$$



В 9

2, 25

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту.  
Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 150.



$$V_{\text{ц.}} = S_{\text{o}} h$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_{\text{o}} h$$

$$\frac{V_{\text{к.}}}{V_{\text{ц.}}} = \frac{\frac{1}{3} \cancel{S_{\text{o}}} \cancel{h}}{\cancel{S_{\text{o}}} \cancel{h}} = \frac{1}{3}$$

**Найдем отношение объемов**

$$150 \frac{V_{\text{к.}}}{V_{\text{ц.}}} = \frac{1}{3}$$

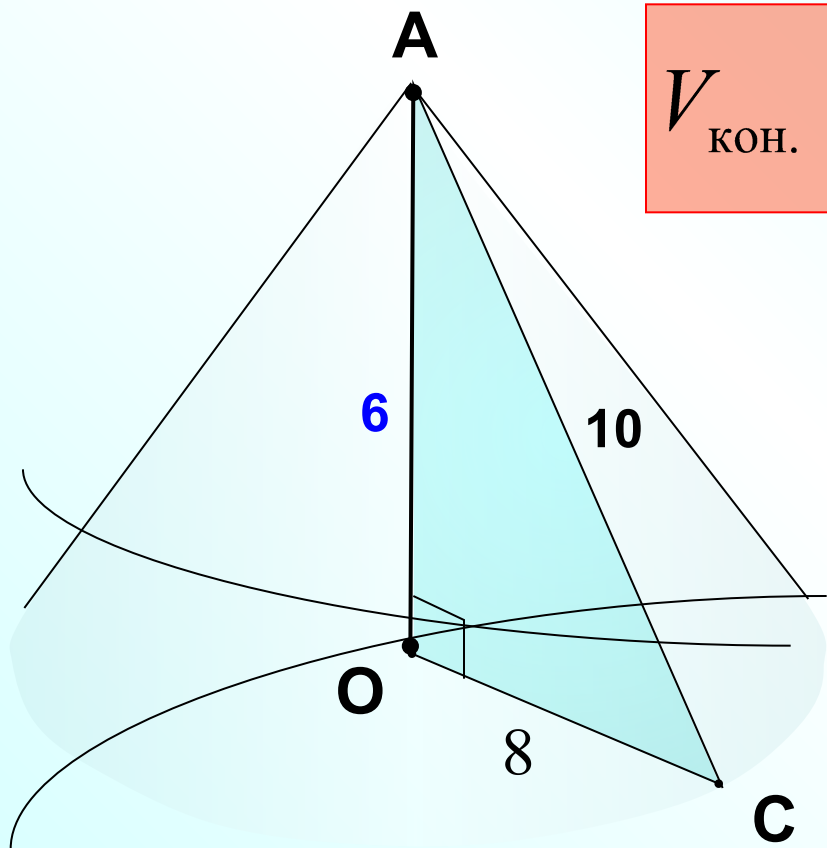
$$\frac{V_{\text{ц.}}}{150} = \frac{1}{3}$$

В 9

5 0

Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ .

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$



$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi 8^2 = 64\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 64\pi \cdot 6 = 128\pi$$

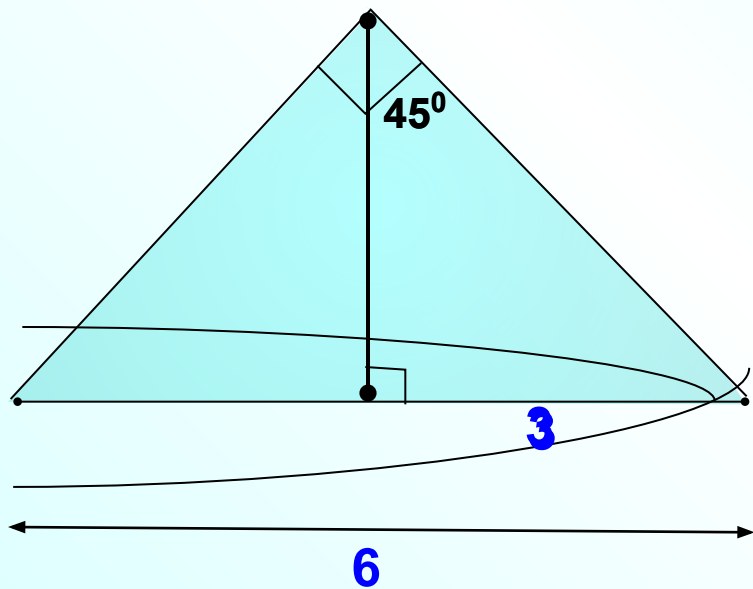
Просят найти

$$\frac{V}{\pi} :$$

$$\frac{128\pi}{\pi} = 128$$

В 9	1	2	8			
-----	---	---	---	--	--	--

Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите объем конуса, деленный на  $\pi$ .



