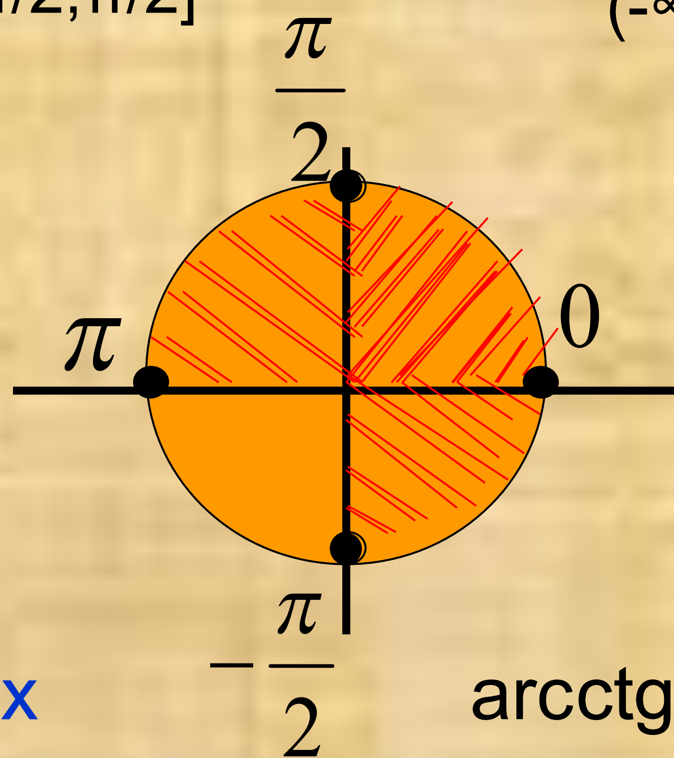
Решение простейших тригонометрических уравнений.

arcsin a = x

[-1;1] [- π/2;π/2]

arctg a = x

(-∞;+∞) (- π/2;π/2)



arccos a = x

[-1; 1] [0;π]

arcctg a = x

(-∞;+∞) (0;π)

Вычислите:

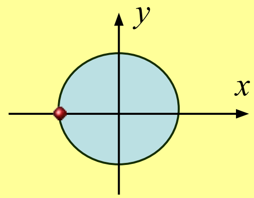
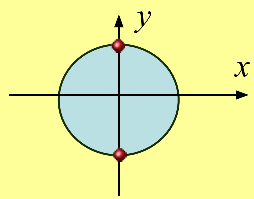
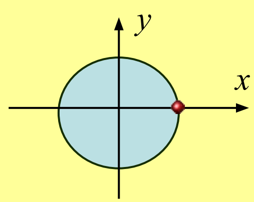
arcsin $\frac{\sqrt{3}}{2}$	
arccos $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	
arctg $\frac{\sqrt{3}}{3}$	
arcsin $\frac{\sqrt{2}}{2}$	
arcctg $(-\sqrt{3})$	

Найдите ошибку

arcsin (-1) = $\frac{3\pi}{2}$	
arccos $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ = $-\frac{\pi}{4}$	
arctg $\sqrt{3}$ = $\frac{\pi}{6}$	
arcsin $\left(-\frac{1}{2}\right)$ = $\frac{5\pi}{6}$	
arcctg $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ = $-\frac{\pi}{3}$	

cos x = a

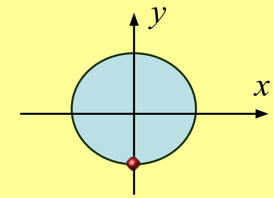
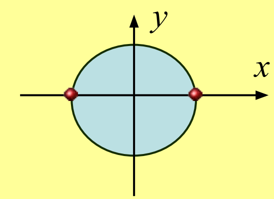
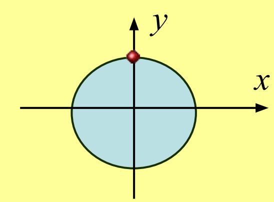
1. a > 1 или a < -1 уравнение корней не имеет
2. Частные случаи:

$\cos x = -1$	
$\cos x = 0$	
$\cos x = 1$	

3. $x = \pm \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$

sin x = a

1. a > 1 или a < -1 уравнение корней не имеет
2. Частные случаи:

$\sin x = -1$	
$\sin x = 0$	
$\sin x = 1$	

3. $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k,\ k \in Z$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi n, \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n,\ n \in Z \end{array}\right.$$

Решите уравнение:

1). 2 sin x = 1 $\qquad x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k \_ k \in Z$

2). $-\sqrt{2}\cos x = 1 \qquad x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \_ n \in Z$

3). $2\sin x = -\sqrt{3} \qquad x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + \pi k \_ k \in Z$

4). $\cos x = \sqrt{3}$ уравнение корней не имеет

5). $\sin x = -0.1 \qquad x = (-1)^{k+1}\arcsin 0.1 + \pi k \_ k \in Z$

6). $\cos(x+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$

6) **cos(x+π/3) = ½**

x+π/3 = ±arccos1/2 + 2πk, kЄZ

x+π/3 = ±π/3 + 2πk, kЄZ

x = -π/3 ± π/3 + 2πk, kЄZ

Ответ: -π/3 ± π/3 + 2πk, kЄZ

$$7).\ \sin(\pi - \frac{x}{3}) = 0$$

3) **sin(π – x/3) = 0**

упростим по формулам приведения

sin(x/3) = 0

частный случай

x/3 = πk, kЄZ

x = 3πk, kЄZ.

Ответ: 3πk, kЄZ.

Пример.

Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+\sqrt{3}=0$

<u>Решение.</u> $2\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-\sqrt{3},\quad \cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Учитывая четность косинуса, получим

$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Следовательно,

$$\text{или } x\,\frac{\pi}{4} = \pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}+2\pi k \quad Z \qquad -\frac{\pi}{4}=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi \;, \quad \in$$

$$x=\frac{\pi}{4}\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\, k\in Z$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{4}\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\, k\in Z$

1 вариант

$$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = \frac{1}{2}$$

$$-2\cos x = 0$$

$$-\sqrt{3}\operatorname{ctg}\frac{x}{4} = 3$$

2 вариант

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos(-x) = -1$$

$$\sqrt{3}\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 1$$