Открытый урок

Алгебра

11 класс

В данной функции от х, нареченной игреком $y = f(x)$

Вы фиксируете х, отмечая индексом $x_0; f(x_0)$

Придаете вы ему тотчас приращение $x_0 + \Delta x$

Тем у функции самой вызвав изменение $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

Приращений тех теперь взявши отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

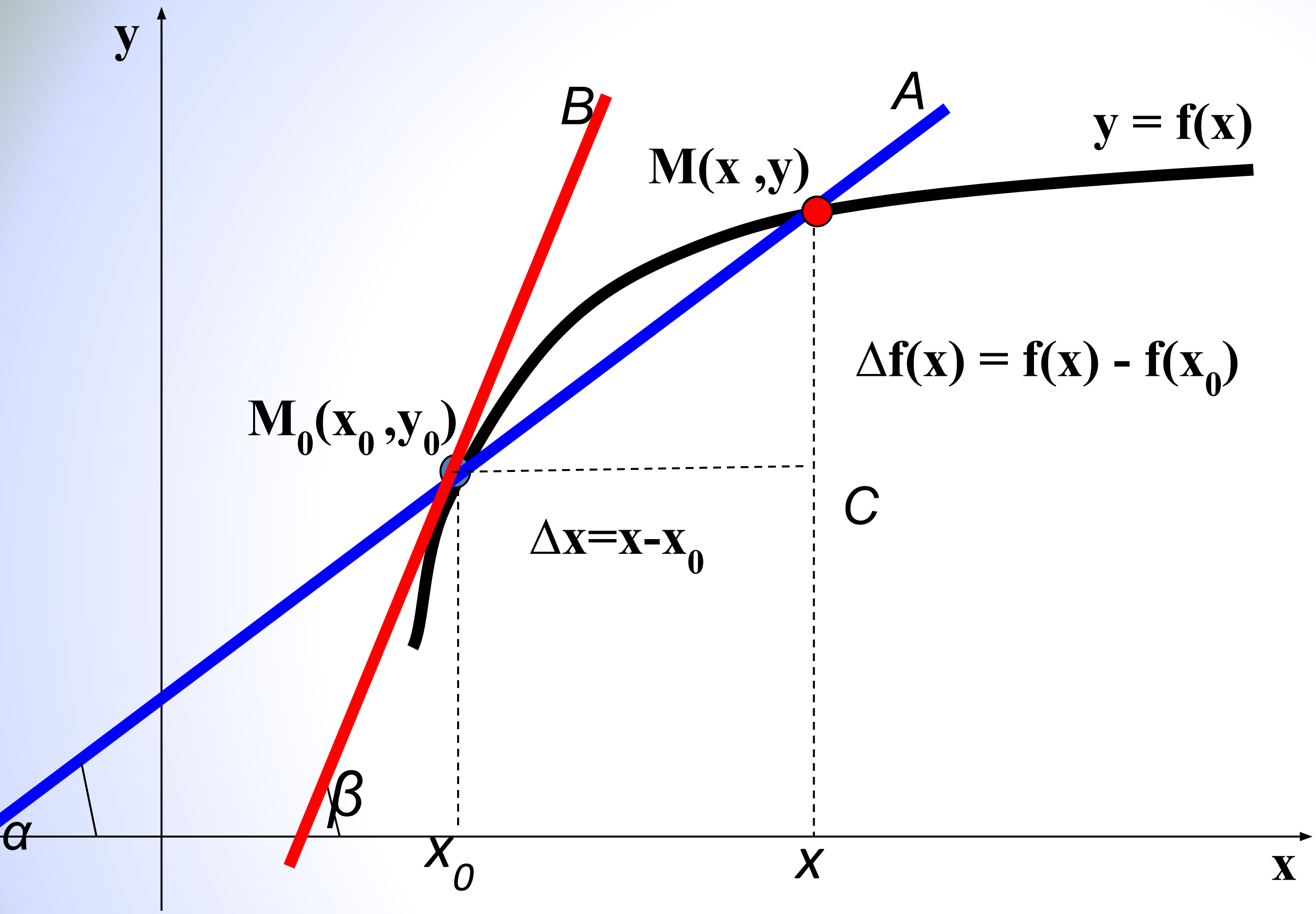
Пробуждаете к нулю у Δx **стремление** $\Delta x \to 0$

Предел такого отношения вычисляется

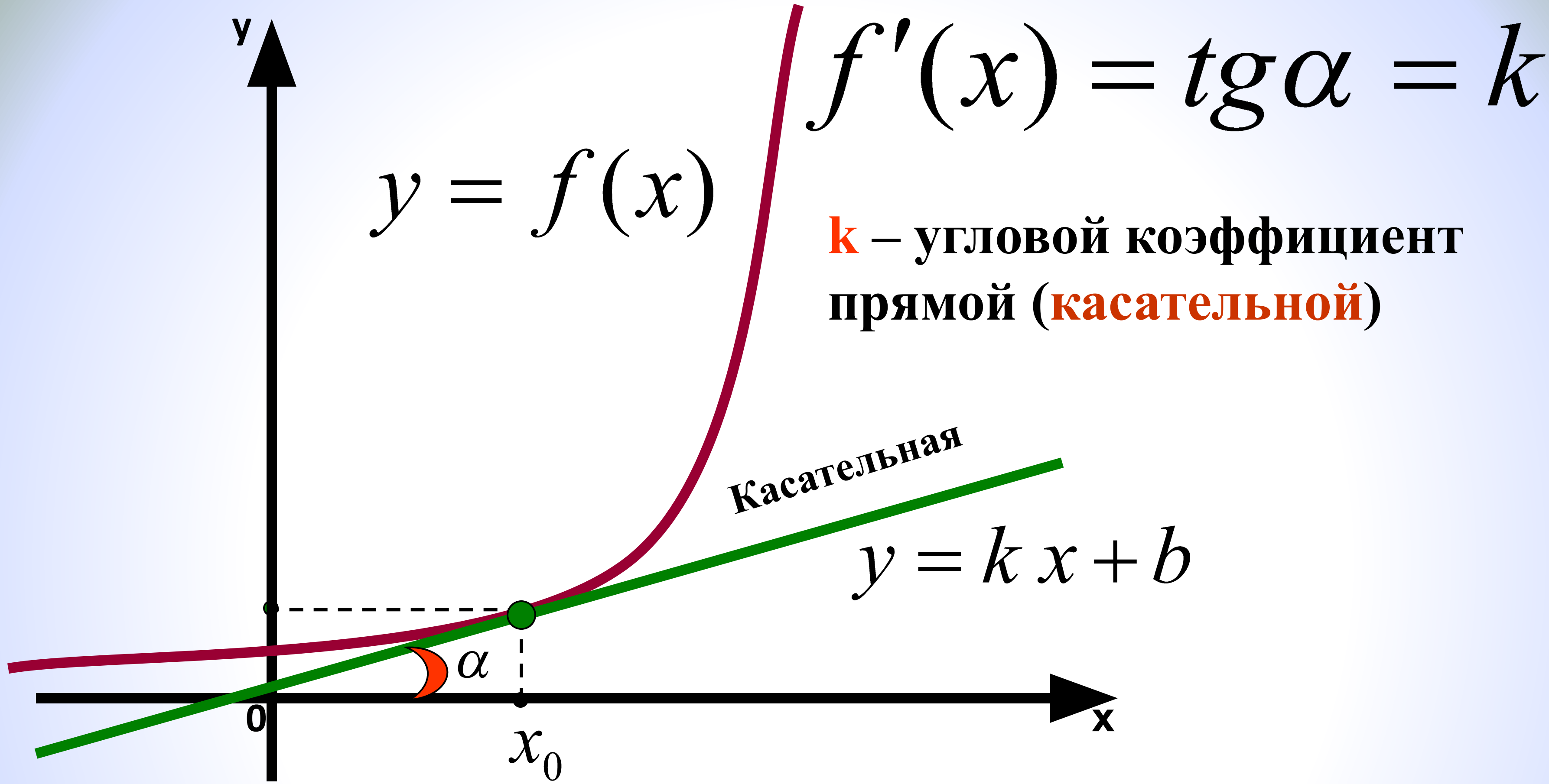
Он ………… в науке называется $y' = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



