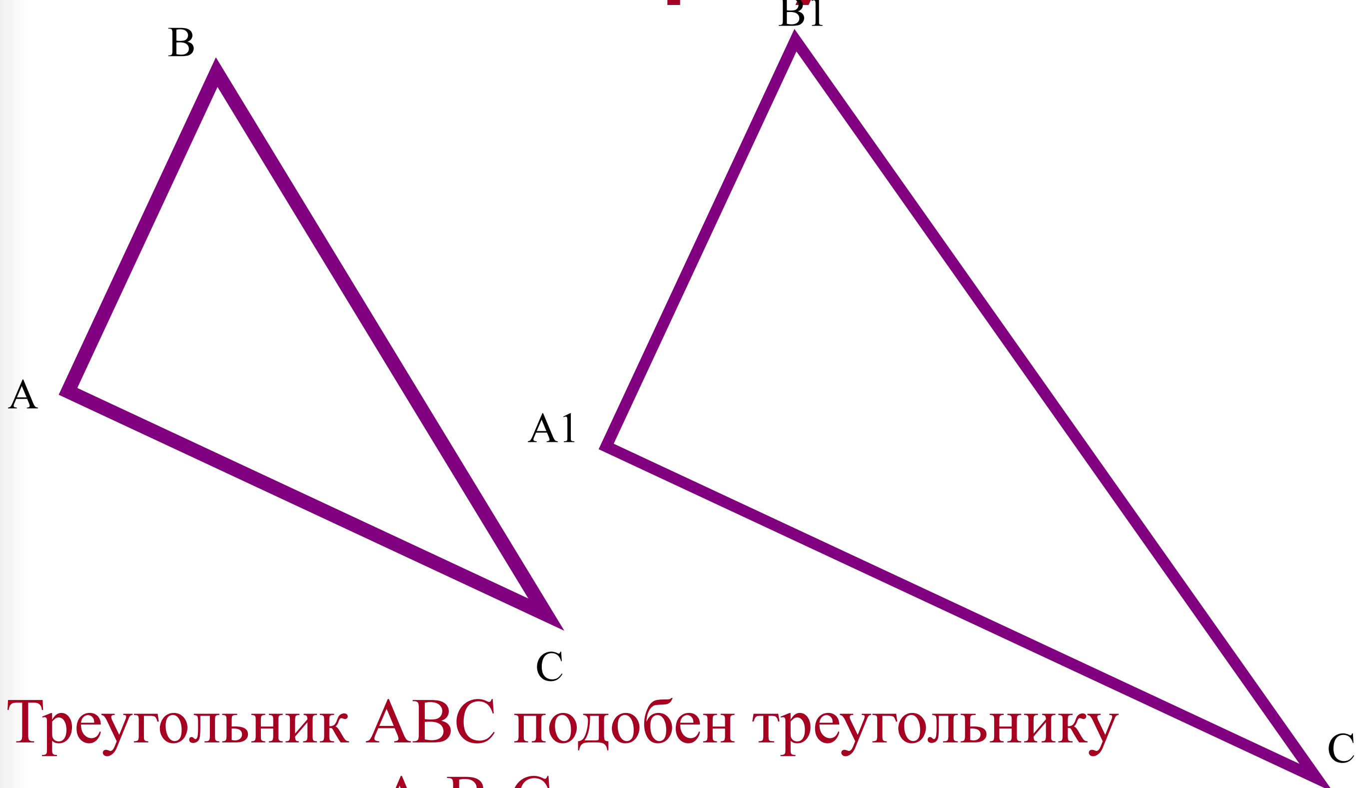
Повторение – мать учения

I. Подобные треугольники



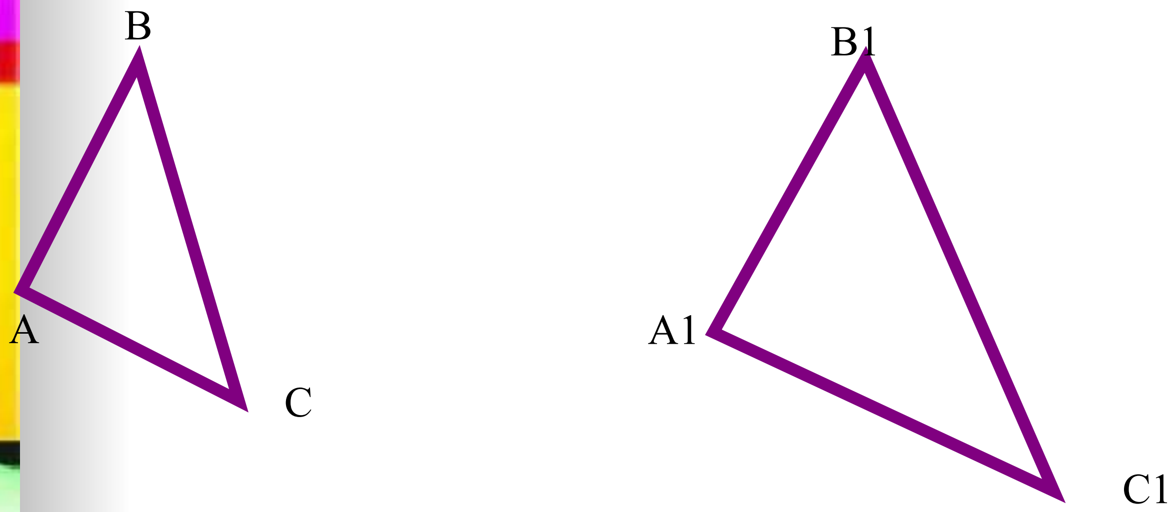
Треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$, если

$<A= <A_1; <B= <B_1 ; < C= <C_1$

и выполняется равенство:

$AB \backslash A_1B_1 = BC \backslash B_1C_1 = AC \backslash A_1C_1$

II. ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



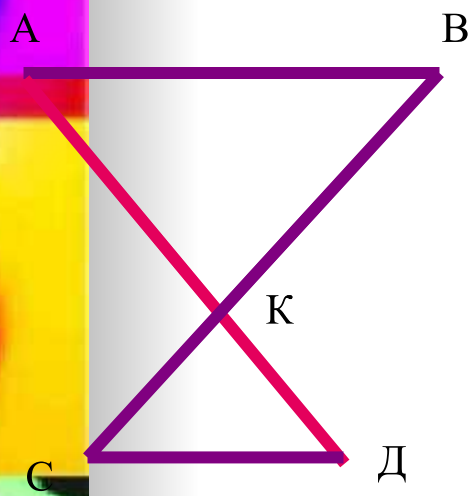
Треугольники подобны, если:

1) Два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника.

2) Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, а углы заключённые между этими сторонами равны.

3) Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника.

Задача 1



АВ II СД

Доказать:

Тр. АКВ подобен тр. ДКС

Задача 2

Треугольник АВС подобен треугольнику$A_1B_1C_1$

АВ= 2см., В1С1= 15 см

АВ: A_1B_1=1:5

Найти:

A_1B_1=? ВС= ?