$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$$

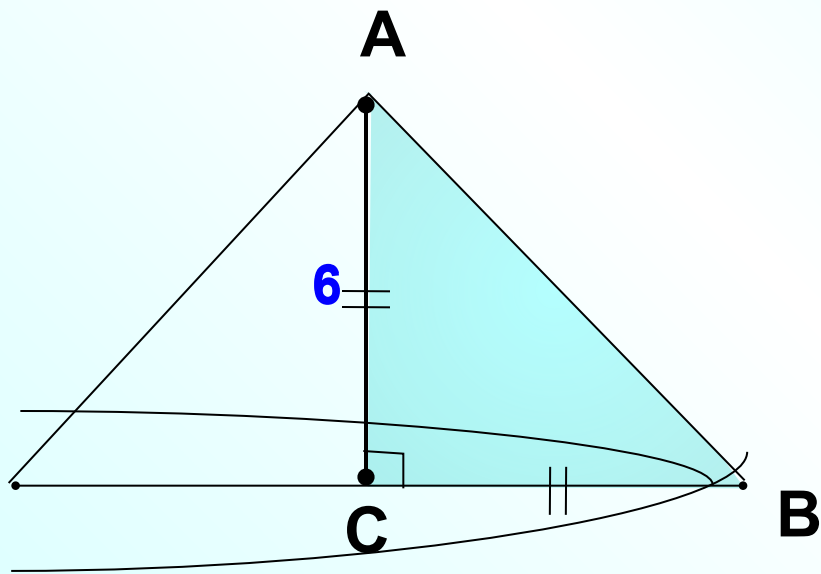
$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 3 = 9\pi$$

Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \quad \frac{9\pi}{\pi} = 9$$

В 9	9						
-----	---	--	--	--	--	--	--

Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника ABC вокруг катета, равного 6. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ .



$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 36\pi \cdot 6 = 72\pi$$

Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{72\pi}{\pi} = 72$$

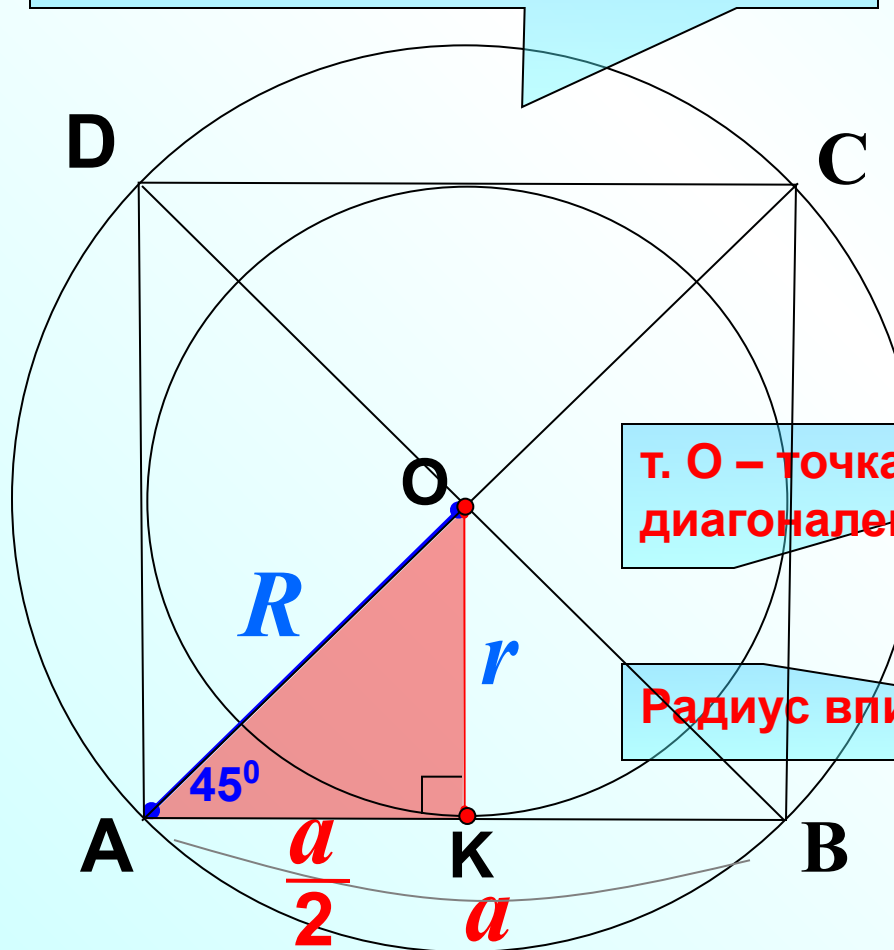
В 9	7	2				
-----	---	---	--	--	--	--



**Повторение.** Если вы забыли формулы взаимосвязи между **R**, **r** и **a** для правильного четырехугольника (квадрата), всегда легко их вывести. Например, можно получить эти формулы так:

**Радиус описанной окружности R**

$$r = \frac{a}{2}$$



$$\cos 45^\circ = \frac{AK}{AO}$$

**т. О – точка пересечения диагоналей квадрата**

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{R}$$

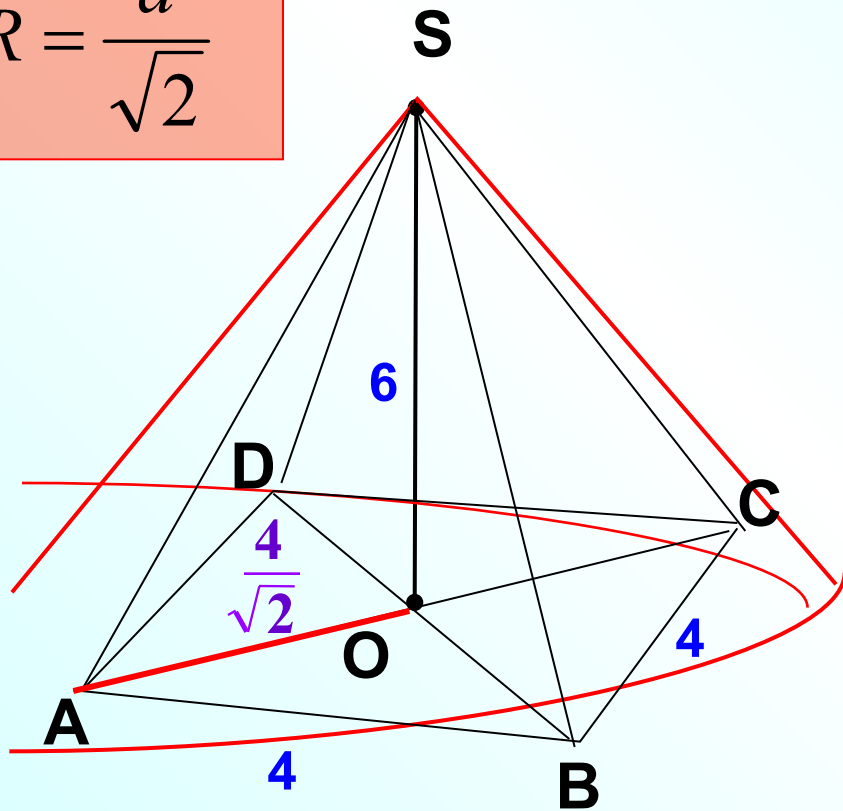
**Радиус вписанной окружности r**

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ .

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$



$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \left( \frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 = 8\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 8\pi \cdot 6 = 16\pi$$