y
B
A
y = f(x)
M(x ,y)
Δf(x) = f(x) - f(x0)
M0(x0 ,y0)
C
Δx=x-x0
β
α
x0
x
x

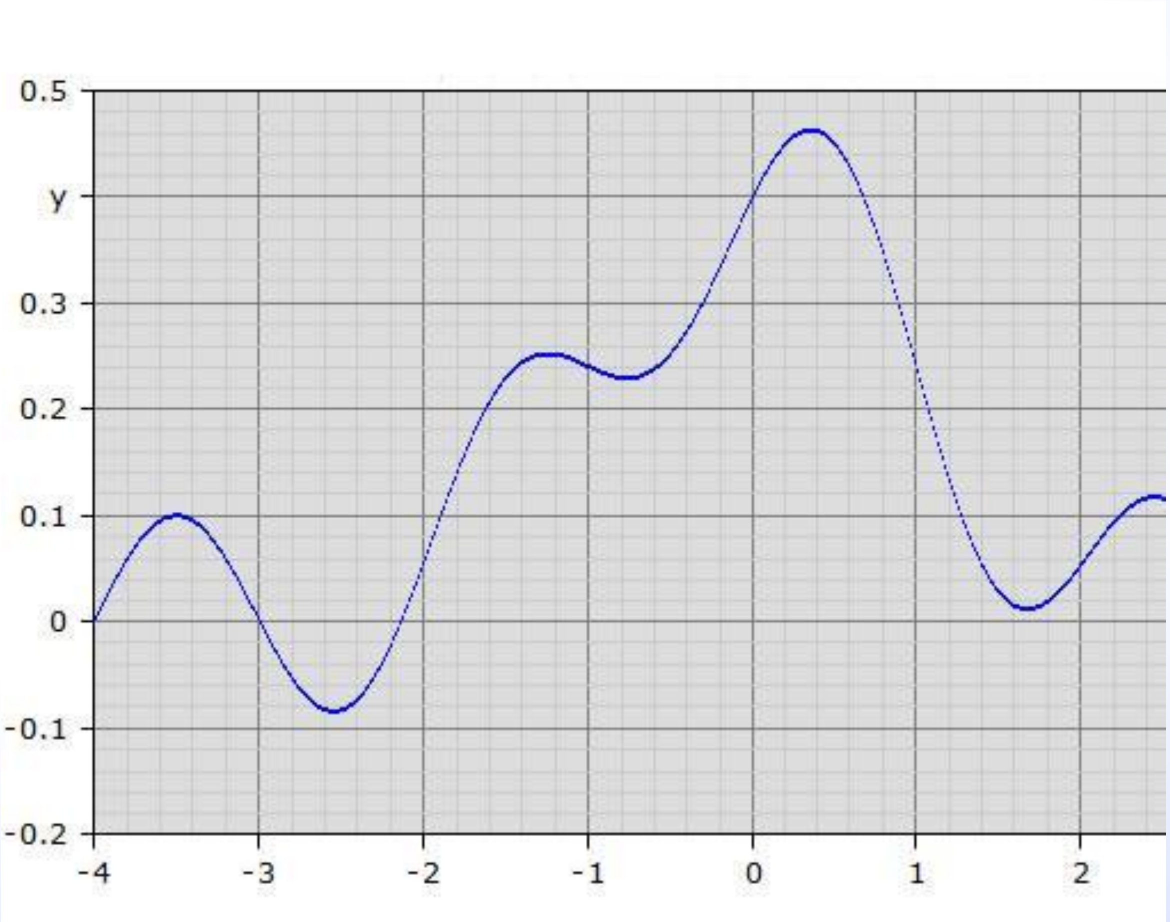


Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

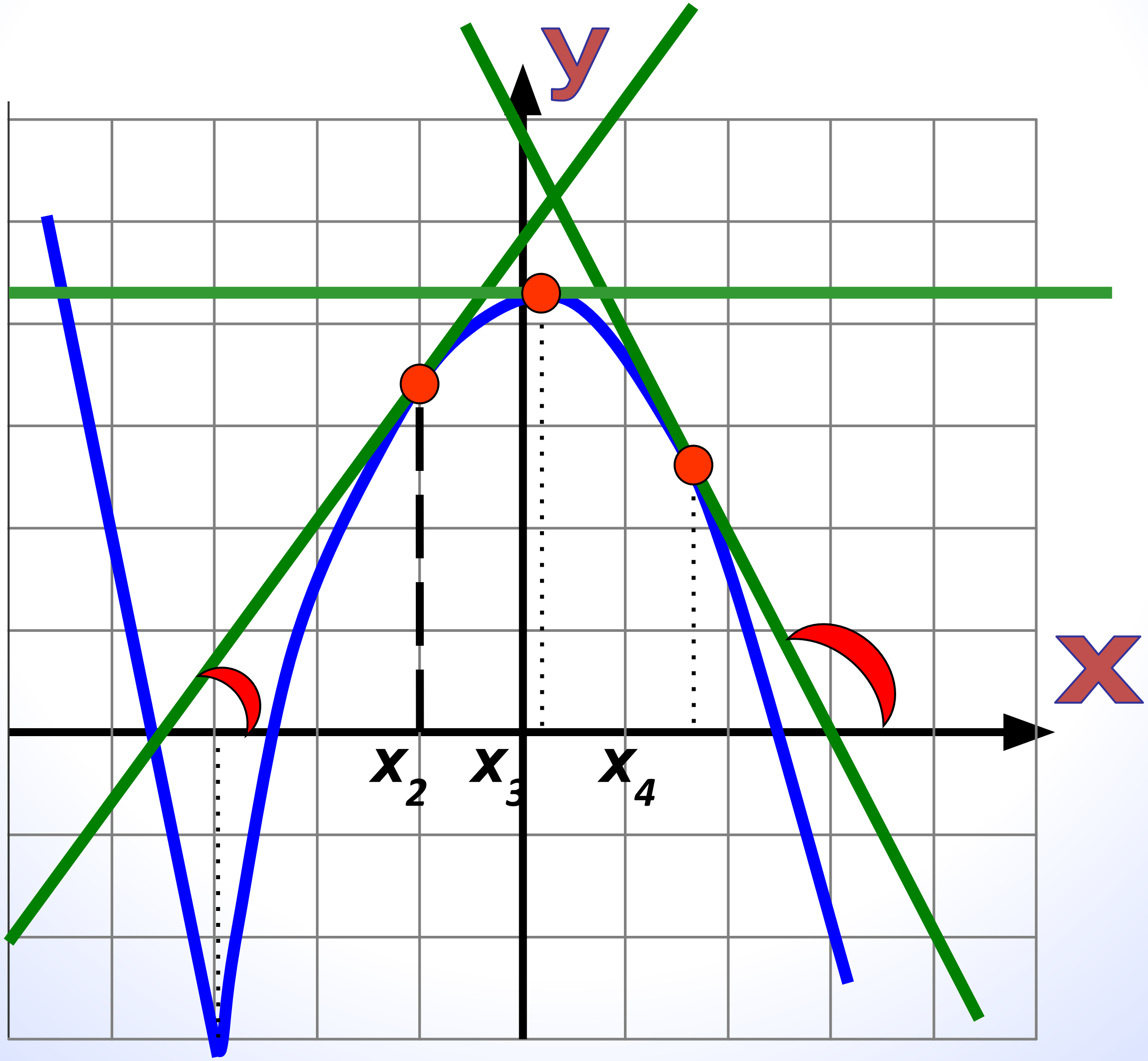
График… говорящая линия, которая может о многом рассказать..

М.Б.Балк



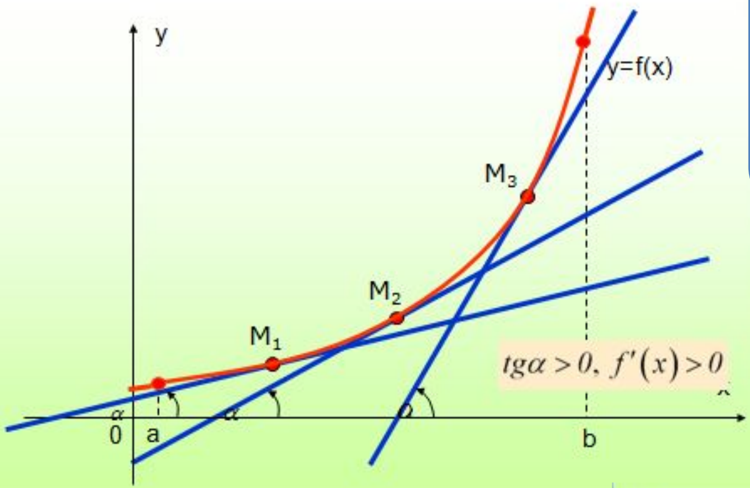
$$\alpha > 90^o \Rightarrow k < 0 \qquad \alpha < 90^o \Rightarrow k > 0$$

$\alpha = 0^o \Rightarrow k = 0,$ *касательная параллельна* OX



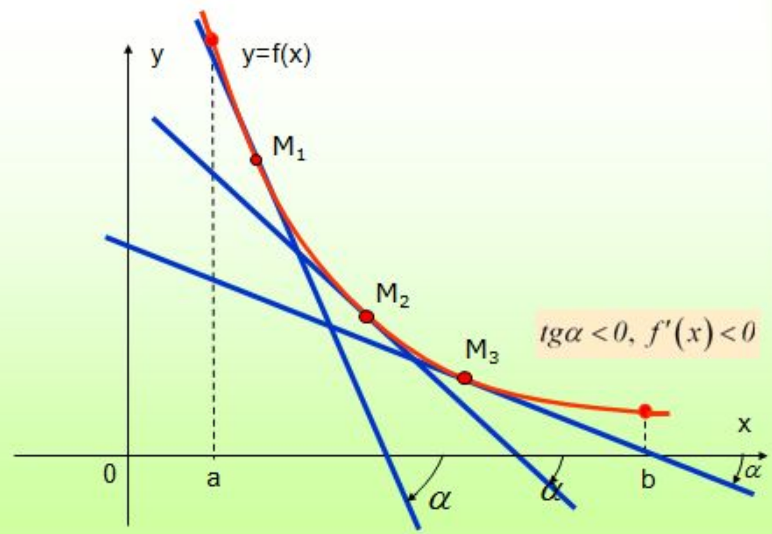
Свойство функции?

Признак возрастания функции



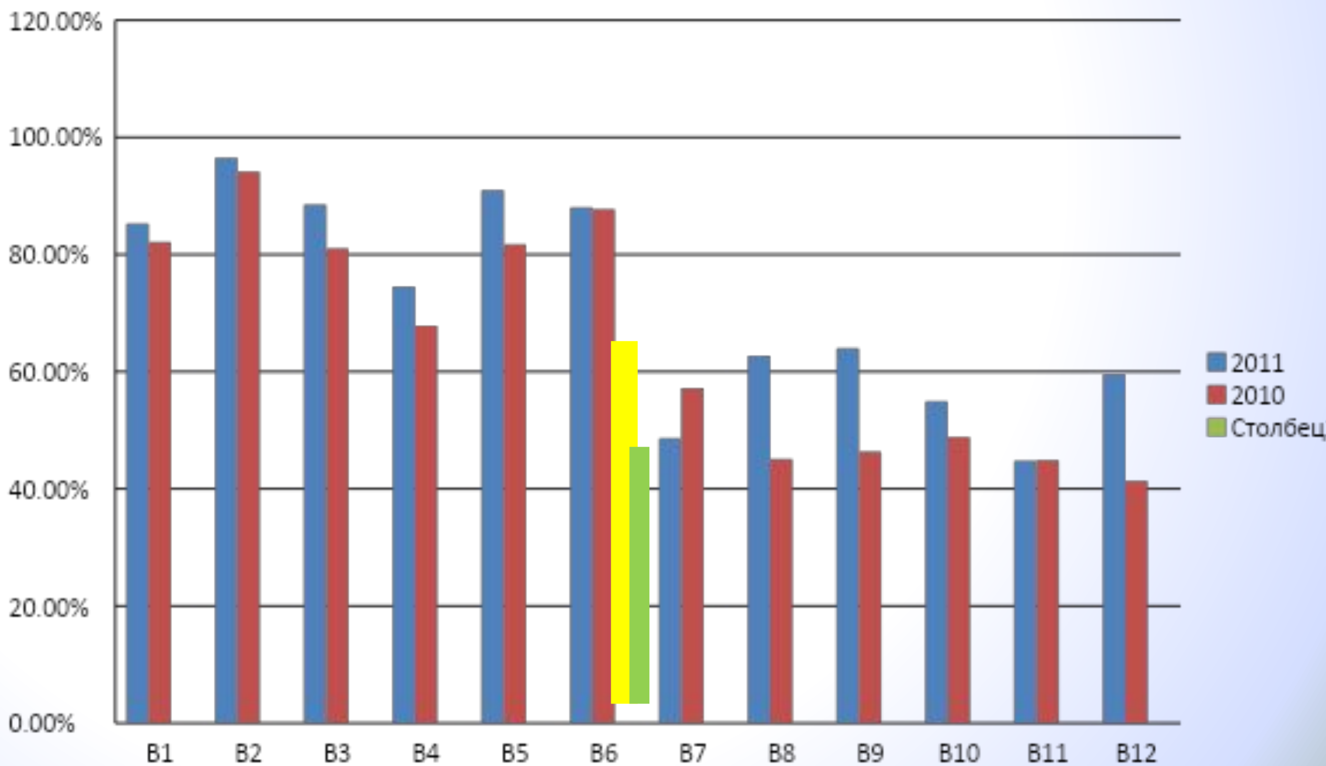
Если $f'(x) > 0$ *на некотором промежутке, то функция* $f(x)$ *возрастает на этом промежутке.*

Признак убывания функции

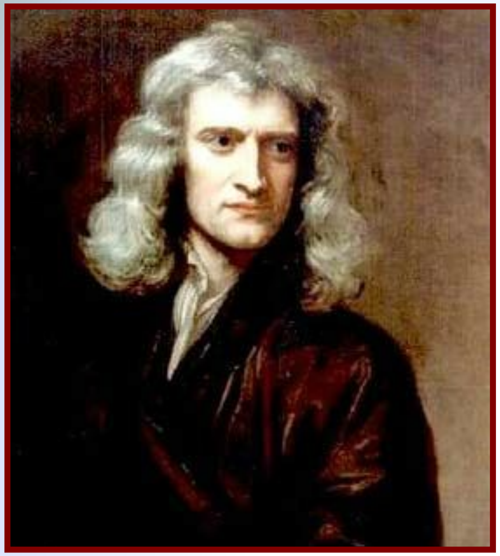


Если $f'(x) < 0$ *на некотором промежутке, то функция* $f(x)$ *убывает на этом промежутке.*

Результаты выполнения заданий части-В
за 2010-2011год.