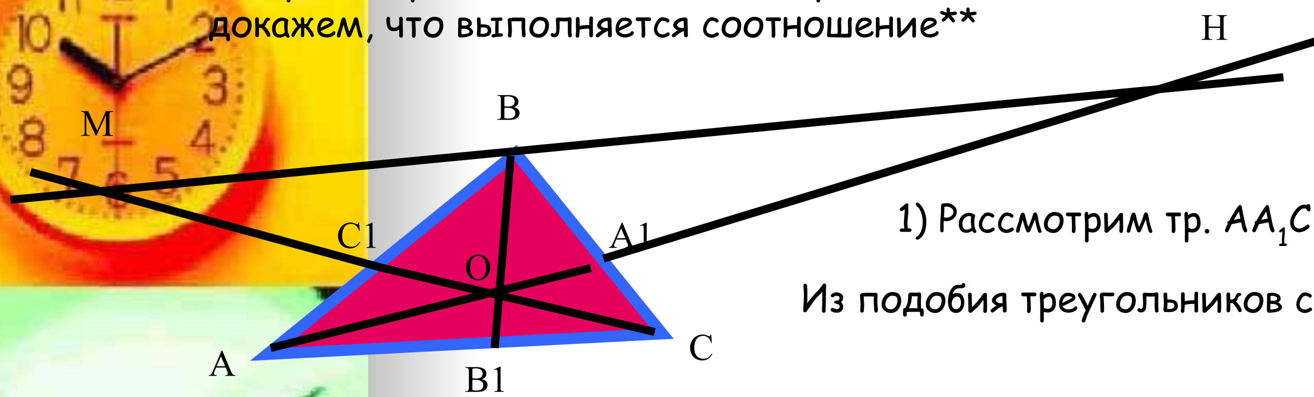
Теорема Чевы

Италия (18 век)

Пусть точки A_1, B_1, C_1 лежат соответственно на сторонах BC, AC и AB треугольника ABC . Отрезки AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда выполняется равенство:

$$\frac{AB_1}{B_1C}\cdot\frac{CA_1}{A_1B}\cdot\frac{BC_1}{C_1A} = 1 \quad **$$

--.Пусть отрезки AA1, BB1, CC1 пересекаются в точке O. докажем, что выполняется соотношение**



1) Рассмотрим тр. AA_1C и тр. HA_1B

Из подобия треугольников следует $\frac{CA_1}{A_1B} = \frac{AC}{BH}$ (1)

2) Рассмотрим тр.BC_1M и тр. AC_1C : из подобия треугольников следует $\frac{BC_1}{C_1A} = \frac{MB}{AC}$ (2)

(3) 3) Рассмотрим тр.AOB_1 и тр. HOB : из подобия треугольников следует $\frac{AB_1}{BH} = \frac{OB_1}{OB}$

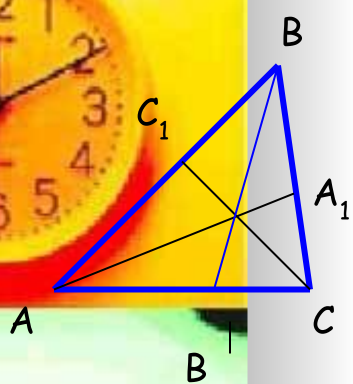
4) Рассмотрим тр. COB1 и тр.MOB : из подобия треугольников следует $\frac{B_1C}{MB} = \frac{OB_1}{OB}$ (4)

Из (3) и (4) следует, что $\frac{AB_1}{BH} = \frac{B_1C}{MB}$, т. е. $\frac{AB1}{B1C} = \frac{BH}{MB}$ (5)

(5)*(1)*(2) : $\frac{\cancel{AB1}}{B1C} * \frac{\cancel{CA1}}{A1B} * \frac{\cancel{BC1}}{C1A} = \frac{\cancel{BH}}{MB} * \frac{\cancel{AC}}{BH} * \frac{\cancel{MB}}{AC} = 1$

Пусть точки A1, B1, C1 лежат на сторонах BC, AC и AB треугольника ABC и пусть для отрезков сторон выполняется равенство: $\frac{AB_1}{B1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = 1$

Покажем , что отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 проходят через одну точку. (*)



Так как три отрезка AA_1, $BB^{!}$, CC_1 пересекаются в одной точке, то имеет место равенство: $\frac{\cancel{AB^{!}}}{B^{!}C} \cdot \frac{\cancel{CA_1}}{A_1B} \cdot \frac{\cancel{BC_1}}{C_1A} = 1$ (**)

Из равенств (*) и (**) следует, что $\frac{AB^{!}}{B^{!}C} = \frac{AB_1}{B_1C} = к$

$AB^{!} = кB^{!}C$ и $AB_1 = к\ B_1C$ (***)

Но $AB^{!} + B^{!}C = AC$ из (***) имеем $кB^{!}C + B^{!}C = (к+1)B^{!}C = AC$

$AB_1 + B_1C = AC$ из (***) имеем $кB_1C + B_1C = (к+1)B_1C = AC$

Значит $B_1C = B^{!}C$

Так как точки B_1 и $B^{!}$ лежат на отрезке AC, то B_1 и $B^{!}$ совпадают

Значит отрезок BB_1 проходит через точку O