Просят найти

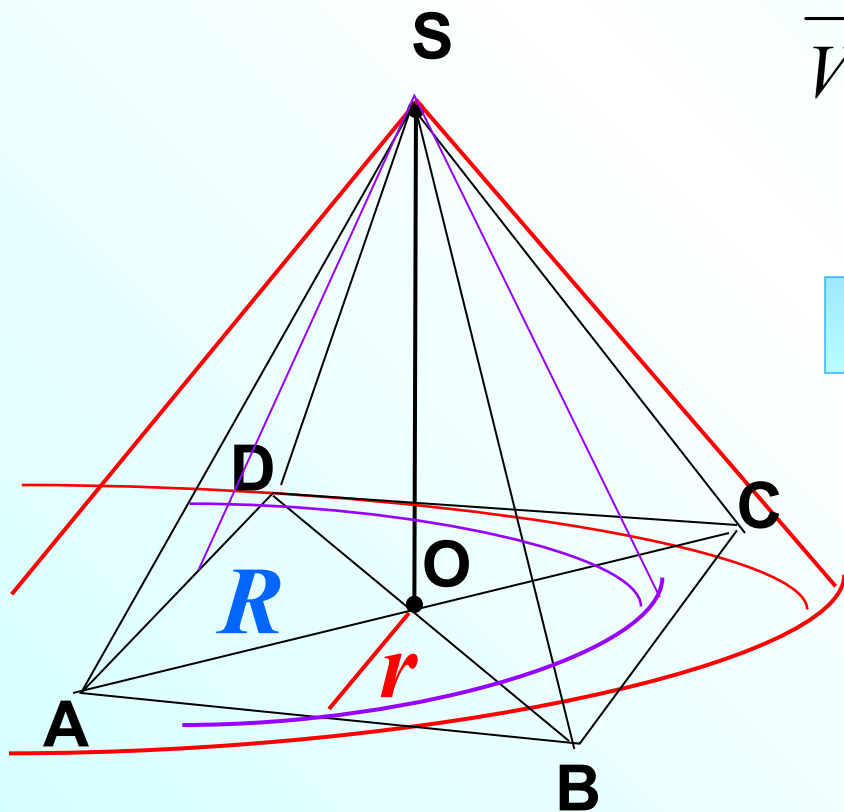
$$\frac{V}{\pi} :$$

$$\frac{16\pi}{\pi} = 16$$

В 9

1 6

Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} S_1 h}{\frac{1}{3} S_2 h} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} =$$

Найдем отношение объемов

$$r = \frac{a}{2}$$

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

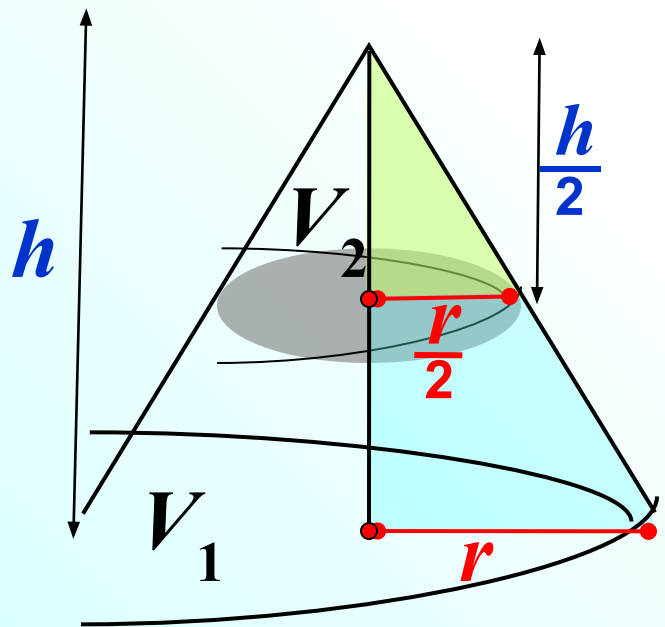
$$= \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\frac{a^2}{4}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{2}$$

В 9

2

Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

Найдем отношение объемов



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \frac{1}{2} h} = \frac{r^2}{\frac{r^2}{4} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{8}{1}$$

$$16 \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{1}$$

$$\frac{16}{V_2} = \frac{8}{1}$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_0 h$$

В 9

2

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке.

В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .

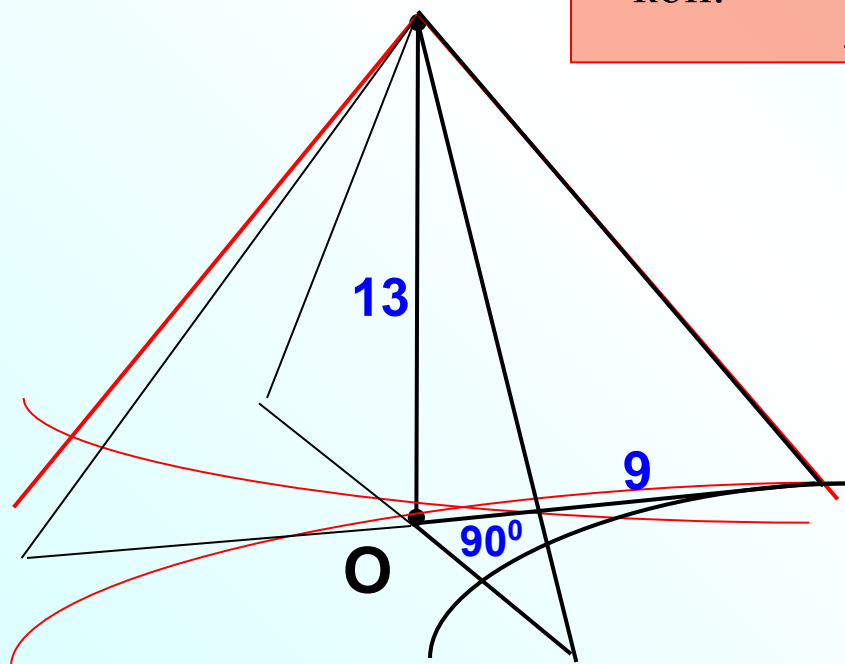
$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 81\pi \cdot 13 = 351\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{1}{4} \cdot 351\pi = 87,75\pi$$



Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{87,75\pi}{\pi} = 87,75$$

**Искомая фигура составляет четвертую часть от всего конуса**

В 9

8 7 , 7 5

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке.