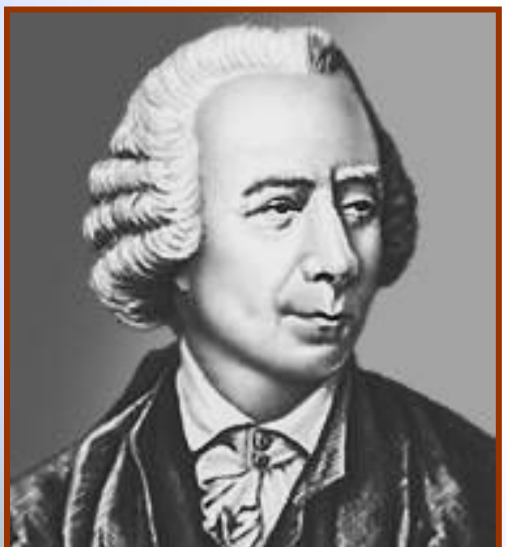


Тема урока:
«Производная . Геометрический смысл производной. Возрастание и убывание. Применение производной к исследованию функций. При решении задач В-8 подготовка к ЕГЭ».



С.И. Нью́то́н(1642- 1727 г.г.)

Л.Эйлер (1707 —1783 г.г.)



Г.В.Лейбниц
(1646- 1716г.г.)

Цель урока:

- **Формировать навыки решения задач по теме «Производная» при решении прототипов В-8.**
- **Подготовка учащихся к сдаче экзамена в формате ЕГЭ.**

1. Запишите формулу, задающую линейную функцию.

kx+ b

Y= ……………………………

.

k

2. Число …………. Называется угловым коэффициентом прямой ,

α

а угол - углом между ……………………… **Положительным направлением оси ОХ и касательной**

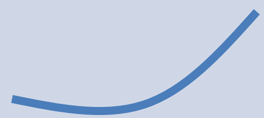
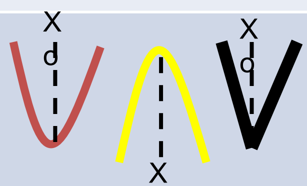
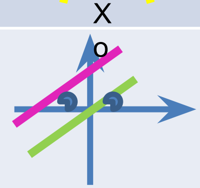
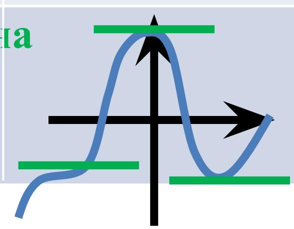
3. Графики двух линейных функций

$Y_1 = k_1 x + b_1$

$Y_2 = k_2 x + b_2$ параллельны , если …………… **k_1** =……………… **k_2**

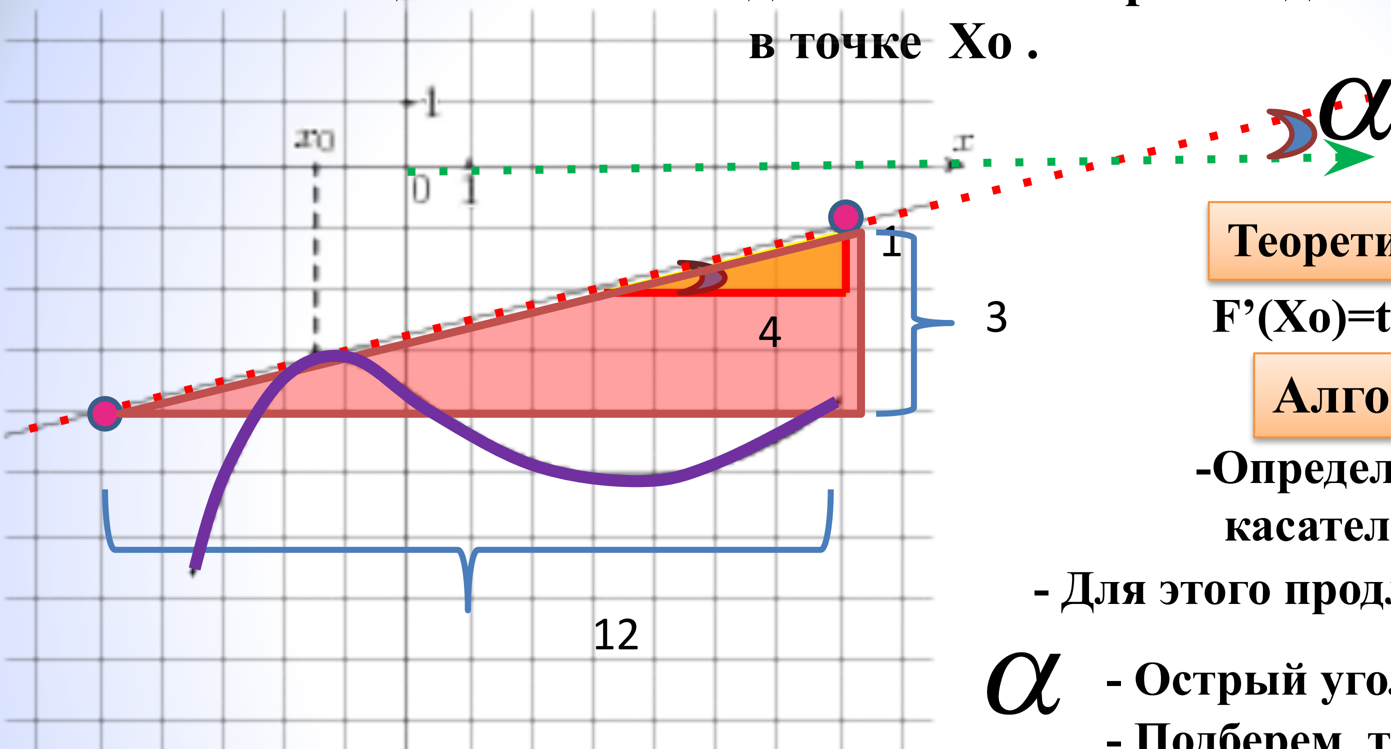
4. Геометрический смысл производной:

$$f'(x) = tg\alpha = k$$

Функция y = f(x)	**Геометрическая иллюстрация**	**Производная функции y = f(x)**
1. **Функция возрастает**		**f’ (x)>0**
2. **Функция убывает**		f ‘ (x) < 0
3. x_0 – точка экстремума		**f’(x)= 0 или не существует**
4. Касательная параллельна прямой y = kx		Производная в точке x_0 равна k. f’ (x_0) = k
5. **Касательная параллельна оси абсцисса (т.е. горизонтальна)**		Производная в точке x_0 равна 0. f’ (x_0) = 0

Задание №1

На рисунке изображён график функции y= f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой Xo. Найдите значение производной функции f(x) в точке Xo .



Теоретический факт

F’(Xo)=tga = k

Алгоритм

-Определи угол наклона касательной к оси ОХ

- Для этого продли ОХ и касательную

α **- Острый угол, k>0**

- Подберем треугольник с катетами целыми числами

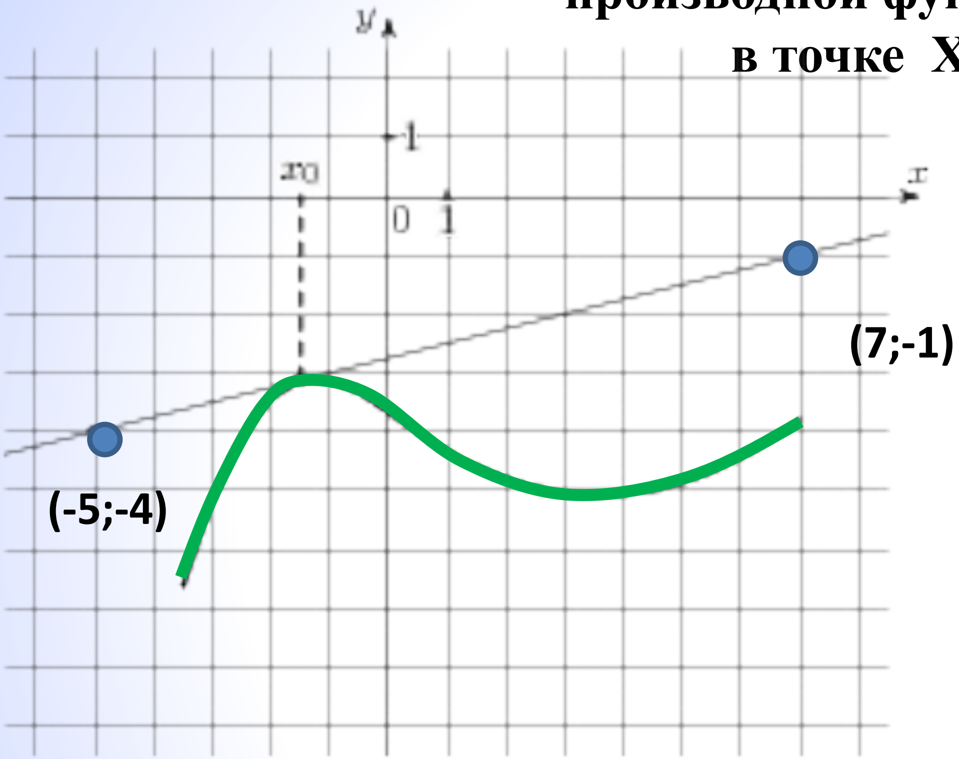
- Вычислим отношение катетов

Можно найти другой треугольник, у которого гипотенуза соединяет выделенные точки.

