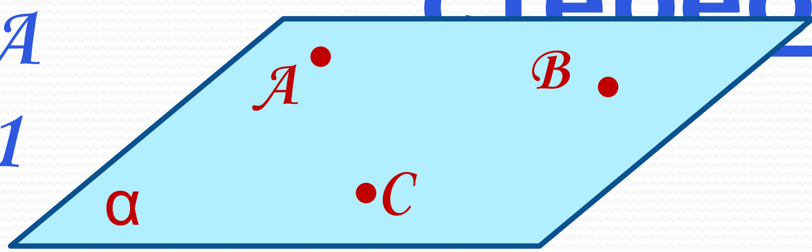
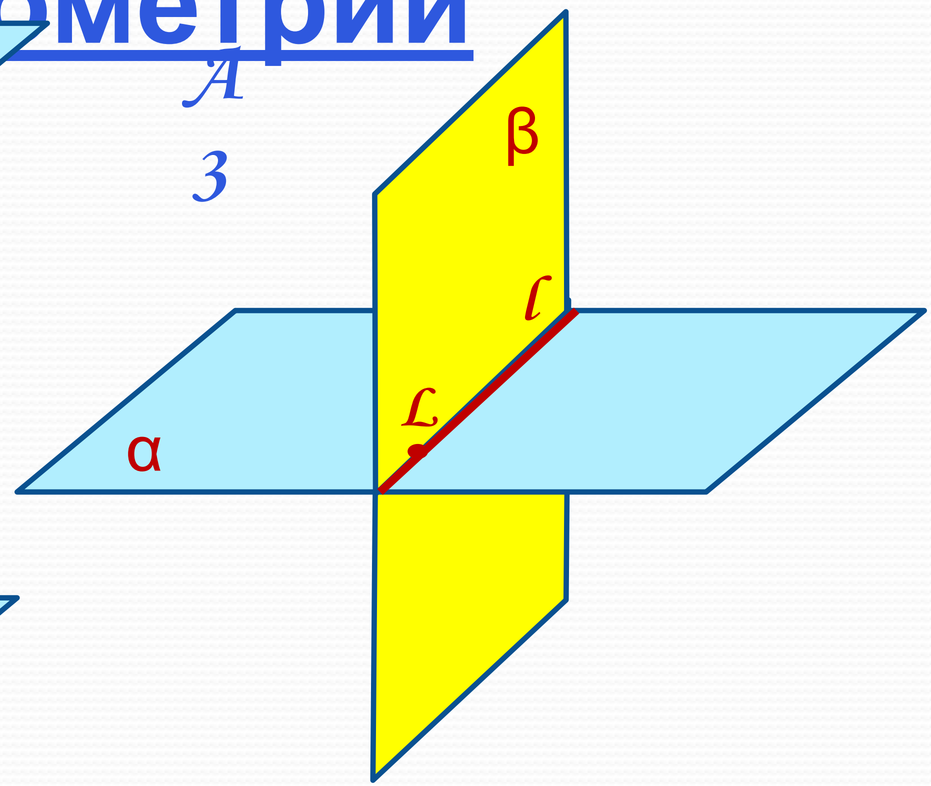
# Параллельность прямых и плоскостей

