

Цепи с распределенными параметрами. (длинные линии)

Условное изображение двухпроводной длинной линии

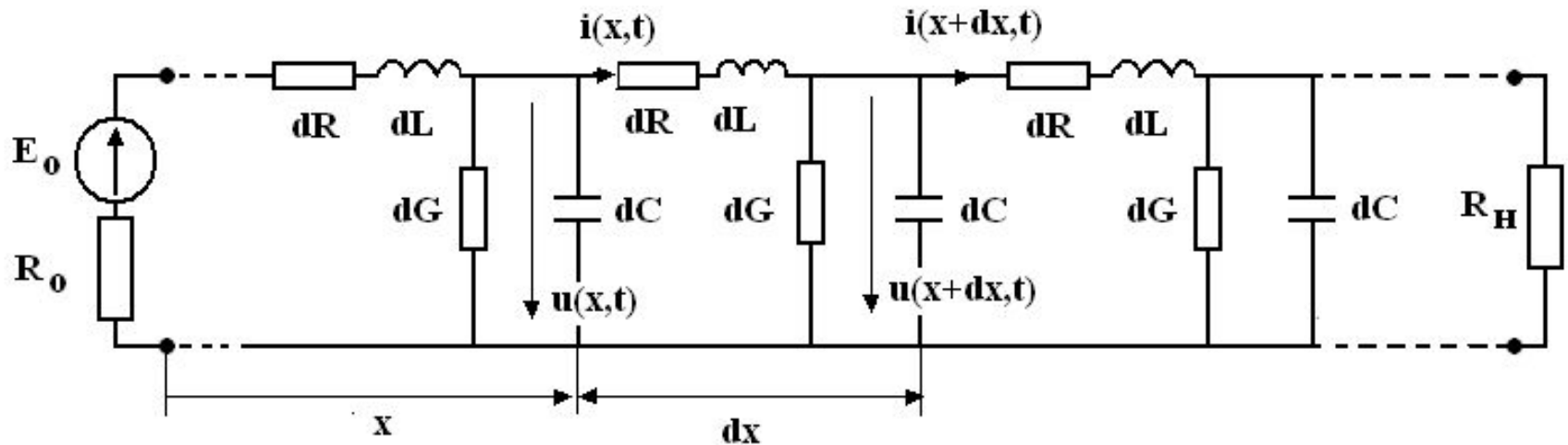
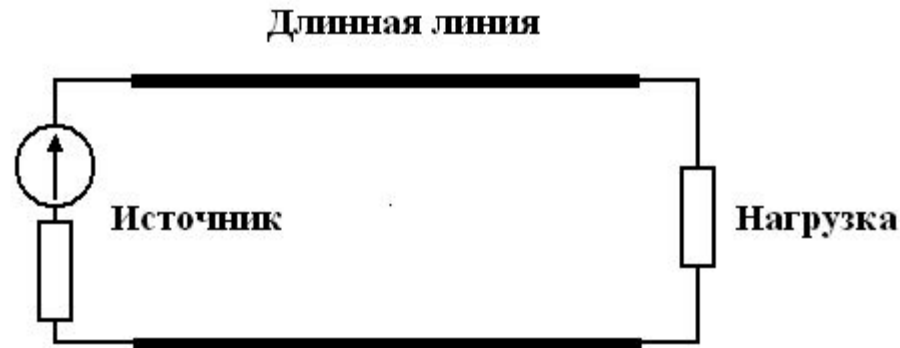


Схема замещения длинной линии

Волновые(телеграфные) уравнения длинной линии

Уравнения эллиптического типа

$$\begin{aligned}-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= Ri(x,t) + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= Gu(x,t) + C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}.\end{aligned}$$

Первичные параметры длинных линий.