В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .

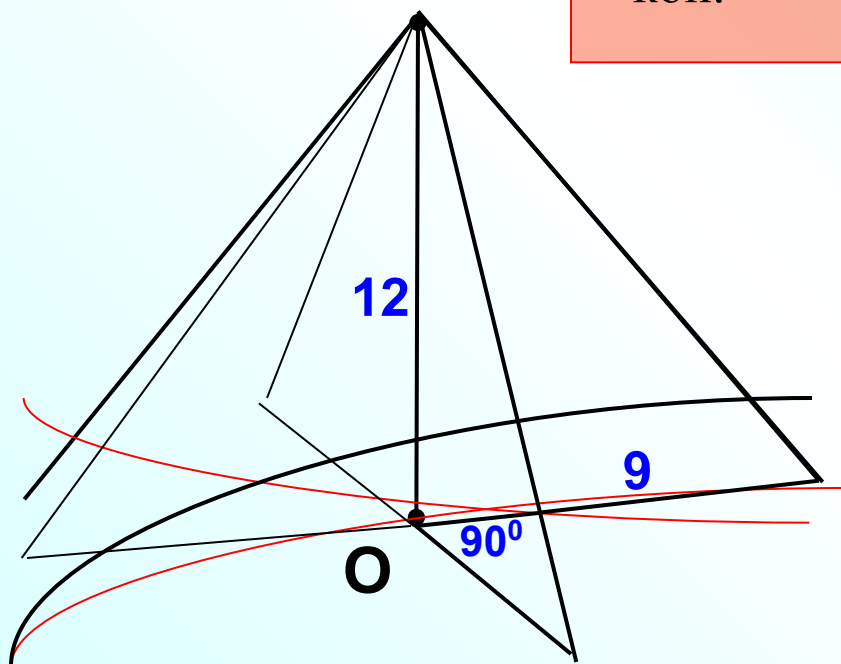
$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 81\pi \cdot 12 = 324\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{3}{4} \cdot 324\pi = 243\pi$$



Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{243\pi}{\pi} = 243$$

Искомая фигура составляет  $\frac{3}{4}$  части от всего объема конуса

В 9

2 4 3

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке.

В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .

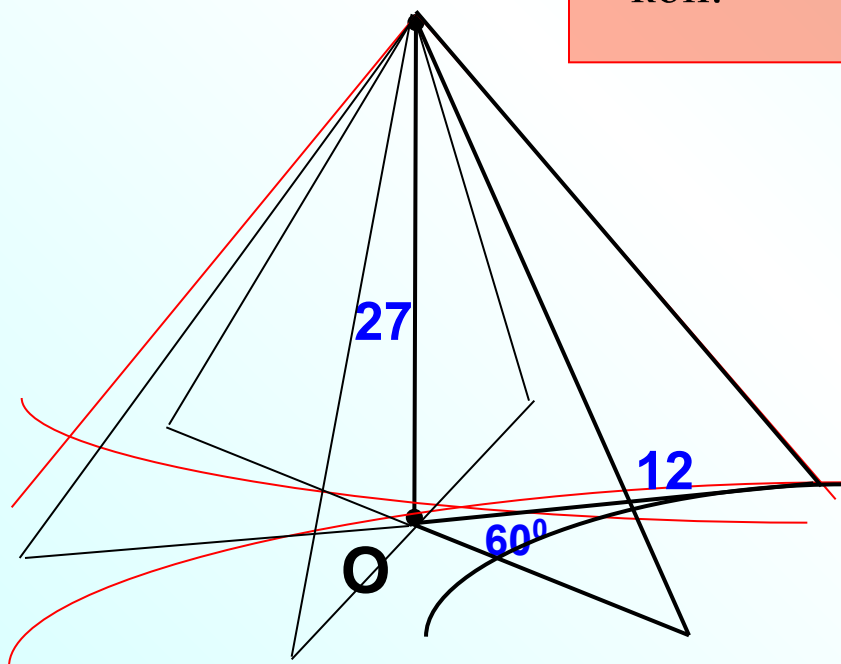
$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 12^2 = 144\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 144\pi \cdot 27 = 1296\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{1}{6} \cdot 1296\pi = 216\pi$$



Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{216\pi}{\pi} = 216$$

Искомая фигура составляет  $\frac{1}{6}$  часть от всего объема конуса

В 9	2	1	6			
-----	---	---	---	--	--	--

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке.

