



Наименьшее общее кратное



Цели:



- ❖ *ввести понятия **наименьшего общего кратного (НОК)**;*
- ❖ *формировать умения нахождения **наименьшего общего кратного**;*
- ❖ *отрабатывать умение решать задачи на **использование НОК и НОД**.*

Изучение нового материала

От одной пристани к другой ходят два катера. Начинают работу одновременно в 8 ч утра. Первый катер на рейс туда и обратно тратит 2ч, а второй - 3 ч.

Через какое наименьшее время оба катера опять окажутся на первой пристани, и сколько рейсов за это время сделает каждый катер?

Сколько раз за сутки эти катера встретятся на первой пристани, и в какое время это будет происходить?



*Туда и обратно
идет 2 ч.*

*Туда и обратно
идет 3 ч.*

*Подумайте
Сколько*

*В какое время это будет
происходить?*

2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24.

3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24.

Наименьшее общее кратное

*Значит, через 6 ч после начала работы два катера
одновременно окажутся на первой пристани.*

4 раза

В 14 ч, 20 ч, в 2 ч ночи, в 8 утра.

Первый – 3 рейса, второй – 2 рейса.

Определение.

Наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из данных натуральных чисел, называется *наименьшим общим кратным*.

Обозначение: $\text{НОК}(2; 3) = 6$.

Алгоритм нахождения НОК:

1. Разложить все числа на простые множители.
2. Написать разложение одного из чисел (лучше наибольшего).
3. Дополнить данное разложение теми множителями из разложения других чисел, которые не вошли в написанное разложение.

Пример:

Найдите наименьшее общее кратное чисел: 75 и 60.

75		3	60		2	$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$
25		5	30		2	
5		5	15		3	
1			3		3	
			1			

$\text{НОК}(75; 60) = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 75 \cdot 2 \cdot 2 = 300.$

Вдоль дороги от пункта А поставлены столбы через каждые 45 м. Эти столбы решили заменить другими, поставив их на расстоянии 60 м друг от друга. Найдите расстояние от пункта А до ближайшего столба, который будет стоять на месте старого.

**Нужно найти НОК
чисел 45 и 60.**

$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{НОК}(45; 60) = 60 \cdot 3 = 180,$$

значит 180 м.

Ответ: 180 м.

В портовом городе начинаются три туристских теплоходных рейса, первый из которых длится 15 суток, второй 20 суток и третий 12 суток. Вернувшись в порт, теплоходы в этот же день снова отправляются в рейс. Сегодня из порта вышли теплоходы по всем трем маршрутам. Через сколько суток они впервые снова вместе уйдут в плавание?

**Нужно найти НОК
чисел 15; 20 и 12.**

$$15 = 3 \cdot 5;$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5;$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3;$$



**НОК (15; 20; 12) = 20 · 3 = 60,
следовательно, через 60 суток.**

Историческая минутка.

Слово «крат» - старинное русское слово (XI век), означающее «раз». Слова «многократно» означает «много раз».

Понятием кратного пользуются в жизненной практике при установлении вида года. Через каждые три обыкновенных года, в каждом из которых по 365 дней (в феврале 28 дней), бывает четвертый год, так называемый високосный, в котором 366 дней (в феврале 29 дней).

Если число, которым выражается указанный год, есть число, кратное 4, то указанный год високосный, а если не кратно 4, то год обыкновенный. Так, 2008 год - високосный, так как 2008 кратно 4, 2007 - не високосный, так как 2007 не кратно 4.

Найдите **наименьшее общее кратное** чисел a и b , если:

в) $a = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$;

г) $a = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

в) $\text{НОК}(a; b) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 3 = 3300$;

г) Так как b делится на a , то НОК будет само число b ;

$\text{НОК}(a; b) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 700$

Найдите **наименьшее общее кратное** чисел:

б) 12 и 16;



12		2
6		2
3		3
1		

16		2
8		2
4		2
2		2
1		

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot \textcircled{3}$$

$$16 = \textcircled{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$\text{б) НОК (12; 16) = } \textcircled{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \textcircled{3} = 48;$$

Найдите **наименьшее общее кратное** чисел:

г) 396 и 180;



396	2
198	2
99	3
33	3
11	11
1	

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$396 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11;$$

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{г) НОК (396; 180) = } 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 5 = 1980;$$

Найдите **наименьшее общее кратное** чисел:

e) 168, 231 и 60.