Уравнение передачи длинных линий.

$$dR = R \cdot dX \quad dL = L \cdot dX \quad dG = G \cdot dX \quad dC = C \cdot dX$$

Погонные параметры длинной линии

$$R \left(\frac{\text{Ом}}{\text{км}} \right) \quad L \left(\frac{\text{Гн}}{\text{км}} \right) \quad G \left(\frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{км}} \right) \quad C \left(\frac{\text{Ф}}{\text{км}} \right)$$

Первичные параметры длинной линии

$$-\frac{d}{dx} U = I \cdot (R + j\omega L)$$

$$-\frac{d}{dx} I = U \cdot (G + j\omega C)$$

Уравнения
передачи

длинных линий

Решение уравнений передачи для комплексных амплитуд

$$U(x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}$$

$$I(x) = \frac{A_1}{Z_B} e^{-\gamma x} - \frac{A_2}{Z_B} e^{\gamma x}.$$

волновые параметры длинной линии

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

γ - коэффициент
 распространения;
 α коэффициент
 затухания;
 β коэффициент
 фазы,

$$Z_B = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = |Z| e^{j\varphi} \quad \text{волновое сопротивление линии.}$$

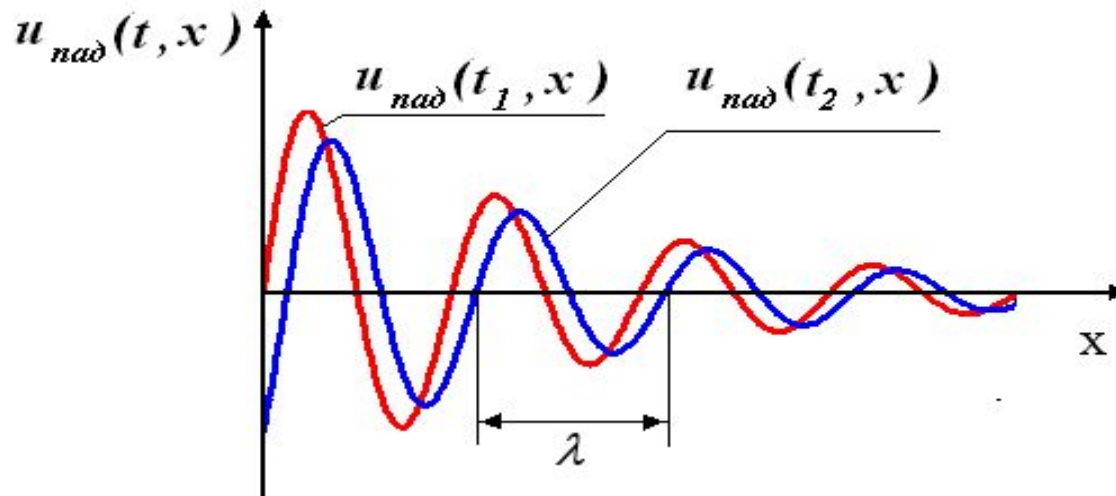
Падающие и отраженные волны в длинной линии

$$u(t, x) = |A_1| e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi_1) + |A_2| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2);$$

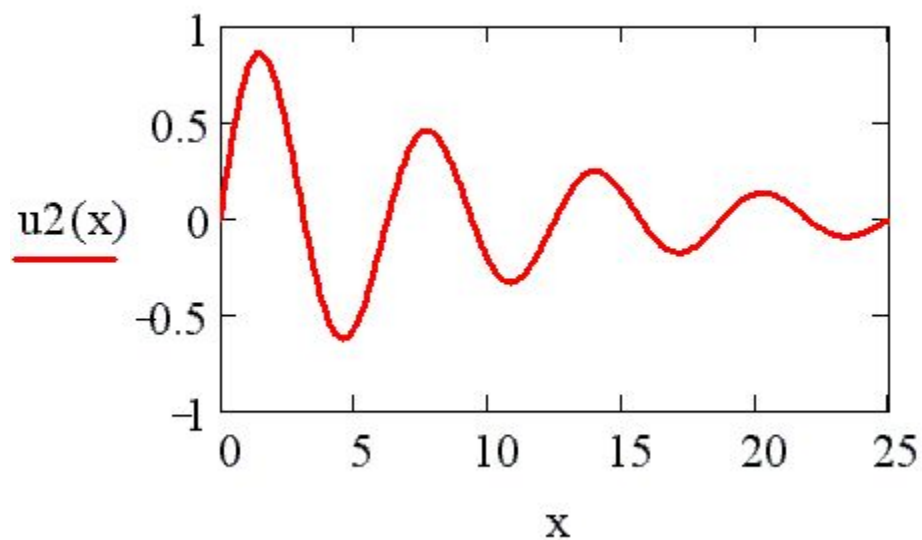
$$i(t, x) = \left| \frac{A_1}{Z_B} \right| e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi_1 - \varphi_B) - \left| \frac{A_2}{Z_B} \right| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2 - \varphi_B).$$