В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .

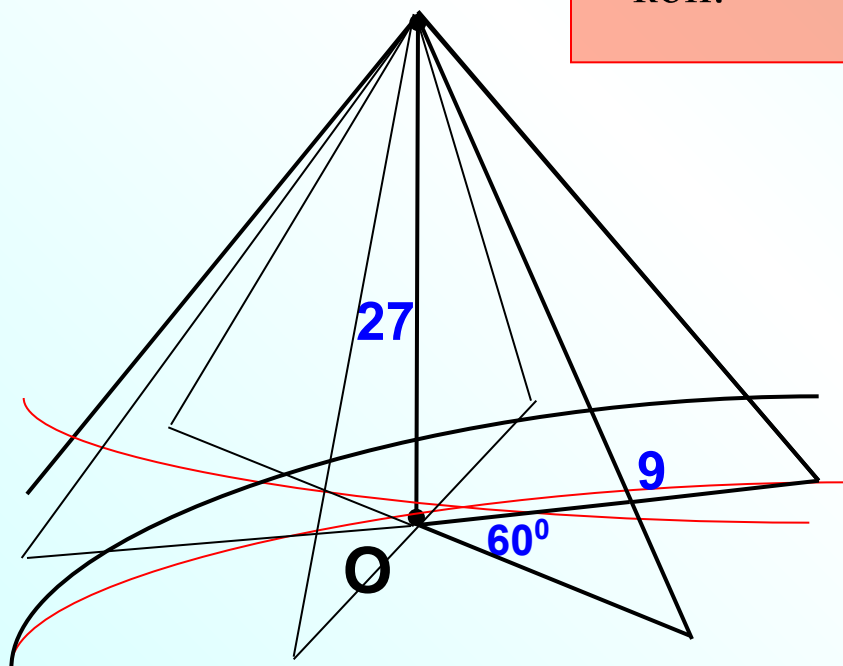
$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$$

$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \cdot 81\pi \cdot 27 = 729\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{5}{6} \cdot 729\pi = 607,5\pi$$



Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{607,5\pi}{\pi} = 607,5$$

Искомая фигура составляет  $\frac{5}{6}$  части от всего объема конуса

В 9

6 0 7 , 5



Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке.  $V$   
 В ответе укажите  $\frac{\quad}{\pi}$ .

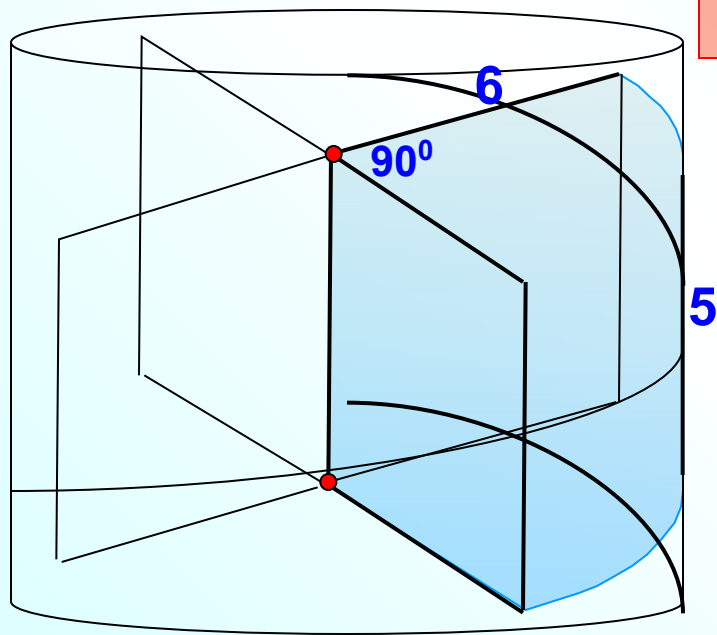
$$V_{\text{цил.}} = S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$$

$$V_{\text{цил.}} = 36\pi \cdot 5 = 180\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{1}{4} \cdot 180\pi = 45\pi$$