# Аксиомы стереометрии

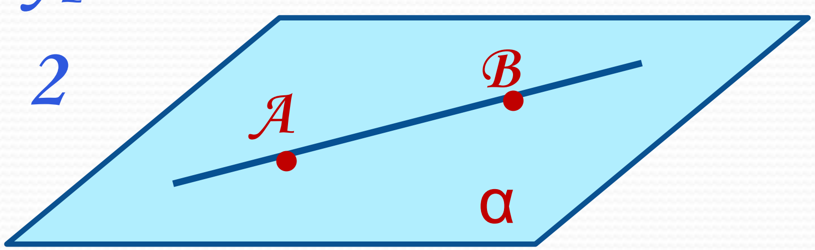
А 1




А 3

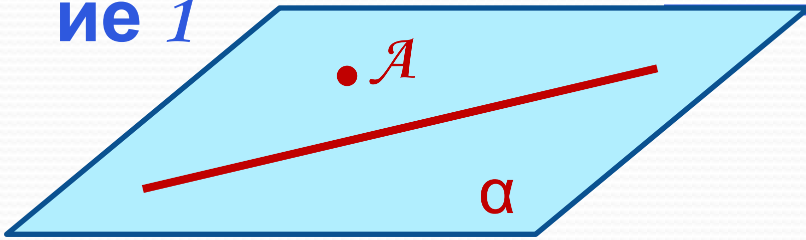



А 2

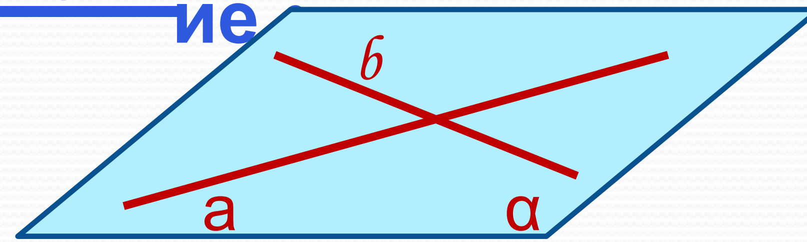


# Следствия из аксиом

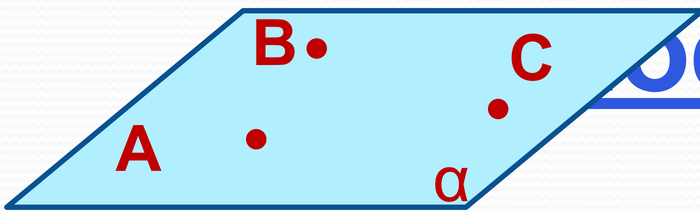
**Следствие 1**

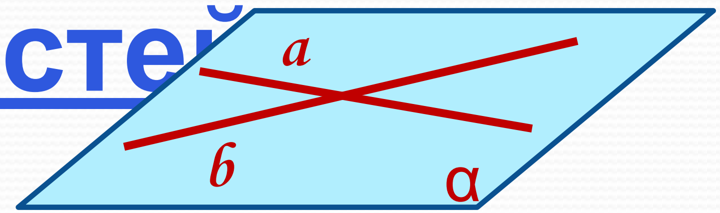


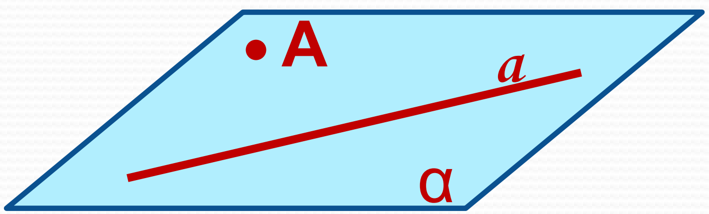

**Следствие**

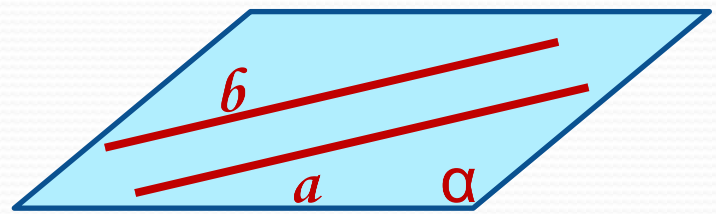



# Способы задания плоскостей



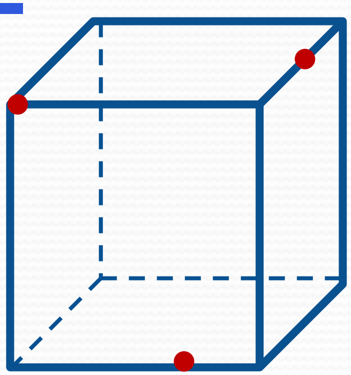



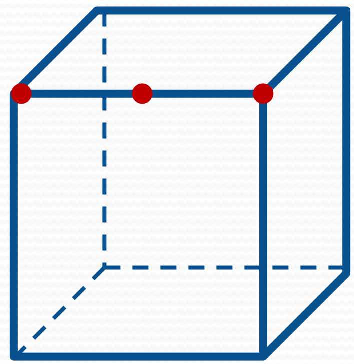



# Задание 1:

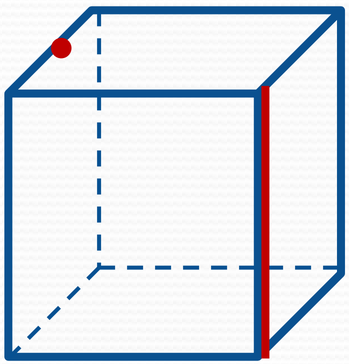
**определите, сколько плоскостей можно провести через выделенные элементы?**



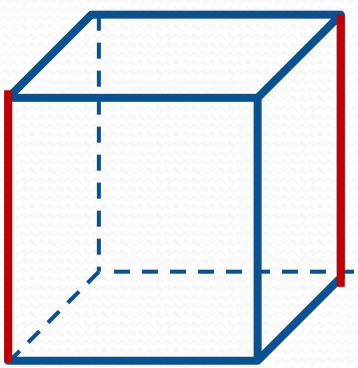
1)



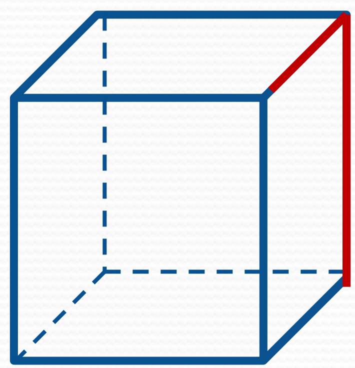
2)



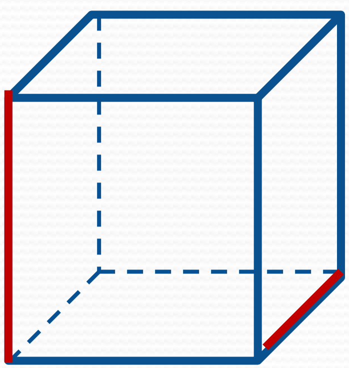
3)



4)



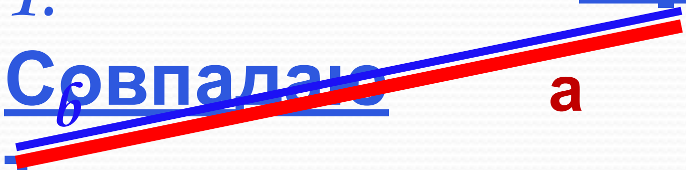
5)



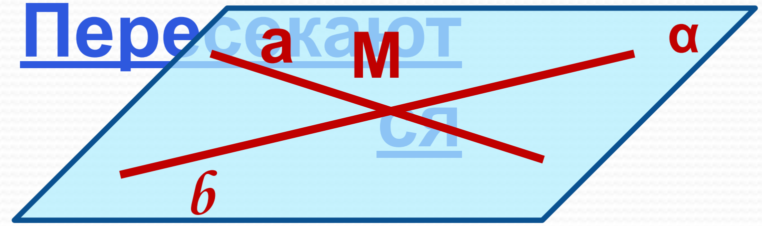
6)

