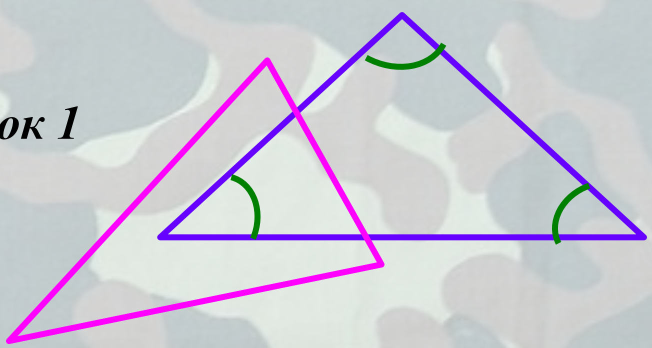
Московское СВУ

Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника

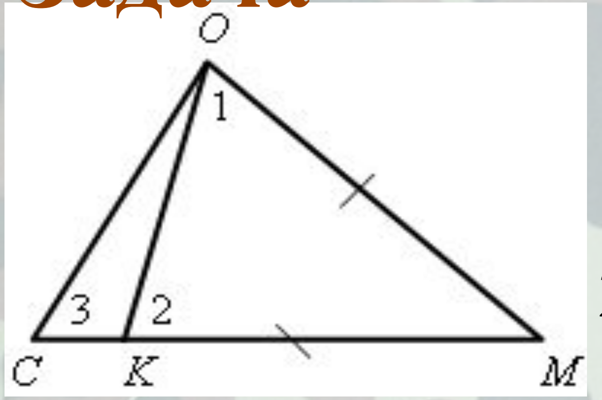
Урок 1



17.02.2013

Преподаватель математики Каримова С.Р.

Задача



Дано: ΔMOC; $KM = OM$; $K \in MC$.

Доказать:

1) $\angle 1 > \angle 3$;

2) $\angle MOC > \angle 3$.

Доказательство

1) Треугольник OMK – равнобедренный с основанием OK, поэтому $\angle 1 = \angle 2$.

Угол 2 – внешний угол треугольника OKC, поэтому $\angle 2 > \angle 3$.

Значит, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 > \angle 3$, следовательно, $\angle 1 > \angle 3$.

2) Так как точка K лежит на MC, то $\angle MOC > \angle 1$, а так как $\angle 1 > \angle 3$, то $\angle MOC > \angle 3$.

Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника

В треугольнике:

1) против большей стороны лежит больший угол;
2) обратно, против большего угла лежит большая сторона.

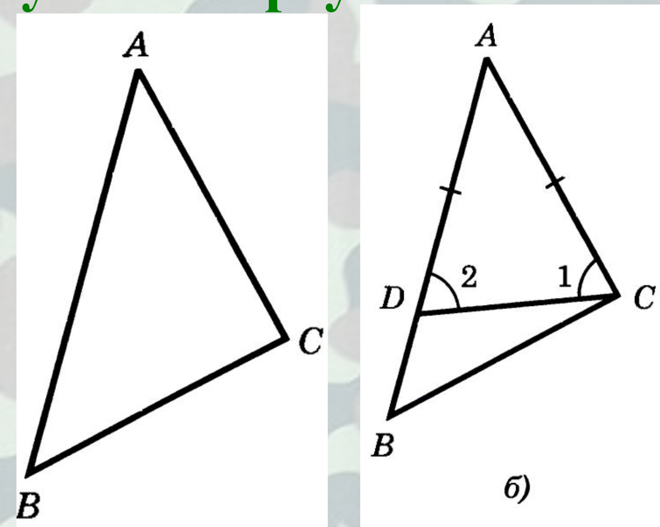


Рис. 127

Доказательство

1) Пусть в треугольнике ABC сторона AB больше стороны AC (рис. 127, а). Докажем, что $\angle C > \angle B$.

Отложим на стороне AB отрезок AD, равный стороне AC (рис. 127, б). Так как AD<AB, то точка D лежит между точками A и B. Следовательно, угол 1 является частью угла C и, значит, $\angle C > \angle 1$. Угол 2 – внешний угол треугольника BDC, поэтому $\angle 2 > \angle B$. Углы 1 и 2 равны как углы при основании равнобедренного треугольника ADC. Таким образом, $\angle C > \angle 1$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 > \angle B$. Отсюда следует, что $\angle C > \angle B$.

2) Пусть в треугольнике ABC $\angle C > \angle B$. Докажем, что $AB > AC$.

Предположим, что это не так. Тогда либо $AB = AC$, либо $AB < AC$. В первом случае треугольник ABC — равнобедренный и, значит, $\angle C = \angle B$. Во втором случае $\angle B > \angle C$ (против большей стороны лежит больший угол). И то и другое противоречит условию: $\angle C > \angle B$. Поэтому наше предположение неверно, и, следовательно, $AB > AC$. **Теорема доказана.**

Устно

№ 236

Сравните углы треугольника ABC и выясните, может ли быть угол A тупым, если: а) $AB > BC > AC$; б) $AB = AC < BC$.

№ 237

Сравните стороны треугольника ABC, если: а) $\angle A > \angle B > \angle C$; б) $\angle A > \angle B = \angle C$.

Следствие 1

В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.

Гипотенуза лежит против прямого угла, а катет — против острого. Так как прямой угол больше острого, то гипотенуза больше катета.

Следствие 2

Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный (признак равнобедренного треугольника).

Пусть в треугольнике два угла равны. Тогда равны и стороны, лежащие против этих углов. Действительно, если предположить, что одна из указанных сторон больше другой, то угол, лежащий против нее, будет больше угла, лежащего против другой стороны, а это противоречит условию (тому, что данные углы равны). Итак, в треугольнике две стороны равны, т. е. треугольник — равнобедренный.

Задачи

на доске и в тетрадях

1) В треугольнике ABC угол C тупой, K – произвольная точка на стороне AC. Докажите, что $BK < AB$.

2) В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка D так, что $DC = BC$. Докажите, $\angle B > \angle A$.

3) № 240

Итог урока

против большей стороны лежит

против большего угла лежит

большая сторона

больший угол

Задание на с/п

п. 32; ответить на вопросы 6–8 на с. 89–90; решить задачи №№ 239, 241.

Военный катер

Начав плавание от берега круглого водоема (пункт А) , военный катер прошёл строго на север к пункту В и достиг берега. Потом он повернул на восток и прошёл неизменным курсом до очередной встречи с берегом (пункт С). Затем повернув на 40° вернулся в пункт А. Под каким углом катер продолжит движение в пункт В?

Торпедный катер проекта 183У