Tg α = – = –

B 8	0	,	2	5		

Задание№1 **На рисунке изображён график функции y= f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой Xo. Найдите значение производной функции f(x) в точке Xo .**



Другой способ

Решение:

Теоретический факт:

Уравнение прямой y=kx+b

Ищем k

F'(Xo)=k **k= tg a**

Находим координаты двух выделенных точек

Подставляем их в уравнение Y=kx+b вместо x и y

Получаем систему

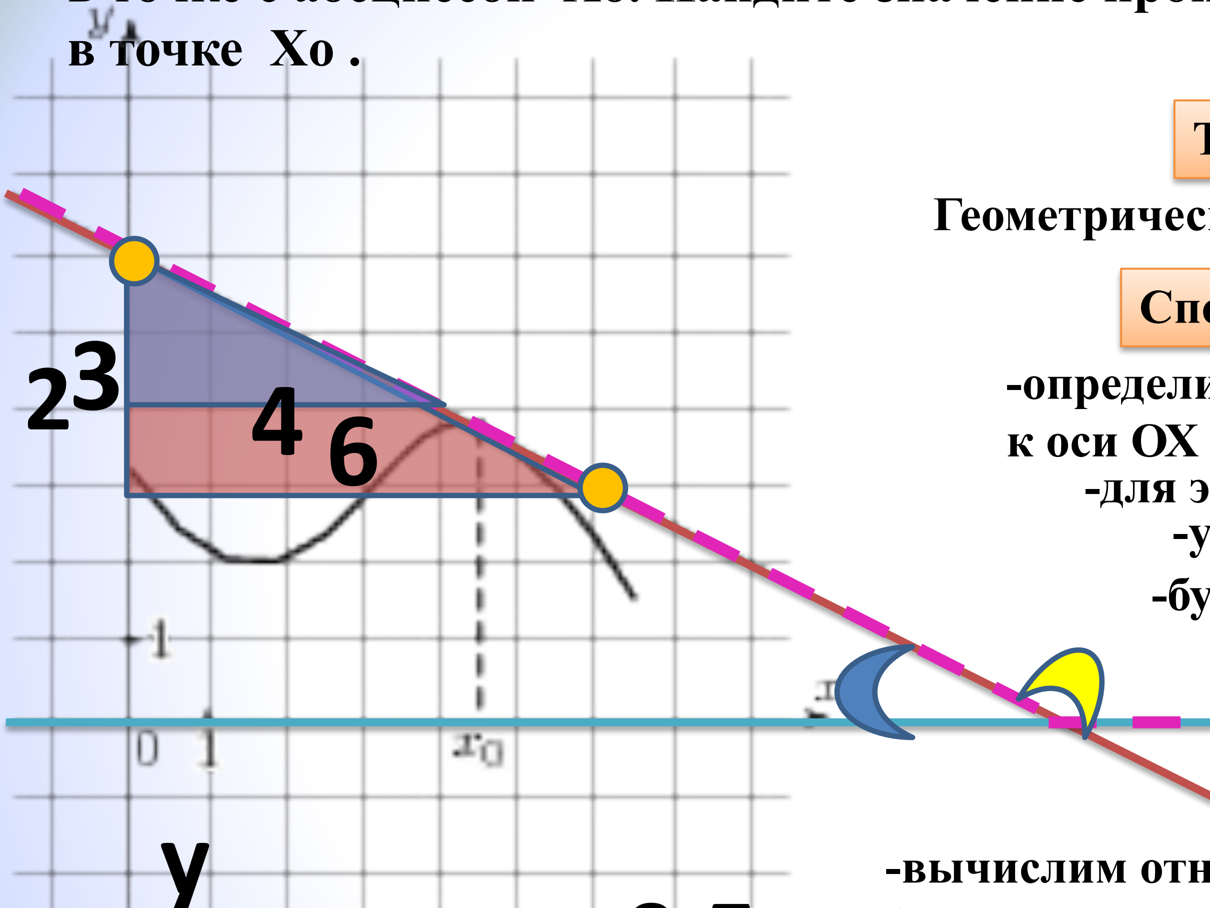
$$\begin{cases} -1=7k+b \\ -4=-5k+b \end{cases} \quad -$$

$3=12\,k \quad k=\dfrac{3}{12}=0{,}25$

B 8	0	,	2	5		

Задание№2

На рисунке изображён график функции y= f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой Xo. Найдите значение производной функции f(x) в точке Xo .



$$\frac{y}{x} = - \quad = - \quad = -0,5$$

В 8	-	0	,	5		

Теория :

Геометрический смысл производной : k=tg

Способ решения:

-определите угол наклона касательной к оси ОХ

-для этого продли ОХ и касательную

-угол тупой ,значит k<0

-будем находить tg смежного с ним угла

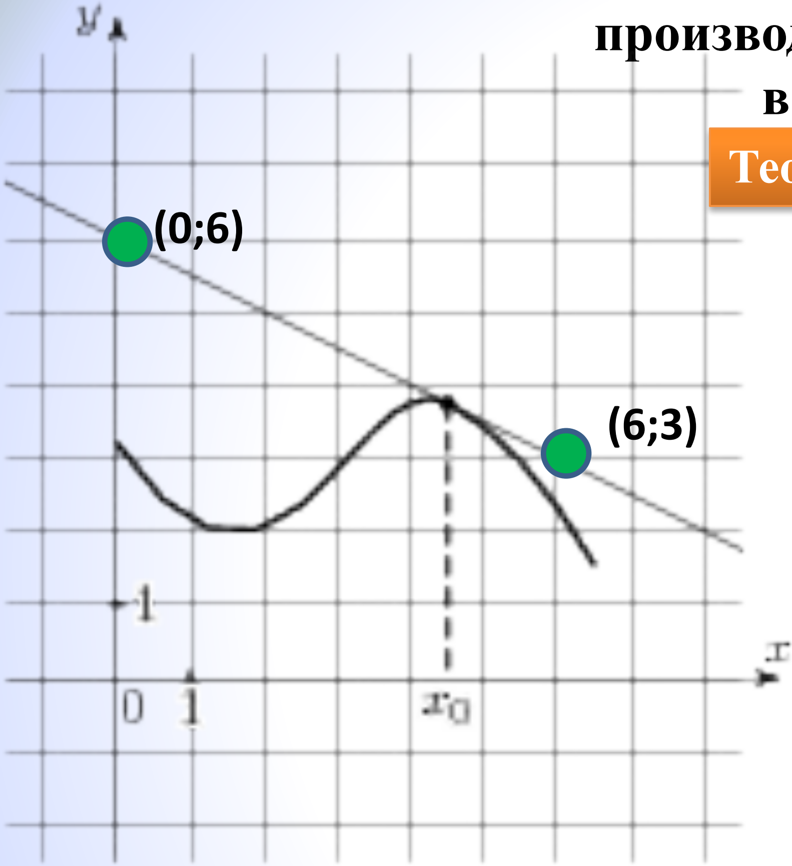
-ищем прямоугольный треугольник с углом,равным а

-вычислим отношение катетов (противолежащий к прилежащему)

-можно найти другой треугольник, у которого гипотенуза соединяет две точки касательной.

-найдем отношение катетов этого треугольника

Задание№2 На рисунке изображён график функции y= f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой Хо. Найдите значение производной функции f(x) в точке Хо .



Теория:

Другой способ решения

F'(Xo)=k   K=tg a

И уравнение касательной y = k x +b

Подставим координаты двух точек, лежащих на касательной в уравнение

Получаем систему :

$$\begin{cases} 6=0K+b \\ 3=6k+b \end{cases}$$

Решаем систему способом вычитания.

$$\begin{cases} 6=0K+b \\ 3=6k+b \end{cases} -$$

3=-6k   K= - 0,5

В 8 | - | 0 | , | 5

Задание № 3 **На рисунке изображен график функции y=f(x), определенный На интервале (-5;5).Найдите количество точек , в которых Производная функция** $y = f'(x)$ **равна 0.**