# Взаимное расположение прямых

*1.* **Совпадают**

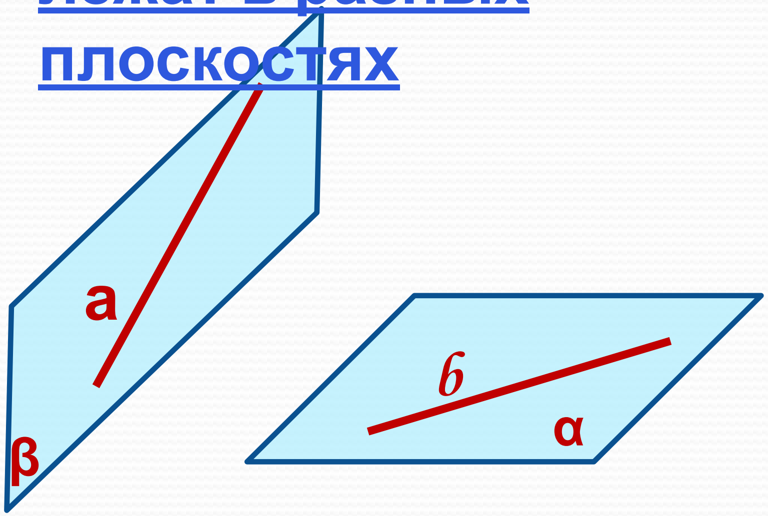



*2.* **Пересекаются**




а∩*б*=*М*

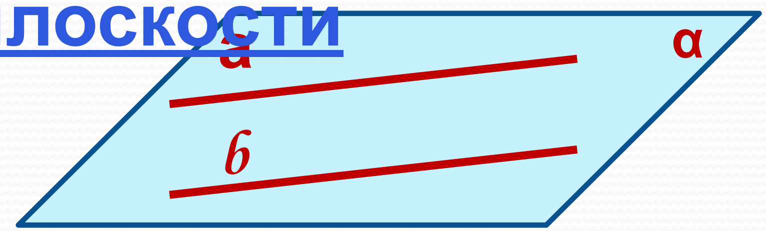
*4.* **Не пересекаются, лежат в разных плоскостях**




а и *б* скрещивающиеся

Признак!

*3.* **Не пересекаются, лежат в одной плоскости**

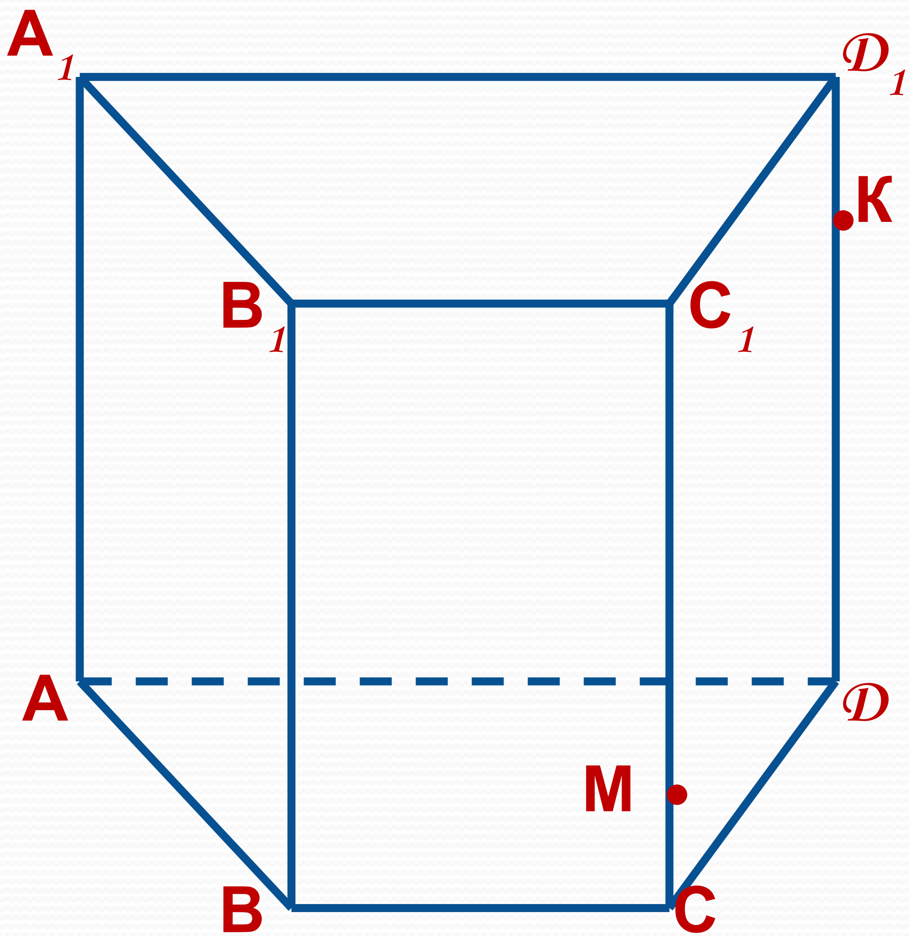



*а*||*б*

Признаки!

# Задание 2:

выясните взаимное расположение прямых (основания – трапеции, боковые грани – параллелограммы)