Просят найти

$$\frac{V}{\pi} :$$

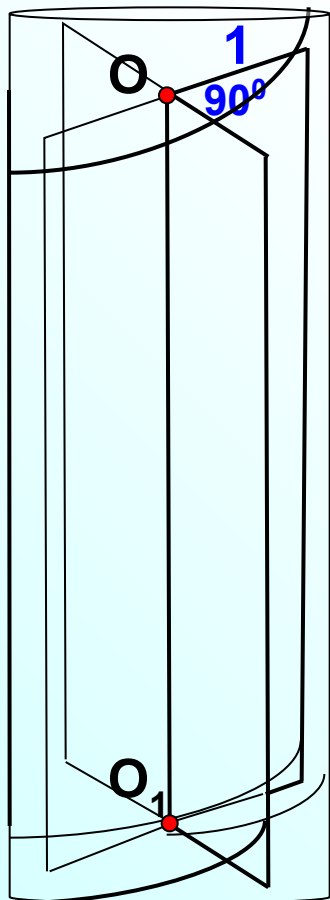
$$\frac{45\pi}{\pi} = 45$$

Искомая фигура составляет  $\frac{1}{4}$   
 часть от всего объема цилиндра

В 9

4 5

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке.  $\frac{V}{\pi}$ .  
 В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .



$$V_{\text{цил.}} = S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 1^2 = \pi$$

$$V_{\text{цил.}} = \pi \cdot 5 = 5\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{3}{4} \cdot 5\pi = 3,75\pi$$

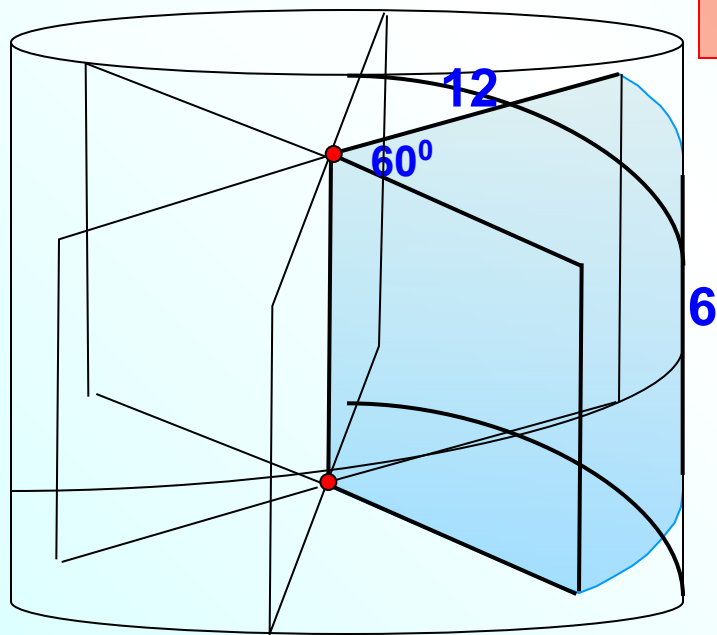
Искомая фигура составляет  $\frac{3}{4}$  части от всего объема цилиндра

$$\frac{3,75\pi}{\pi} = 3,75$$

В 9

3, 75

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .



$$V_{\text{цил.}} = S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 12^2 = 144\pi$$

$$V_{\text{цил.}} = 144\pi \cdot 6 = 864\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{1}{6} \cdot 864\pi = 144\pi$$

Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{144\pi}{\pi} = 144$$

Искомая фигура составляет  $\frac{1}{6}$  часть от всего объема цилиндра

В 9

1 4 4

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке.  $V$   
 В ответе укажите  $\frac{\quad}{\pi}$ .

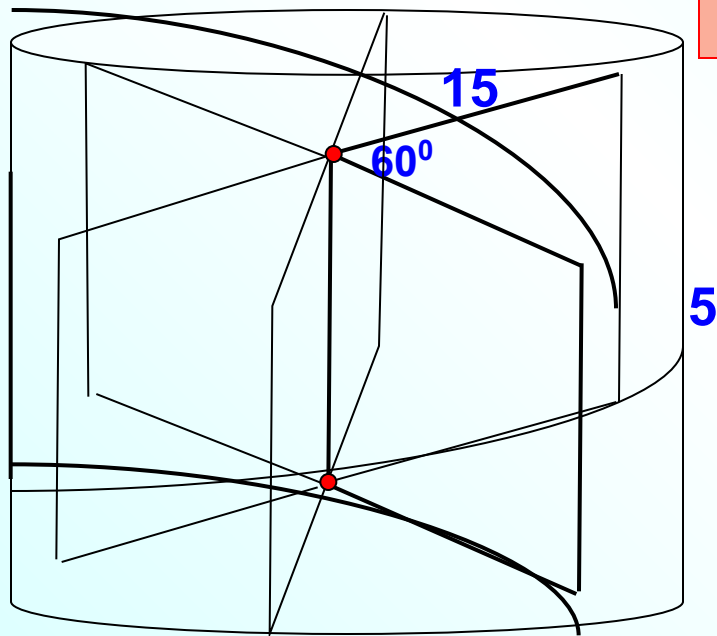
$$V_{\text{цил.}} = S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 15^2 = 225\pi$$