Теория

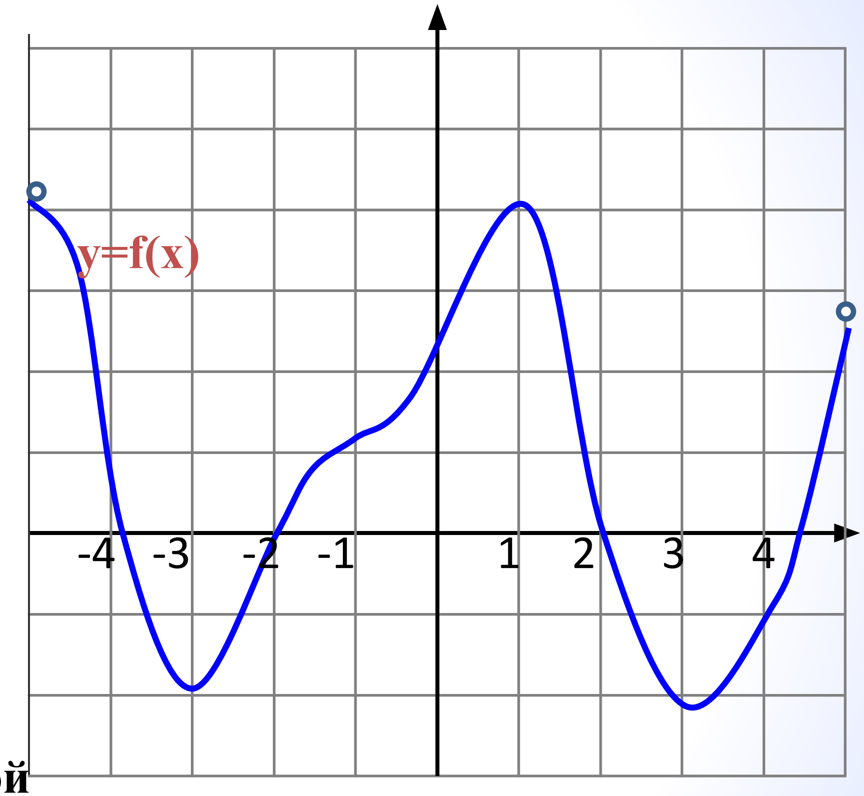
F'(x)=0, т.е. F'(x)=0 =k= tgα **=0**

Т.е. α **= 0**

Это точки, в которых касательная к графику функции проведенной в точке Хо,

параллельна ОХ , т.е. горизонтальна

α α

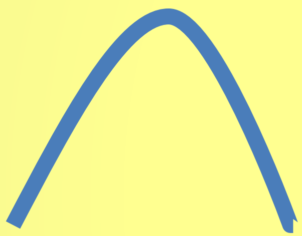


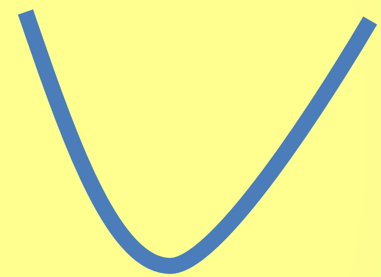
Решение

Считаем количество точек с горизонтальной касательной

подсказка

Если $f'(x)$ **=0, то возможно 3 картинки**

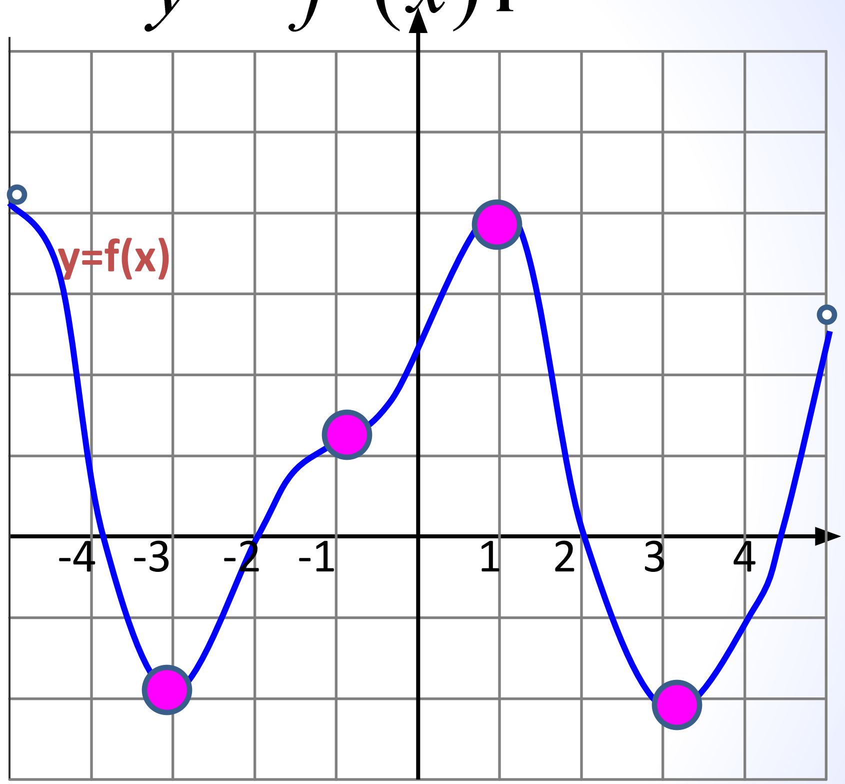




Считаем кол-во бугорков,перегибов и ямок.

Задание№3

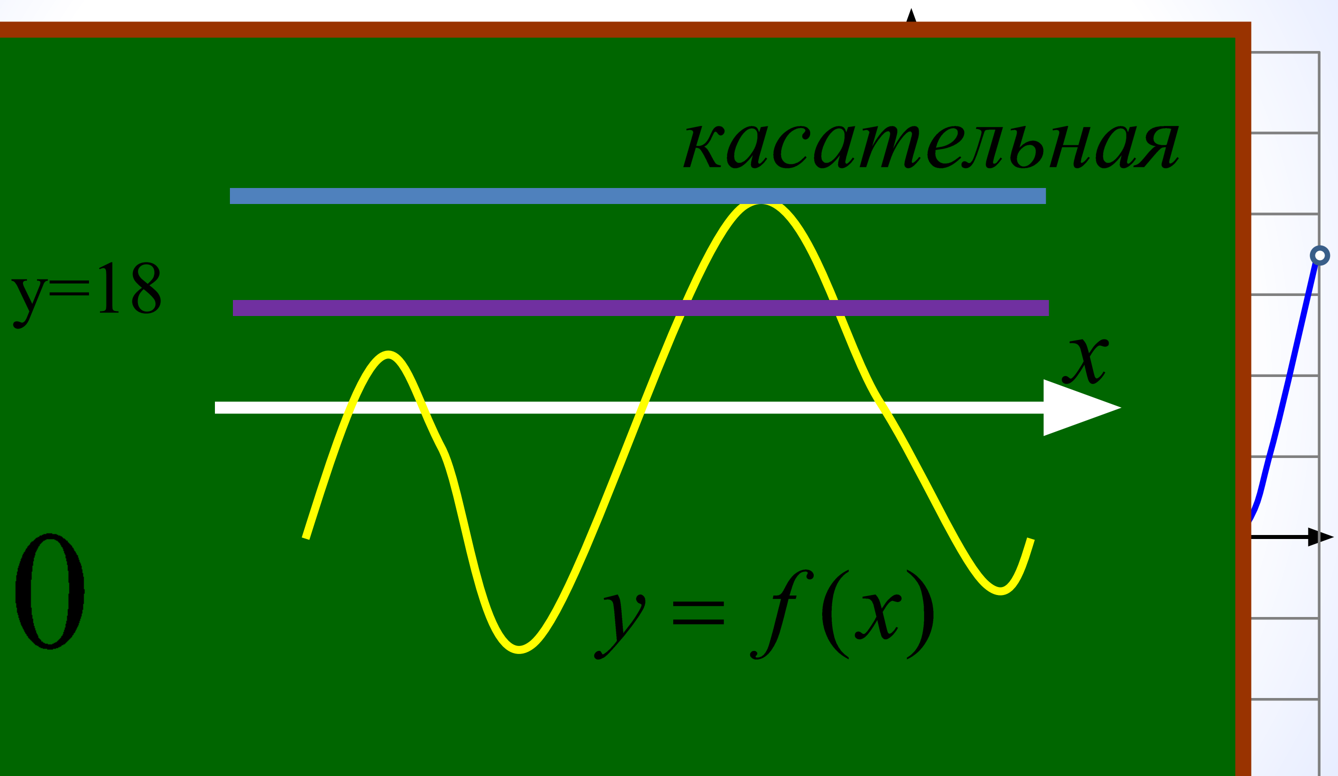
На рисунке изображен график функции y=f(x), определенный на интервале (-5;5).Найдите количество точек , в которых Производная функция $y = f'(x)$ равна 0.



В 8	4					

рассуждение

Задание№4 На рисунке изображен график функции y=f(x), определенный на интервале (-5;5).Найдите количество точек ,в которых касательная к графику функции параллельна прямой y=18



$$\alpha = 0$$

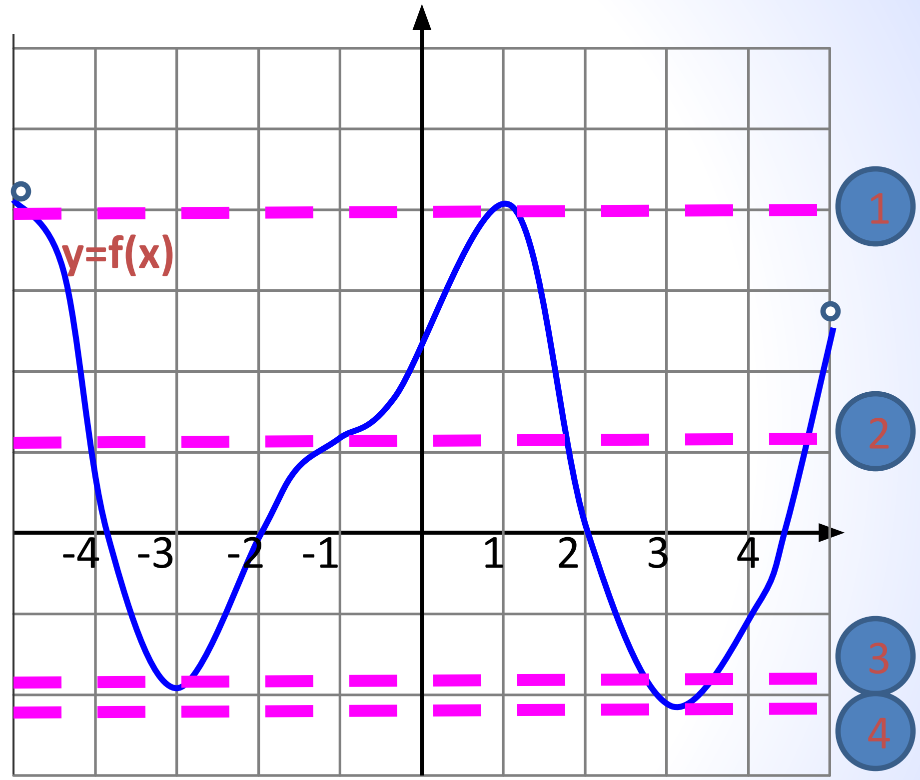
$$k = f'(x_o) = tg\,0$$

Задание№4 На рисунке изображен график функции y=f(x), определенный на интервале (-5;5).Найдите количество точек , в которых Касательная к графику функции параллельна прямой y=18

Теория

Прямая y=18 параллельна оси OX (горизонтальна)

Касательная к графику функции параллельна y=18 тоже параллельна оси OX



Решение

Приложить линейку к рисунку сверху горизонтально и, двигаясь вниз , сосчитай количество точек с горизонтальной касательной (учитывая перегиб)

Или считай количество Бугорков, перегибов и ямок

В 8 | 4

рассуждение

Задание№5

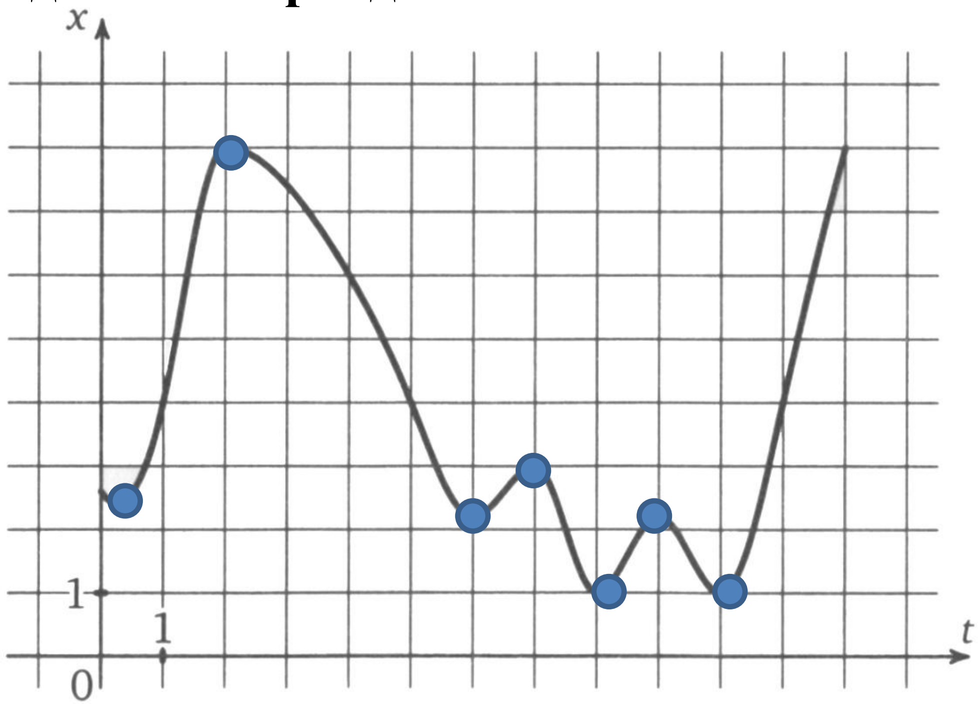
На рисунке изображен график движения точки по прямой. По горизонтали отложено время, по вертикали – расстояние до точки отсчета. Сколько раз за наблюдаемый период точка останавливалась.

Теория

Перед нами график прямолинейного движения.