$BC$ и $ДC$

$AB$ и $A_1B_1$

$AA_1$ и $CC_1$

$MK$ и $C_1Д_1$

$AB$ и $ДC$

$AB$ и $CC_1$

$CB_1$ и $C_1B_1$

$BC$ и $A_1Д_1$

$MK$ и $СД$

пересекаются

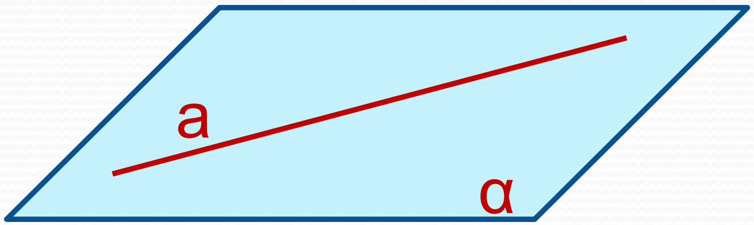
параллельны

параллельны

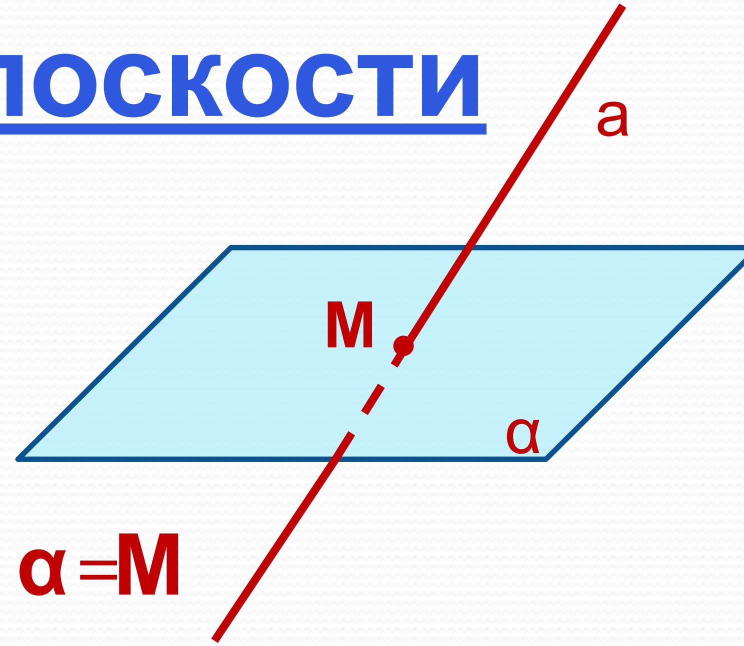
пересекаются

скрещивающиеся

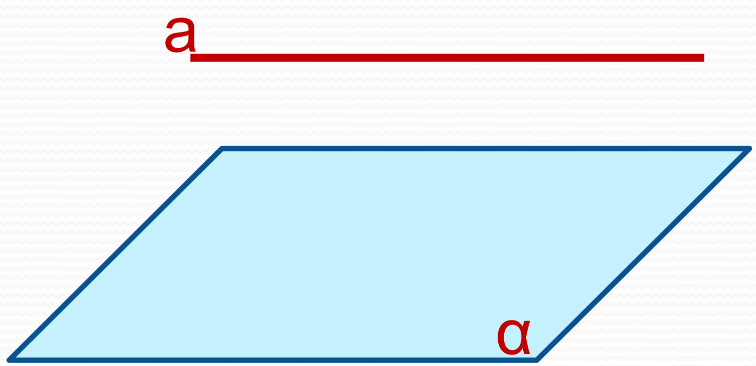
# Взаимное расположение прямой и плоскости




$a \subset \alpha$




$a \cap \alpha = M$



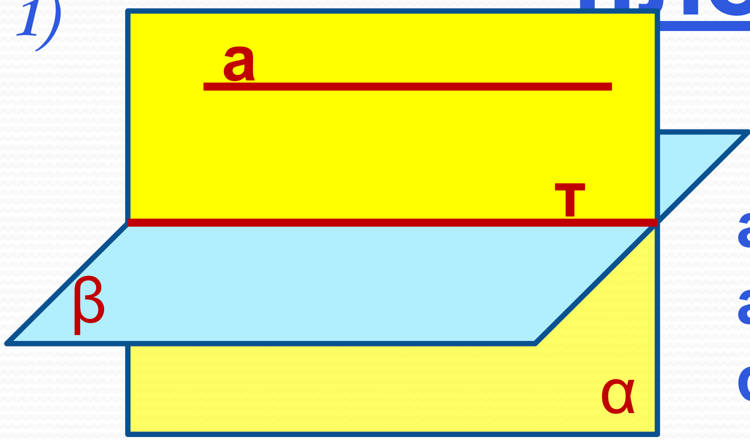

$a \parallel \alpha$

$(\alpha \parallel a)$

**Признак!**

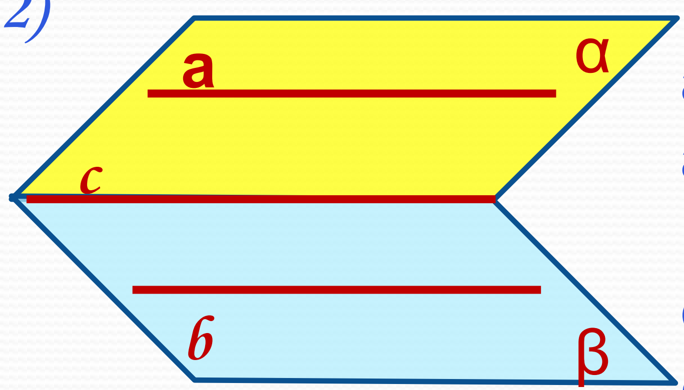
# Важные теоремы, связанные с параллельностью прямой и плоскости

1)



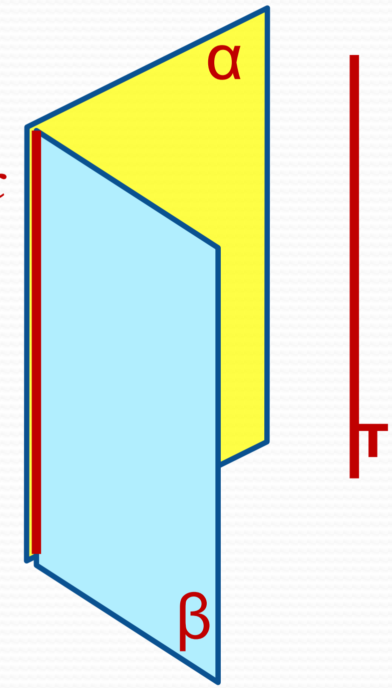

$$\left.\begin{array}{l} a \parallel \beta \\ a \subset \alpha \\ \alpha \cap \beta = \text{т} \end{array}\right] \Rightarrow a \parallel \text{т}$$

2)




$$\left.\begin{array}{l} a \parallel \text{б} \\ a \subset \alpha \\ \text{б} \subset \beta \\ \alpha \cap \beta = c \end{array}\right] \Rightarrow c \parallel a,\ c \parallel \text{б}$$