$$u(t, x) = u_{nad} + u_{omp};$$

$$i(t, x) = i_{nad} + i_{omp}.$$



Перемещение падающей волны от начала
линии к ее концу



Длина волны , фазовая скорость в длинной линии

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$v_{\phi} = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{T\beta} = \frac{\omega}{\beta}$$

Длина волны

Фазовая скорость

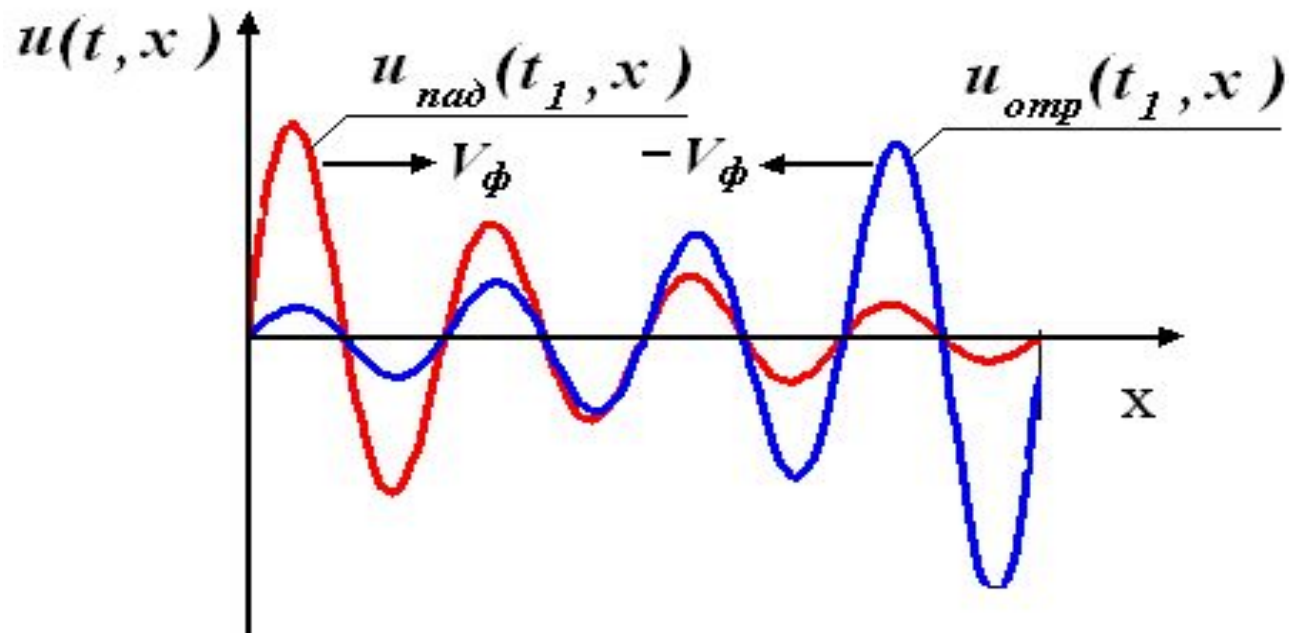
$$\alpha \approx 0 \quad \beta = \omega\sqrt{LC} \quad L = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad C = \frac{\pi \cdot \epsilon_a}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$$