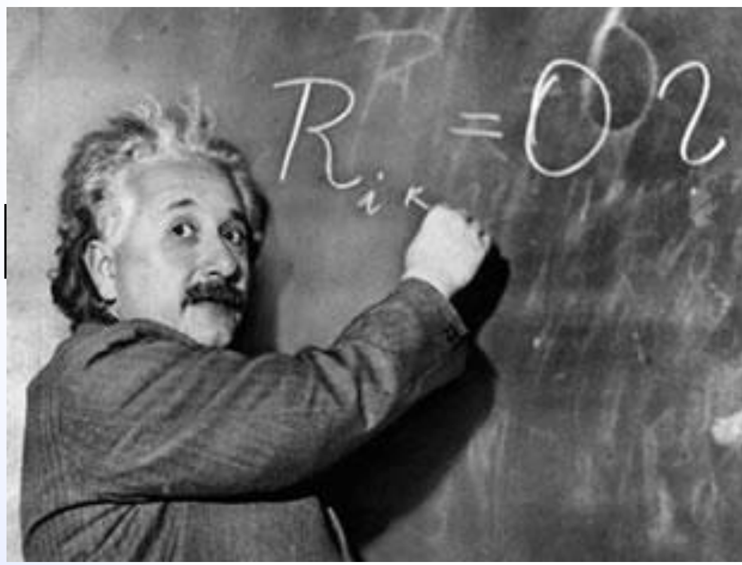
Физический смысл -значение производной в точке есть мгновенная скорость.

Точка, в которой производная равна 0 и есть остановка.



В 8 | 7

«Математика – это искусство называть



ещи одним

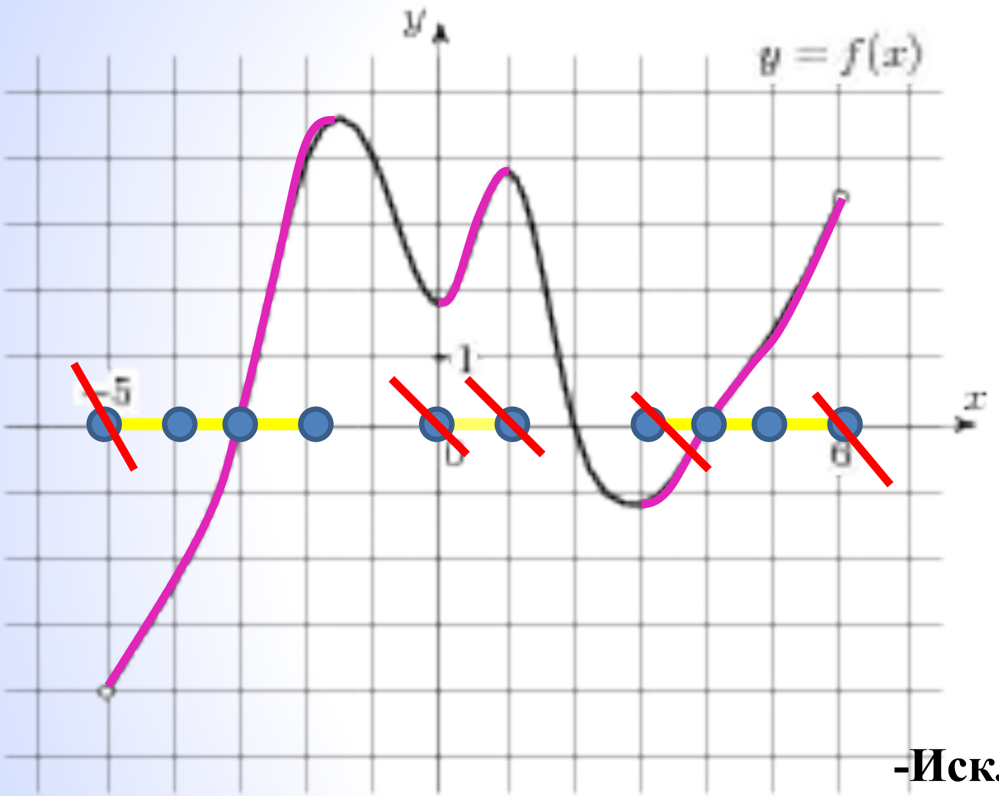
менем.»

т Эйнштеин

Задание№ 6

На рисунке изображен график функции , определенной на интервале . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Дан график функции



Теория:

F’(X)>0 , Следовательно , функция возрастает

Решение:

-Найдем участки возрастания функции

-(выделяем их последовательно на графике)

-Выделяем соответствующие им участки оси ОХ

- Найдем целые точки на этих отрезках

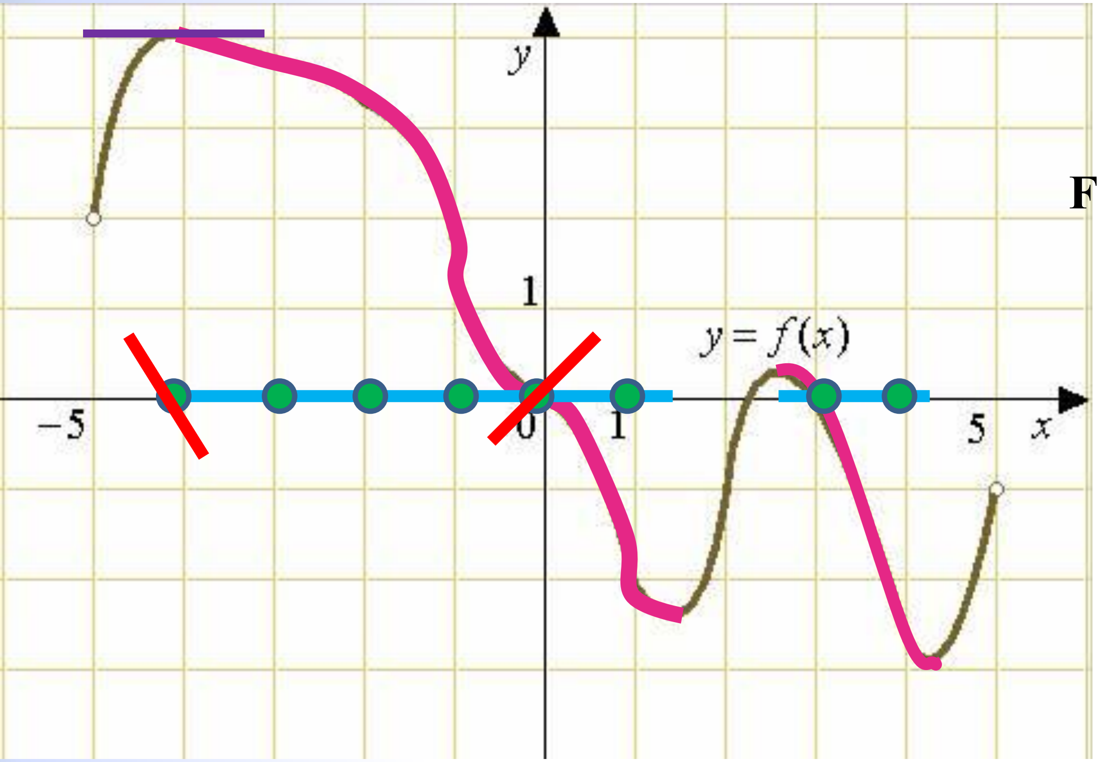
-Исключим точки, в которых производная равна нулю(в этих точках касательная параллельна оси ОХ) и еще исключим точки, являющиеся концами выделенных интервалов

- Считаем оставшиеся точки

В 8	5					

Задание№7

На рисунке изображен график функции , определенной на интервале .
Определите количество целых точек, в которых производная функции отр



Дан график функции

Теория:

F'(X)<0 , следовательно, функция убывает

Решение:

-Найдем участки убывания функции

-(выделяем их последовательно на графике)

-Выделяем соответствующие им участки оси ОХ

- Найдем целые точки на этих отрезках

-Исключим точки, в которых производная равна нулю(в этих точках касательная параллельна оси ОХ)

- Считаем оставшиеся точки

В 8	6					

Задание№8

На рисунке изображен график функции y =f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.

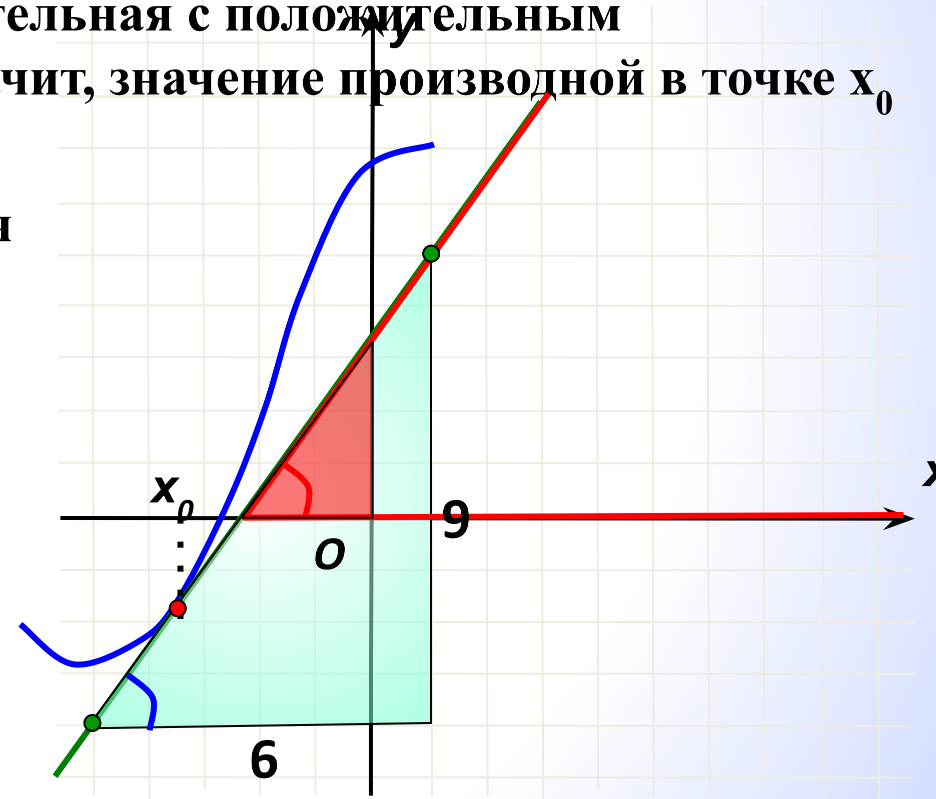
Решение:

1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ох, острый. Значит, значение производной в точке x_0 положительно.

2). Найдем тангенс этого угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников, например,….