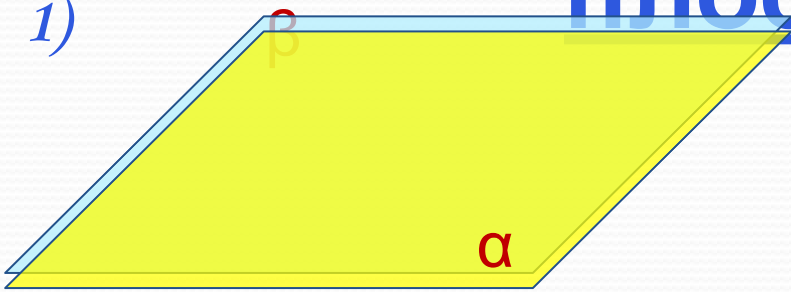
3)



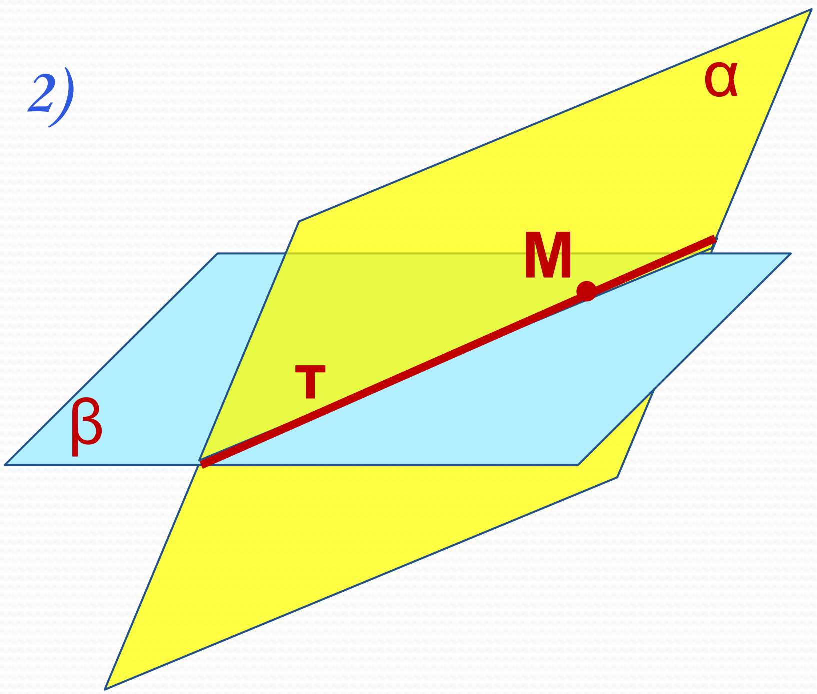

$$\left.\begin{array}{l} \text{т} \parallel \alpha \\ \text{т} \parallel \beta \\ \alpha \cap \beta = c \end{array}\right] \Rightarrow \text{т} \parallel c$$

# Взаимное расположение плоскостей

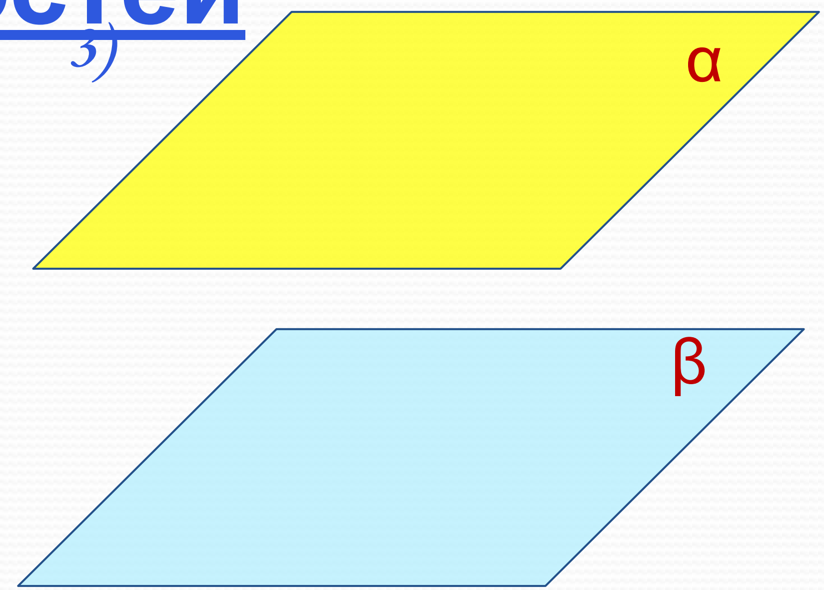
1)




2)



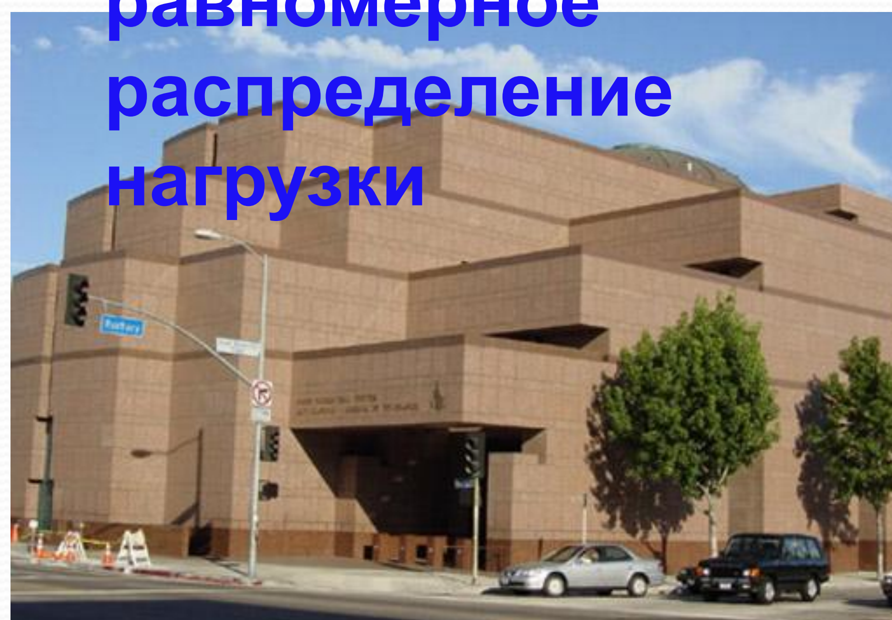

3)