168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

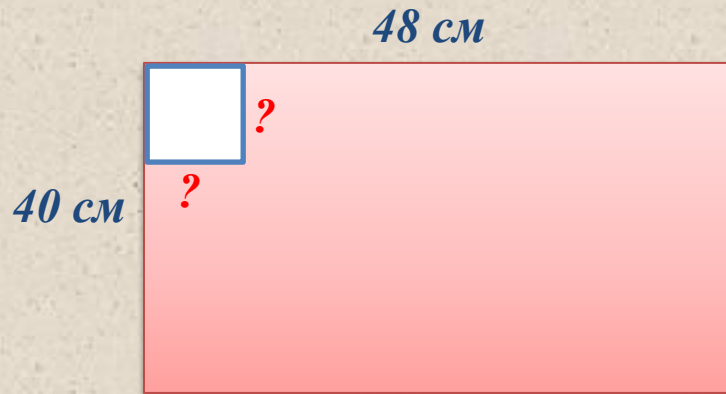
231	231
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7; \quad 231 = 1 \cdot 231; \quad 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$e) \text{НОК} (168; 231; 60) = 231 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 = 194\ 040$$

Лист картона имеет форму прямоугольника, длина которого 48 см, а ширина 40 см. Этот лист надо разрезать без отходов на равные квадраты. Какие наибольшие квадраты можно получить из этого листа?



***НОД чисел 48 и 40 -
длина стороны
квадрата***

$$\text{НОД}(48; 40) = 8,$$

значит, квадраты будут со стороной 8 см.

$$48 \cdot 40 = 1920 \text{ (см}^2\text{)} - \text{площадь прямоугольника.}$$

$$8 \cdot 8 = 64 \text{ (см}^2\text{)} - \text{площадь квадрата,}$$

$$1920 : 64 = 30 \text{ (квадратов)}$$

Ответ: квадраты со стороной 8 см; 30 квадратов.

Являются ли числа 54 и 65 взаимно простыми? Найдите наименьшее общее кратное чисел 54 и 65. равно ли оно произведению 54 и 65? Запишите какие-нибудь два взаимно простых числа. Найдите наименьшее общее кратное этих чисел. Сделайте вывод.

Найдем наименьшее общее кратное любых двух взаимно простых чисел

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

65	5
13	13
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

35	5
7	7
1	

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$65 = 5 \cdot 13$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$\text{НОК} (54; 65) = 54 \cdot 65 = 3510;$$

$$\text{НОК} (24; 35) = 24 \cdot 35 = 840;$$

Вывод:

Наименьшее общее кратное двух взаимно простых чисел равно их произведению.

Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 45 и 135; б) 34 и 170.

Равно ли оно одному из данных чисел?

45	3	135	3
15	3	45	3
5	5	15	3
1		5	5
		1	

34	2
17	17
1	

170	2
85	5
17	17
1	

Так как большее число делится на меньшее, то наименьшим общим кратным этих чисел будет являться большее число.

НОК (45; 135) = 135;

НОК (34; 170) = 170.

Наибольший общий делитель этих чисел:

НОД (45; 135) = 45;

НОД (34; 170) = 34.

Найдите наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель чисел 22 и 66:



в) НОК (22; 66) = ? НОД (22; 66) = ?

<i>22</i>		<i>2</i>
<i>11</i>		<i>11</i>
<i>1</i>		

<i>66</i>		<i>2</i>
<i>33</i>		<i>3</i>
<i>11</i>		<i>11</i>
<i>1</i>		

$$*НОК (22; 66) = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66*$$

$$*НОД (22; 66) = 2 \cdot 11 = 22*$$

Найдите наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель чисел 39 и 65:



а) НОК (39; 65) = ? НОД (39; 65) = ?

<i>39</i>		<i>3</i>
<i>13</i>		<i>13</i>
<i>1</i>		

<i>65</i>		<i>5</i>
<i>13</i>		<i>13</i>
<i>1</i>		

НОК (39; 65) = 5 · 13 · 3 = 195;
НОД (39; 65) = 13.

Ответить на вопросы:

- ❖ Какое число называют **наименьшим общим кратным** натуральных чисел a и b ?
- ❖ Какое число называют **наибольшим общим делителем** натуральных чисел a и b ?
- ❖ Какое число является наименьшим общим кратным чисел m и n , если число m кратно числу n ?
- ❖ Какие натуральные числа называют простыми?
- ❖ Какие натуральные числа называют взаимно простыми?