$$V_{\text{цил.}} = 225\pi \cdot 5 = 1125\pi$$

$$V_{\text{фигуры}} = \frac{5}{6} \cdot 1125\pi = 937,5\pi$$



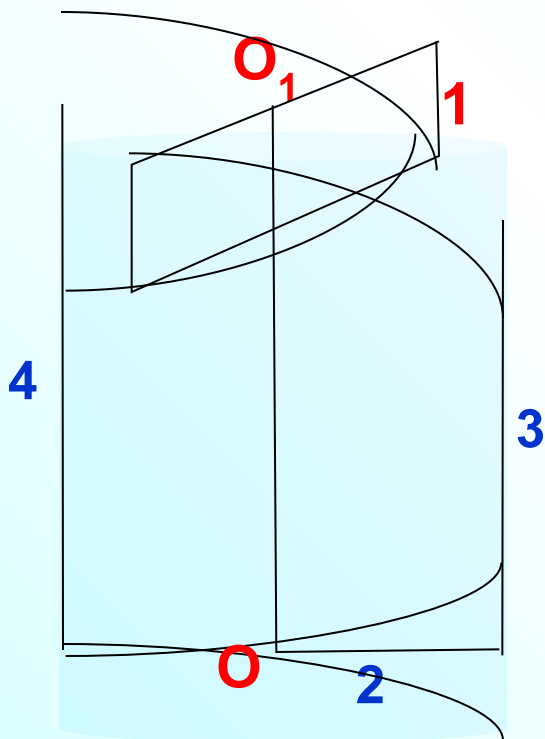
Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{937,5\pi}{\pi} = 937,5$$

Искомая фигура составляет  $\frac{5}{6}$   
 части от всего объема цилиндра

В 9 9 3 7 , 5

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке.  $\frac{V}{\pi}$ .  
 В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .



$$V_{\text{цил.}} = S_o h$$

$$S_o = \pi r^2$$

$$S_o = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$$

$$V_{\text{цил.1}} = 4\pi \cdot 3 = 12\pi$$

$$V_{\text{цил.2}} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 1 = 2\pi$$

}  $14\pi$

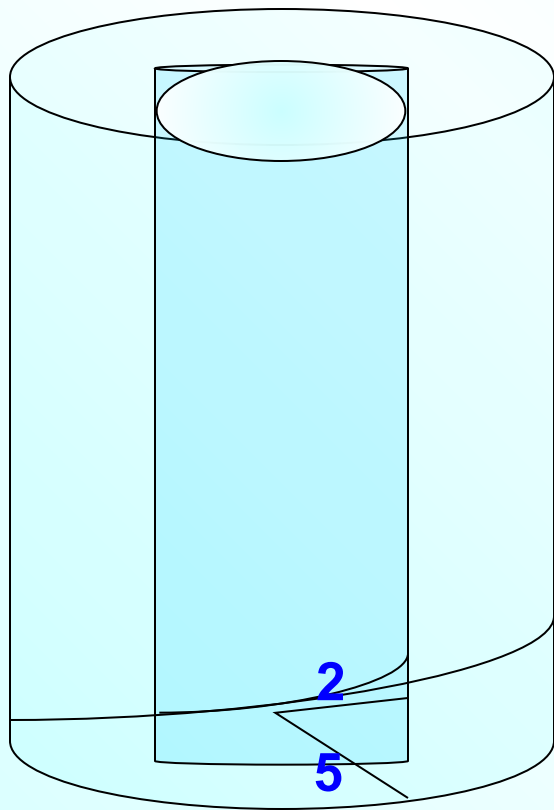
Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{14\pi}{\pi} = 14$$

От верхнего цилиндра берем только половинку

В 9	1	4			
-----	---	---	--	--	--

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке.  $\frac{V}{\pi}$ .  
 В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .



$$V_{\text{цил.}} = S_o h \quad S_o = \pi r^2$$

$$S_{o.1} = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$$

$$5 \quad V_{\text{цил.1}} = 4\pi \cdot 5 = 20\pi$$

$$S_{o.2} = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$$

$$V_{\text{цил.2}} = 25\pi \cdot 5 = 125\pi$$

$$V_{\text{ф.}} = 125\pi - 20\pi = 105\pi$$

Просят найти

$$\frac{V}{\pi} : \frac{105\pi}{\pi} = 105$$

В 9	1	0	5			
-----	---	---	---	--	--	--