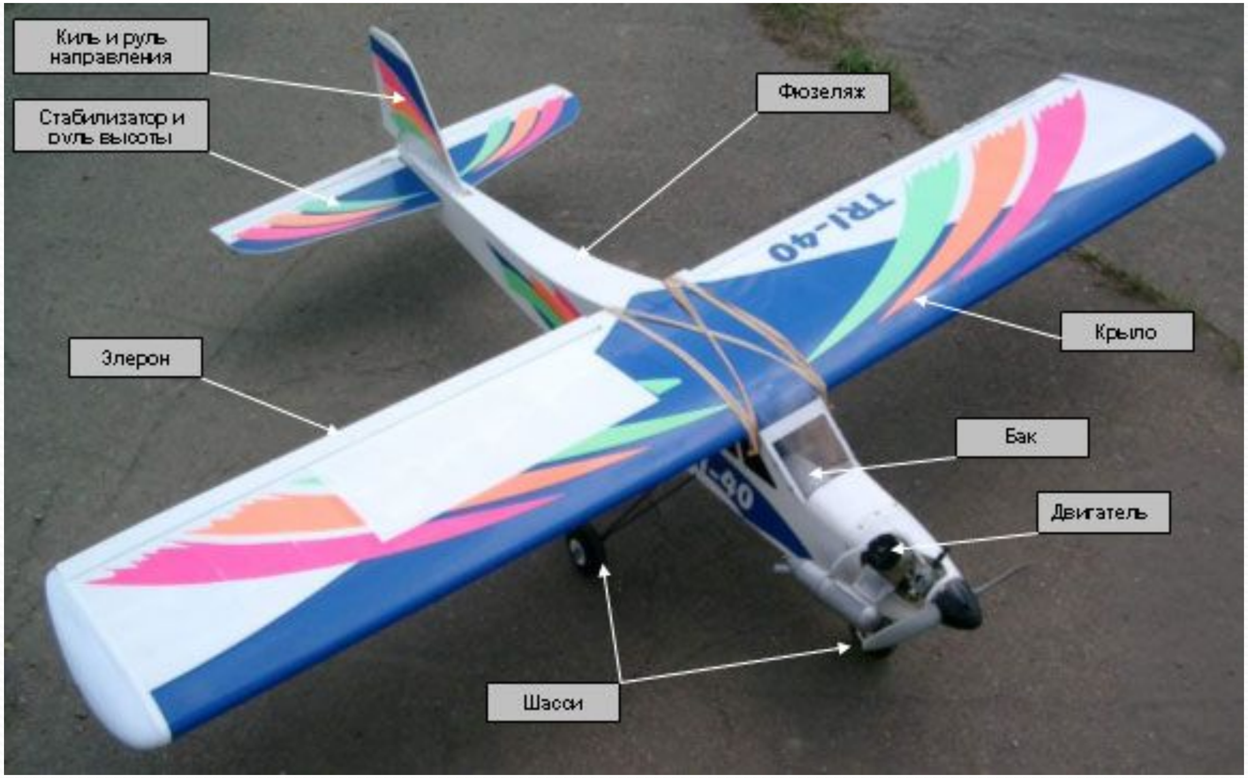

Определение. Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются

# Параллельные плоскости в современной архитектуре

Параллельные плоскости и прямые создают жесткие связи-каркасы, также обеспечивают равномерное распределение нагрузки



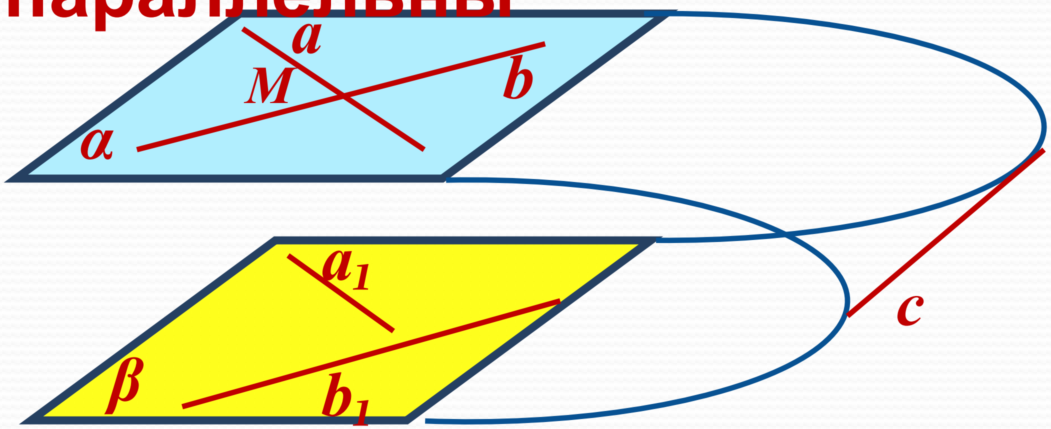
# Параллельные плоскости в технике




***Параллельные плоскости «летают»***

# Признак параллельности двух плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны




**Дано:**

$a \cap b = M,\ a \subset \alpha,\ b \subset \alpha$

$a_1 \subset \beta,\ b_1 \subset \beta$

$a \parallel a_1,\ b \parallel b_1$

**Доказать:** $\alpha \parallel \beta$

**Доказательство:** (от противного)

Предположим, что α и β не параллельны. Тогда они пересекутся по некоторой прямой с.

