
Если ты услышишь, что кто-то не любит математику, не верь.

Её нельзя не любить - её можно только не знать.

Квадратные уравнения

(методы решения)

Азбука квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$(a \neq 0)$$

Неполные квадратные уравнения:

$ax^2 = 0$	$x = 0$
$ax^2 + bx = 0,$ $(b \neq 0)$	$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \end{array} \right.$
$ax^2 + c = 0,$ $(c \neq 0)$	Если $-\frac{c}{a} < 0$, то <i>корней нет</i> Если $-\frac{c}{a} > 0$, то $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\underline{D < 0}$$

Корней
нет

$$\underline{D = 0}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$\underline{D > 0}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$b = 2k$ (четное число)

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$(D_1 \geq 0)$$

Теорема Виета

если x_1 и x_2 – корни
уравнения
 $x^2 + px + q = 0 \quad (D \geq 0)$

то $x_1 + x_2 = -p$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

если x_1 и x_2 – корни
уравнения
 $ax^2 + bx + c = 0 \quad (D \geq 0)$

то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Решите уравнения

$$5x^2 = 15x$$

$$3x^2 - 75 = 0$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$5x^2 - 7x - 6 = 0$$

Проверка

<i>Уравнение</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>b² - 4ac</i>	<i>x₁</i>	<i>x₂</i>	<i>x₁ + x₂</i>	<i>x₁ · x₂</i>
$x^2 - 7x + 12 = 0$	1	-7	12		4	3	7	12
$5x^2 - 7x - 6 = 0$	5	-7	-6	169	2	-0,6	1,4	-1,2
$5x^2 = 15x$	5	-15	0		0	3		
$3x^2 - 75 = 0$	3	0	-75		5	-5		

Специальные методы:

1. Метод выделения квадрата двучлена.
2. Метод «переброски» старшего коэффициента
3. На основании теорем:

Далее

Метод выделения квадрата двучлена.

Цель: привести квадратное уравнение общего вида к неполному квадратному уравнению.

Пример:

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Метод «переброски» старшего коэффициента.

Корни квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{и} \quad y^2 + by + ac = 0$$

связаны соотношениями

$$x_1 = \frac{y_1}{a} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{y_2}{a}$$

В некоторых случаях бывает удобно решать сначала не данное квадратное уравнение, а приведенное, полученное «переброской» коэффициента a .

Пример: $2x^2 - 9x - 5 = 0$

На основании теорем:

- ❖ Если в квадратном уравнении $a+b+c=0$, то один из корней равен 1, а второй по теореме Виета равен $\frac{c}{a}$
- ❖ Если в квадратном уравнении $a+c=b$, то один из корней равен -1, а второй по теореме Виета равен $\left(-\frac{c}{a}\right)$

Примеры:

$$157x^2 + 20x - 177 = 0$$

$$203x^2 + 220x + 17 = 0$$

Общие методы:

- ◆ Разложение на множители;
- ◆ Введение новой переменной;
- ◆ Графический метод.



Далее

Метод разложения на множители

Цель: привести квадратное уравнение общего вида к виду

$$A(x) \cdot B(x) = 0,$$

где $A(x)$ и $B(x)$ – многочлены относительно x .

Способы:

- Вынесение общего множителя за скобки;
- Использование формул сокращенного умножения;
- Способ группировки.

Пример: $3x^2 + 2x - 1 = 0$

Введение новой переменной.

Умение удачно ввести новую переменную – важный элемент математической культуры. Удачный выбор новой переменной делает структуру уравнения более прозрачной.

Пример: $(5x + 3)^2 = 3(5x + 3) - 2$

Решение уравнений с отрицательными дискриминантами

$$i^2 = -1.$$

Решите уравнение

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот задача Бхаскары:

Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.

А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.

Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?

Решение задачи Бхаскары:

Пусть было x обезьянок,
тогда на поляне забавлялось $\left(\frac{x}{8}\right)^2$.

Составим уравнение:

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

Ответ $x_1 = 16$, $x_2 = 48$ обезьянок.