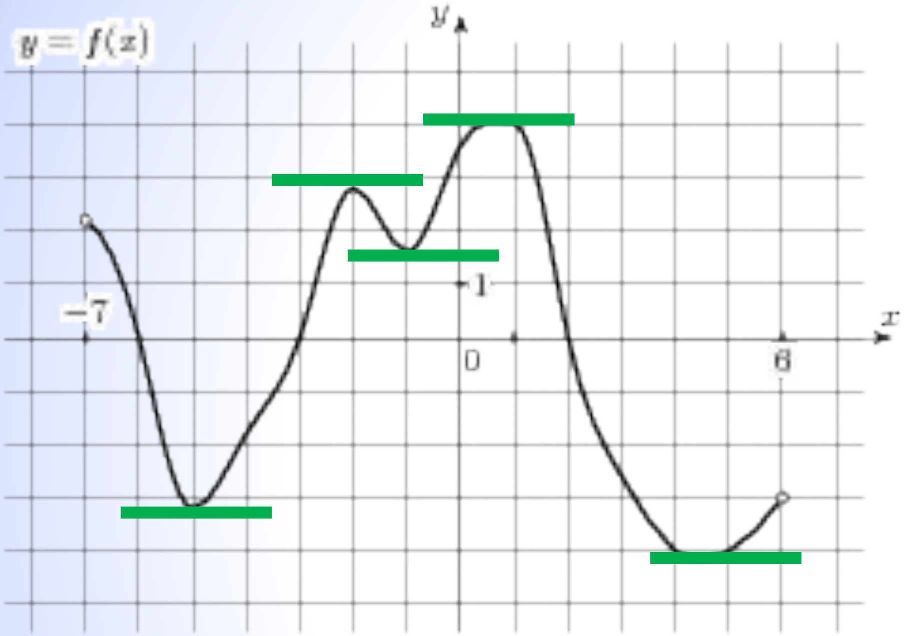
3). Найдем тангенс угла – это отношение 9:6.



В 8 | 1 , 5

Задание№9 **На рисунке изображен график функции** $y = f(x)$ **, определенной на интервале (-7;6)** .

Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$.



Теория

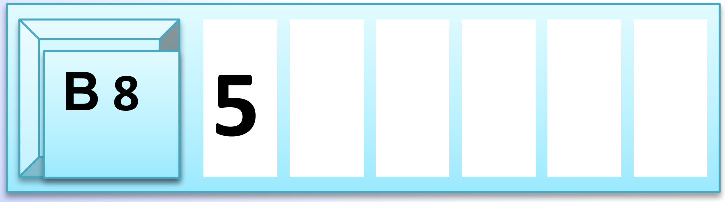
Прямая y=6 параллельна оси OX (горизонтальна)

Касательная к графику функции параллельна y=6 тоже параллельна оси OX

Решение:

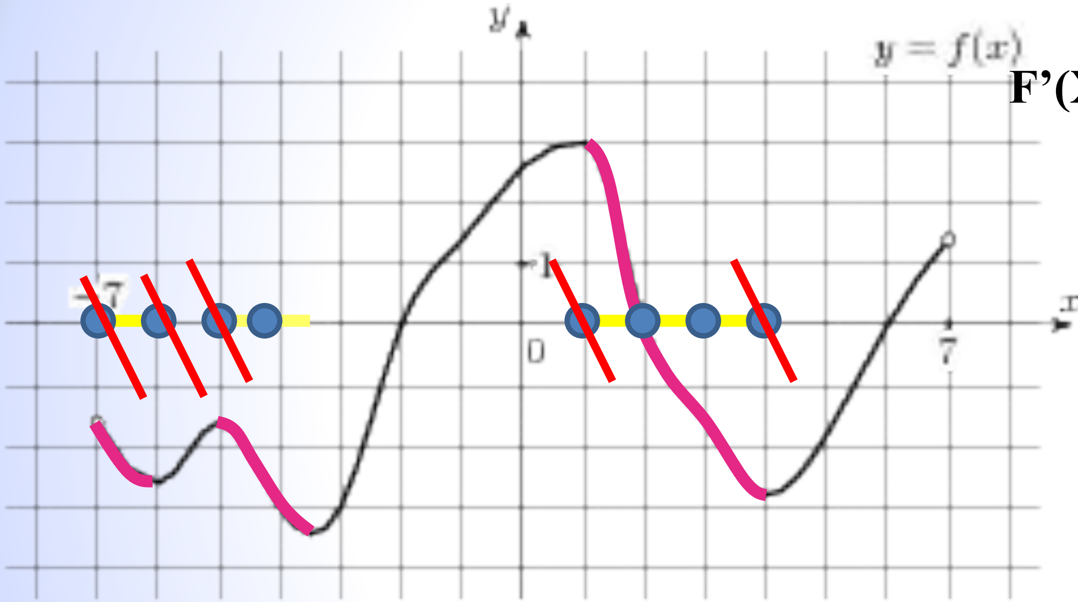
Считаем количество точек с горизонтальной касательной.

Или считай количество Бугорков, перегибов и ямок



Задание№10 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 7)$

Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Дан график функции

Теория:

F'(X)<0 , следовательно, функция убывает

Решение:

-Найдем участки убывания функции

-(выделяем их последовательно на графике)

-Выделяем соответствующие им участки оси OX

- Найдем целые точки на этих отрезках

-Исключим точки, в которых производная равна нулю(в этих точках касательная параллельна оси OX)

- Считаем оставшиеся точки

В 8	3					

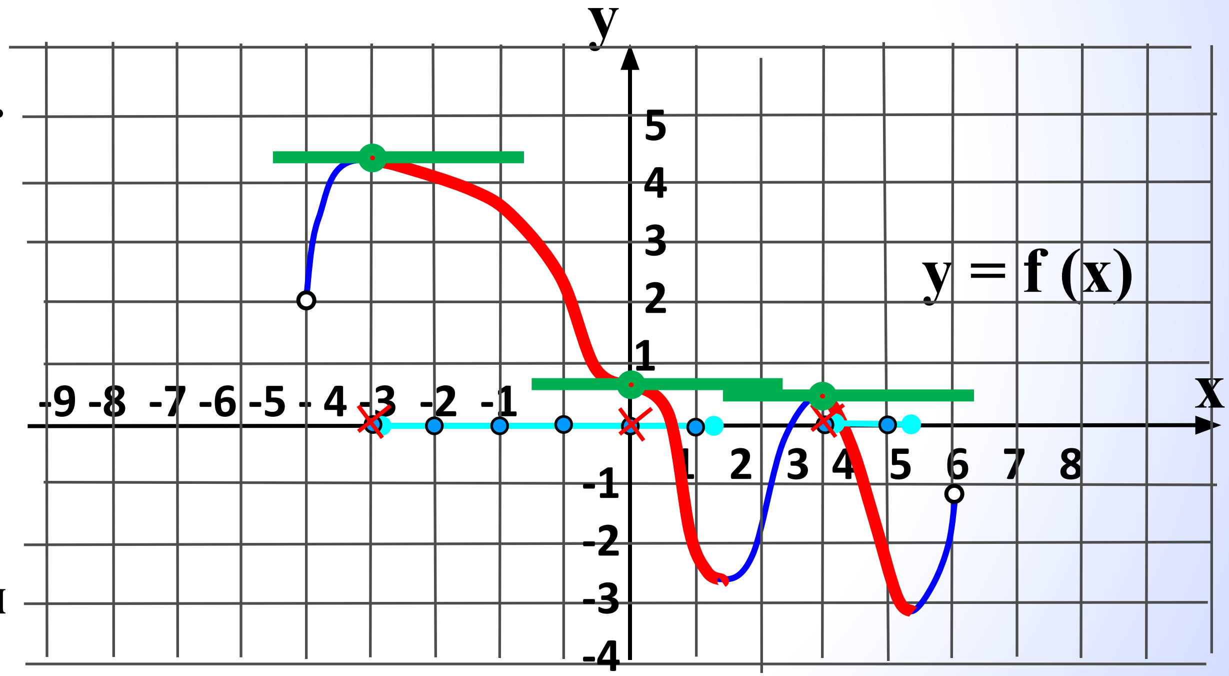
Задание№11 На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-5; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ох) х=0 точка перегиба, в этой точке производная равна 0!



В 8 | 5

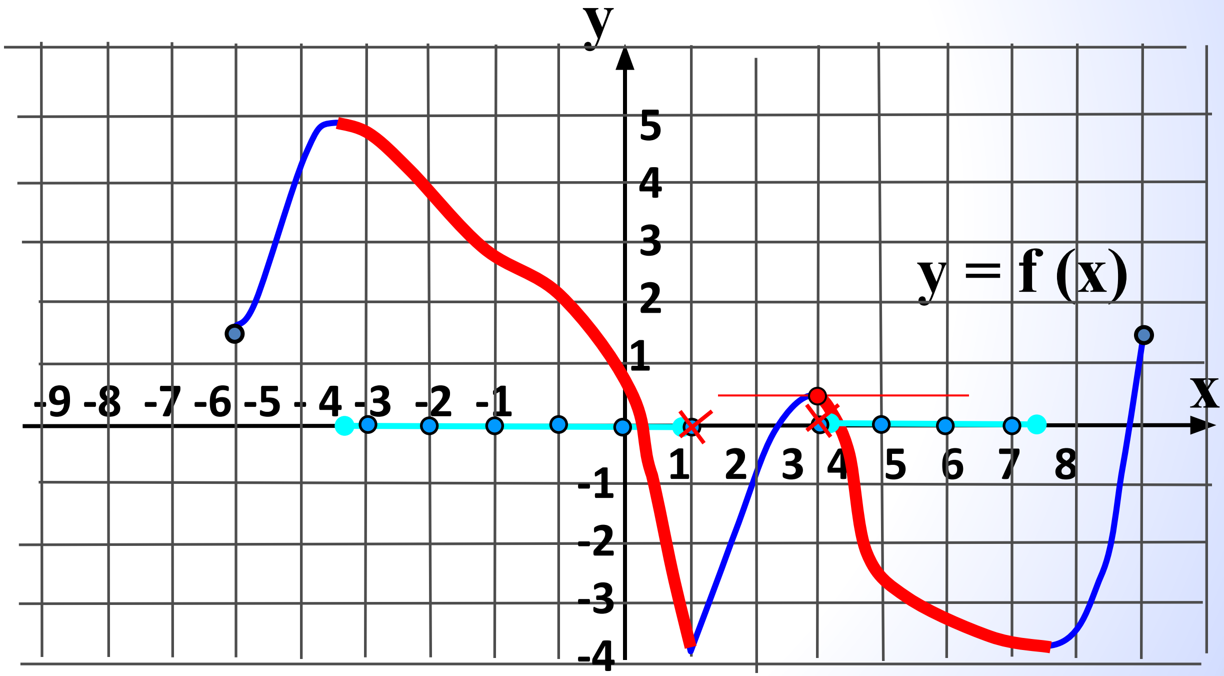
Задание№12 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-6; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