1) $a \parallel \beta$, $a \subset \alpha$, $\alpha \cap \beta = c$ $\Rightarrow a \parallel c$

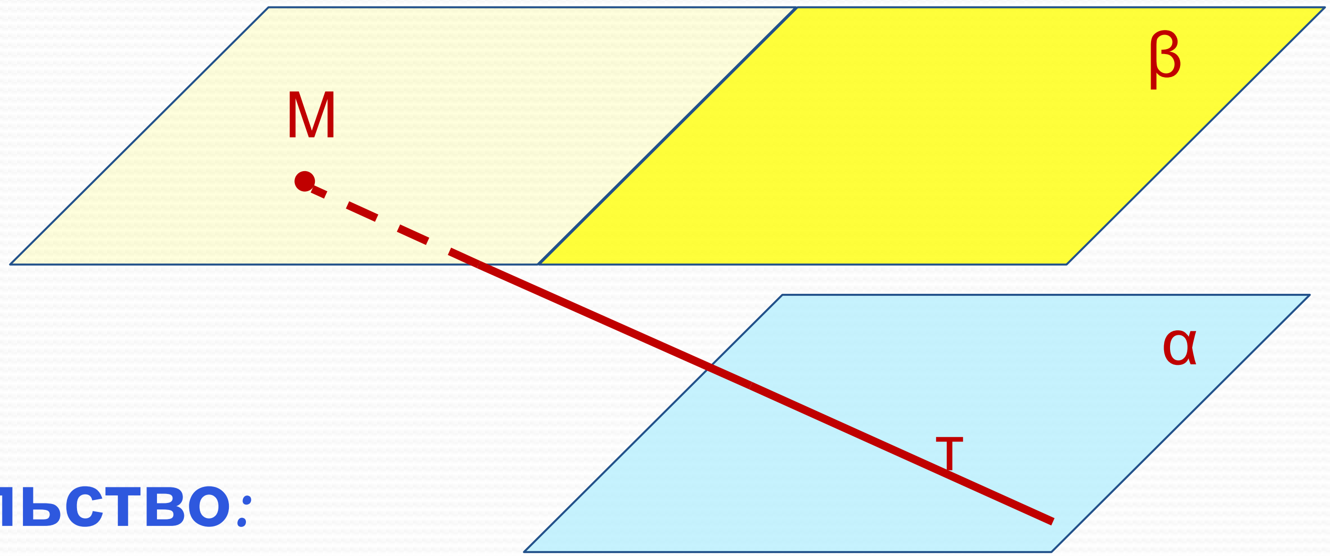
2) $b \parallel \beta$, $b \subset \alpha$, $\alpha \cap \beta = c$ $\Rightarrow b \parallel c$

3) $a \parallel c$, $b \parallel c$ $\Rightarrow a \parallel b$, что противоречит условию

# Задача 1

Плоскости α и β параллельны, прямая т лежит в плоскости α. Докажите, что прямая т параллельна плоскости β

**Дано:**
**α | |β**
**т⊂α**
**Доказать:**
**т | |β**




**Доказательство:**
**Предположим, что т пересекает β в некоторой точке М.**
**Тогда точка М принадлежит и плоскости β, и плоскости α (так как точка М лежит на прямой т,**
**лежащей в плоскости α). Но это невозможно**

## Задача 2 (ещё один признак параллельности плоскостей!)

**Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны другой плоскости, то такие плоскости параллельны.**

**Дано:**

$m \cap n = M$

$m \subset \alpha$

$n \subset \alpha$

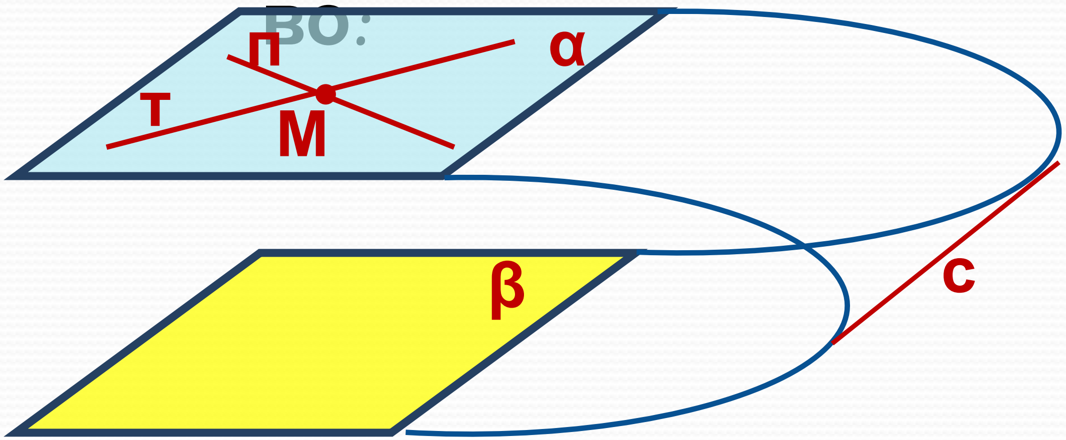
$m \parallel \beta$

$n \parallel \beta$

**Доказать:**

$\alpha \parallel \beta$

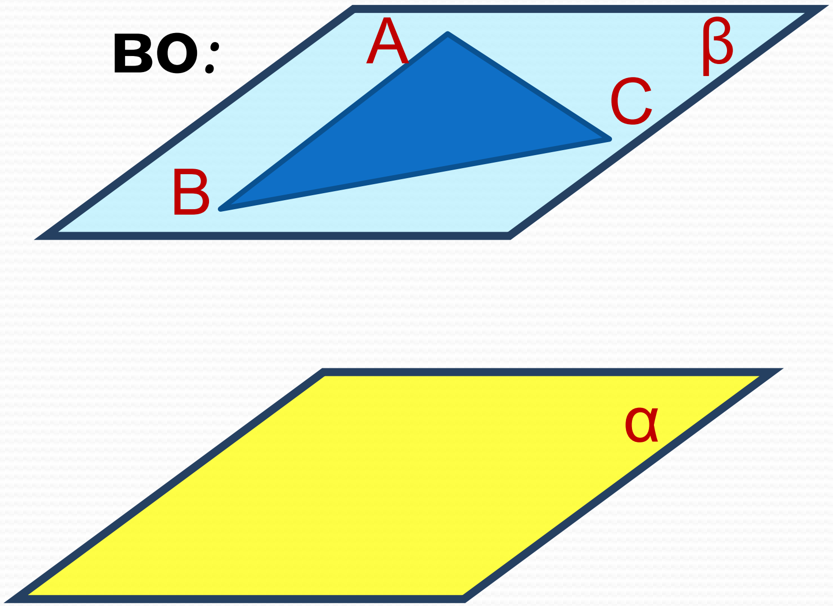
**Доказательство:**



**Задача** *3* **Две стороны треугольника параллельны плоскости α. Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости α.**

