



Показательные уравнения

1. Какое уравнение называется
показательным?

2. Решите уравнение: $3^x = 1$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^x = 49$$

$$6^x = -6$$

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени.

Методы решения показательных уравнений

- Приведение степеней к одному основанию
- Метод введения новой переменной
- Вынесение общего множителя
- Метод почленного деления

Метод уравнивания показателей

Показательное уравнение

равносильно уравнению

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = \frac{1}{8},$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^3,$$

$$2x + 1 = 3,$$

$$2x = 3 - 1,$$

$$2x = 2,$$

$$x = 1.$$

Ответ: $x = 1$.

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}, \text{ где}$$

$$f(x) = g(x),$$

Вынесение общего множителя за скобки

$$3^{x+2} - 3^x = 72$$

$$3^x(3^2 - 1) = 72;$$

$$3^x = \frac{72}{8};$$

$$3^x = 9;$$

$$3^x = 3^2;$$

$$x = 2$$

Ответ: 2

Метод введения новой переменной

$$4^{\frac{2}{x}} - 5 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 4 = 0 \quad \text{ОДЗ : } x \neq 0$$

$$\left(4^{\frac{1}{x}}\right)^2 - 5 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 4 = 0;$$

Пусть $4^{\frac{1}{x}} = t, t > 0.$

$$t^2 - 5t + 4 = 0;$$

$$D = 25 - 16 = 9;$$

$$t_1 = 4, t_2 = 1.$$

Вернемся к
замене:

$$\begin{cases} 4^{\frac{1}{x}} = 4 \\ 4^{\frac{1}{x}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{x} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ \text{решений нет} \end{cases}$$

Ответ: 1

Использование однородности

$$64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$$

$$64 \cdot 3^{2x} - 84 \cdot 3^x \cdot 4^x + 27 \cdot 4^{2x} = 0$$

Разделив обе части
уравнения на 4^{2x} ,
получим:

$$64 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2x} - 84 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x + 27 = 0$$

Пусть $\left(\frac{3}{4}\right)^x = t, t > 0$.

$$64t^2 - 84t + 27 = 0;$$

$$t_1 = \frac{3}{4}, t_2 = \frac{9}{16}.$$

Вернемся к
замене:

$$\begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{3}{4} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{9}{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ответ: 1 или 2

Указать способы решения показательных уравнений.

Приведение к одному основанию

Вынесение общего множителя за скобки

Замена переменного (привед. к квадратному)

$$5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 31$$

$$36 \cdot 216^{3x+1} = 1$$

$$3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 36$$

$$27^{1-x} = \frac{1}{81}$$

$$3^{2x+1} - 8 \cdot 3^x = 3$$

$$49^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$$

$$9^x - 3^{x+1} = 54$$

$$3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 4$$

$$7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$$

$$4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$$

$$4^{2x+2} + 4^{x+1} - 1 = 0$$

$$9 \cdot 81^{1-2x} = 27^{2-x}$$