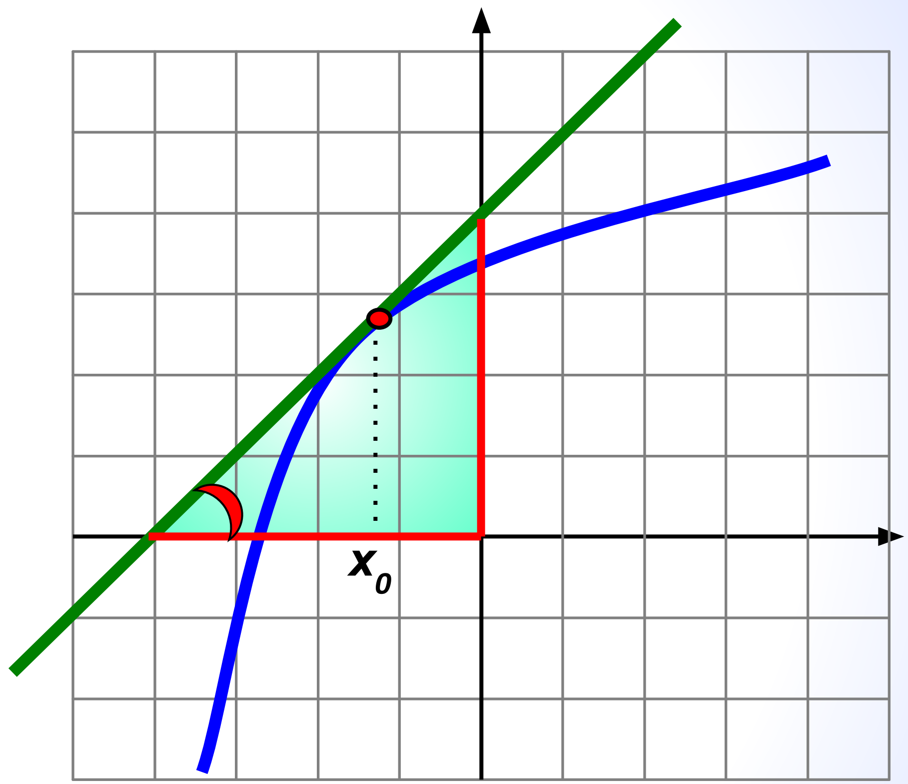
2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)
В точке x=1 производная не существует.



В 8 | 8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.



-5 р

-1 у

5 н

1 к

Проверка

Геометрический смысл производной: $k = \mathrm{tg}\,\alpha$

Угол наклона касательной с осью Ох острый, значит $k > o$.

Из прямоугольного треугольника находим $\mathrm{tg}\alpha = 4 : 4 = 1$

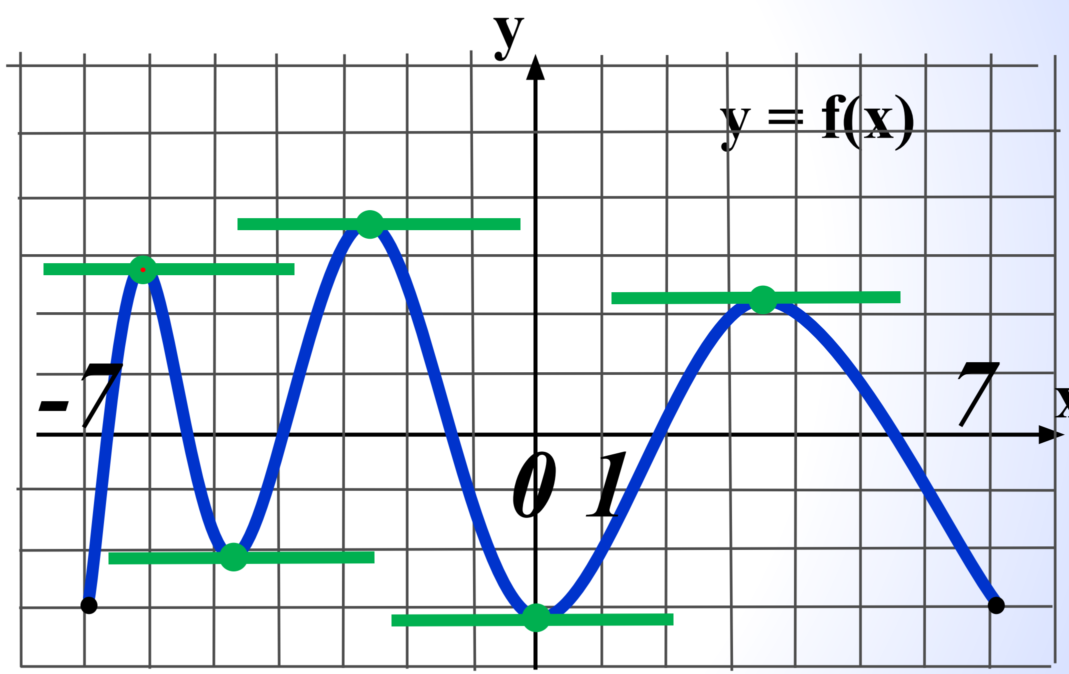
Непрерывная функция y = f(x) задана на отрезке [-7;7]
На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox.

3 б

5 о

6 з

4 м



Проверка

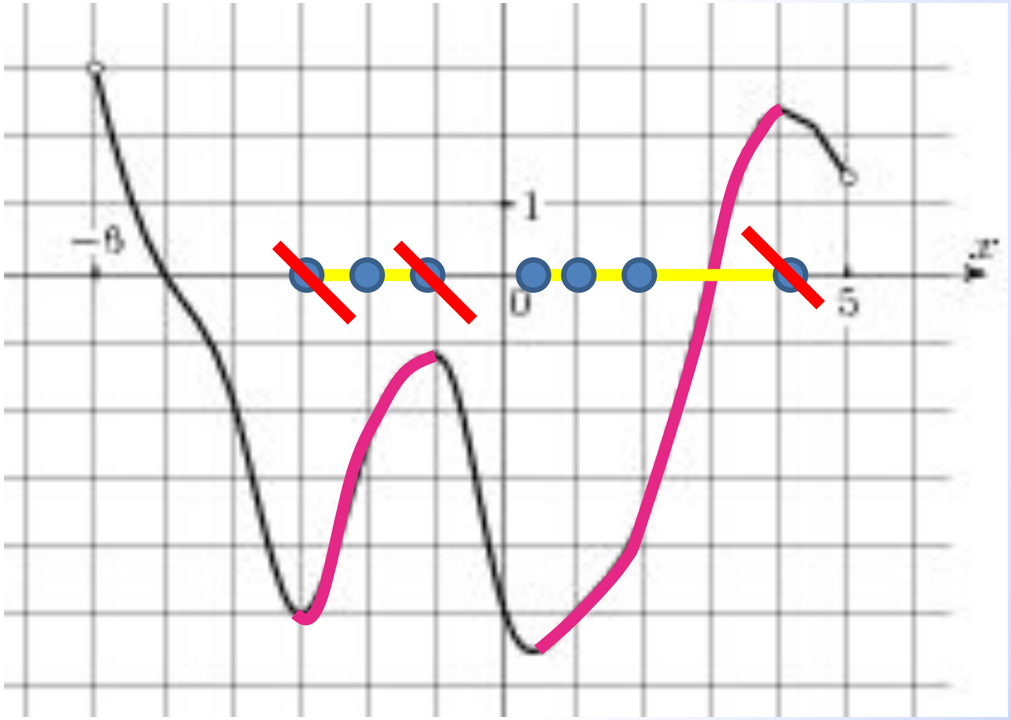
На рисунке изображен график функции y=f(x) , определенной на интервале[-6;6] . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

4 ш

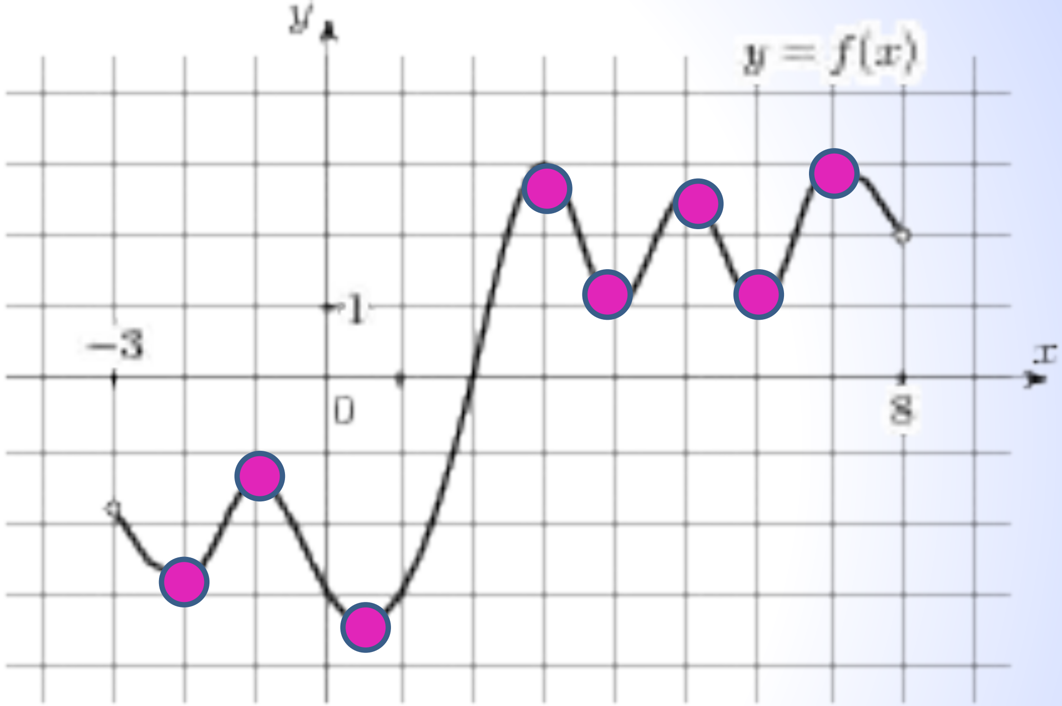
7 в

5 а

8 б



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$.
Найдите количество точек, в которых производная функция F'(x)=0.



10 к

8 и

1 о

5 у

Проверка

Огюсте́н Луи́ Коши́ (21 августа 1789, Париж — 23 мая 1857,Франция) — великий французский математик.
Разработал фундамент математического анализа, внёс огромный вклад в анализ, алгебру, математическую физику и многие другие области математики. Его имя внесено в список величайших учёных Франции, помещённый на первом этаже Эйфелевой башни.
Коши написал свыше 800 работ, полное собрание его сочинений содержит 27 томов. Его работы относятся к различным областям математики и математической физики.

Коши впервые дал строгое определение основным понятиям математического анализа — пределу, непрерывности, производной, дифференциалу ,интегралу, сходимости ряда и т. д. Его определение непрерывности опиралось на понятие бесконечно малого, которому он придал новый смысл: у Коши бесконечно малое — переменная величина, стремящаяся к нулю. Ввёл понятие радиуса сходимости ряда. Курсы анализа Коши, основанные на систематическом использовании понятия предела, послужили образцом для большинства курсов позднейшего времени.

«Деятельность – единственный путь к знанию». Б. Шоу

По данным исследований, в памяти человека остается:

1/4 часть услышанного материала

1/2 часть увиденного и услышанного

3/4 части материала , если ученик привлечен в активные действия в процессе обучения.


У меня всё получилось!!!
Надо решить ещё пару примеров.
Ну кто придумал эту математику !