**Дано:**
ΔABC
AB | |α
BC | |α
**Доказать:**
AC | |α

**Доказательство:**




**Для доказательства используем задачи** *2* **и** *1*

**Задача *4*** В тетраэдре АВСД точки *K*, *L*, *M* – середины сторон АВ, АС, АД соответственно. Докажите, что плоскости *KLM* и ВСД параллельны

**Дано:**

АВСД – тетраэдр

К – середина АВ

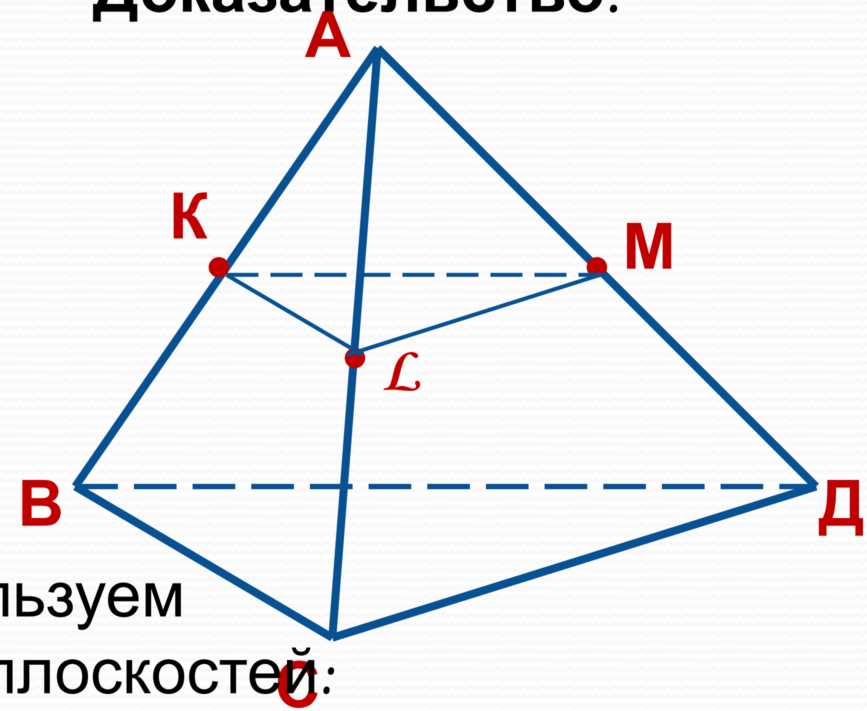
*L* – середина АС

М – середина АД

**Доказать:**

*KLM* | | ВСД

**Доказательство:**




Для доказательства используем признак параллельности плоскостей:

*1)*

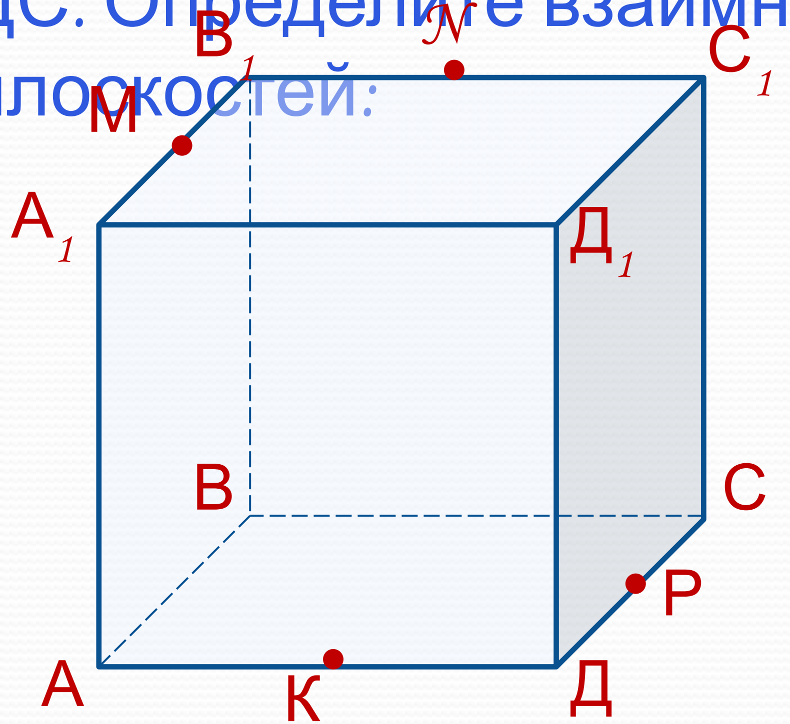
*2)*

*3)*

# Проверь себя:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| нет | да | нет | нет | нет | нет | нет | да | да | да |

**Задача 5** В кубе $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ точка М – середина $А_1В_1$,
$N$ – середина $В_1С_1$, К – середина АД, Р – середина ДС. Определите взаимное расположение плоскостей:




$MNK$ и $MNP$

$A_1B_1C_1$ и $ADC$

$MKP$ и $BB_1Д$

$Д_1KP$ и $BMN$

$A_1DC_1$ и $AB_1C$

$ACC_1$ и $MKP$

**Домашнее задание:**
П.*10;* № *51, 54, 55 (*записать решение*),* задача №*5;* доказать самостоятельно «Если две плоскости параллельны третьей*,* то они параллельны между собой»

**Спасибо за внимание!**