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек} \quad v_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \leq 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}$$

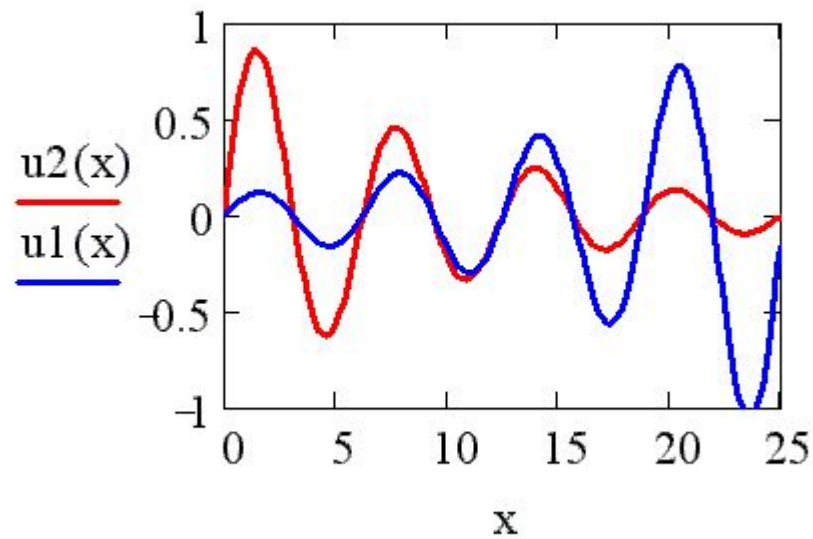
Фазовая скорость воздушных линий

**Фазовая скорость
кабельных линий**

Волновые процессы. Падающая и отраженная волны.



Перемещение падающей и отраженной волн в линии



Волновые процессы. Падающие и отраженные волны

Коэффициент отражения

$$\frac{\dot{U}_{omp}}{\dot{U}_{nad}} = -\frac{\dot{I}_{omp}}{\dot{I}_{nad}} = \frac{\dot{U}_2 - Z_b \dot{I}_2}{\dot{U}_2 + Z_b \dot{I}_2} e^{-2\gamma(l-x)}$$

$$K_{omp} = \frac{\dot{U}_2 - Z_b \dot{I}_2}{\dot{U}_2 + Z_b \dot{I}_2} = \frac{Z_H - Z_\epsilon}{Z_H + Z_\epsilon} = |K_{omp}| \cdot e^{j\Psi_k}$$

$$U_{\boxtimes}(x) = U_{nad}(x)(1 + K_{omp} e^{-2\gamma(l-x)}) \quad I_{\boxtimes}(x) = I_{nad}(x)(1 - K_{omp} e^{-2\gamma(l-x)})$$

$Z_H = Z_\epsilon$ - режим согласованной нагрузки, $K_{omp} = 0$
 $Z_H = 0$ - режим короткого замыкания, $K_{omp} = -1$
 $Z_H = \infty$ - режим холостого хода, $K_{omp} = 1$

Постоянная передачи линии

$$\gamma l = \alpha l + j\beta l$$

αl

собственное, волновое,
характеристическое затухание

βl

собственная, волновая,
характеристическая фаза линии

АЧХ, ФЧХ линии

$$AЧХ = \frac{U_2}{U_1} \bigg|_{Z_{\text{н}}=Z_b} = \frac{I_2}{I_1} \bigg|_{Z_{\text{н}}=Z_b} = e^{-\alpha l} \quad \PhiЧХ = (\psi_{U_2} - \psi_{U_1})_{Z_{\text{н}}=Z_b} = -\beta l$$

Входное сопротивление
линии

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_b \frac{1 + K_{\text{отр}} e^{-2\gamma l}}{1 - K_{\text{отр}} e^{-2\gamma l}}$$