

## Теория вероятностей и комбинаторные правила решения задач



## Эпиграф урока:



«Путь размышлений -  
самый благородный, путь  
подражания –самый  
легкий, путь опыта –  
самый горький».

Конфуций

# Классическое определение вероятности

*Стохастическим* называют опыт, если заранее нельзя предугадать его результаты. Результаты (исходы) такого опыта называются *событиями*.

**Пример:** выбрасывается игральный кубик (опыт);  
выпадает двойка (событие).



Событие, которое обязательно произойдет в результате испытания, называется *достоверным*, а которое не может произойти, - *невозможным*.

**Пример:** В мешке лежат три картофелины.

Опыт – изъятие овоща из мешка.

Достоверное событие – изъятие картофелины.

Невозможное событие – изъятие кабачка.

# Классическое определение вероятности

*Равновозможными* называют события, если в результате опыта ни одно из них не имеет большую возможность появления, чем другие.

**Примеры:** 1) Опыт - выбрасывается монета.  
Выпадение орла и выпадение решки –  
равновозможные события.

2) В урне лежат три шара. Два белых и синий.

Опыт – извлечение шара.

События – извлекли синий шар и извлекли  
белый шар - неравновозможны.

Появление белого шара имеет больше шансов..

# Классическое определение вероятности

*Несовместимыми (несовместными)* называют события, если наступление одного из них исключает наступление других.

**Пример:** 1) В результате одного выбрасывания выпадает орел (событие А) или решка (событие В).

События А и В - несовместны.

2) В результате двух выбрасываний выпадает орел (событие А) или решка (событие В).

События А и В - совместны.

Выпадение орла в первый раз не исключает выпадение решки во второй

# Классическое определение вероятности

*Полной группой событий* называется множество всех событий рассматриваемого опыта, одно из которых обязательно произойдет, а любые два других несовместны.

События образующие полную группу называют *элементарными*.

**Пример:** 1) Опыт – один раз выбрасывается монета.

Элементарные события: выпадение орла и выпадение решки образуют полную группу.

# Классическое определение вероятности

*Вероятностью* случайного события  $A$  называется отношение числа элементарных событий, которые благоприятствуют этому событию, к общему числу всех элементарных событий, входящих в данную группу.

$$P(A) = m/n$$

Для конечных множеств событий при нахождении  $m$  и  $n$  широко используют правила комбинаторики.

**Задача №1:** Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

В данном случае легко перебрать все комбинации.

77	88	99
78	87	97
79	89	98



9 вариантов

**Задача №2:** Сколько пятизначных чисел можно составить, используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

Как видим, в этой задаче перебор довольно затруднителен. Решим задачу иначе.

На первом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На втором месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На третьем месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

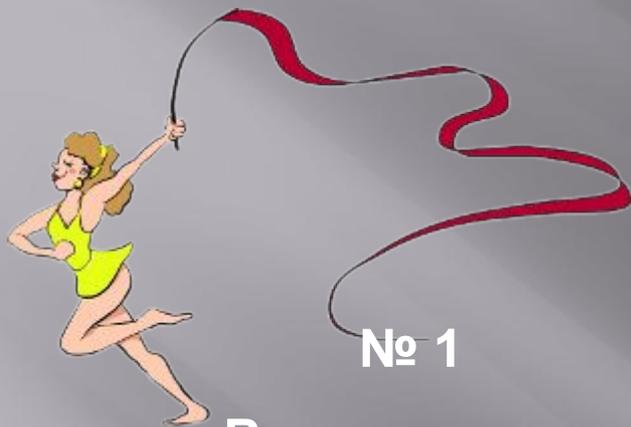
На четвертом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На пятом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.


$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

**Комбинаторное правило умножения**

# Задачи открытого банка



№ 1

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 20 из США, 16 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

## № 1

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 20 из США, 16 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.



Благоприятное событие  $A$ : первой выступает спортсменка из Канады

К-во всех событий группы:  $n=?$

К-во благоприятных событий:  $m=?$

Соответствует количеству всех гимнасток.  
 $n=50$

Соответствует количеству гимнасток из Канады.  
 $m=50-(20+16)=14$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{14}{50} = 0,28$$



**№ 2**

**В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.**

## № 2

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.



Благоприятное событие  $A$ : выбранный насос не подтекает.

К-во всех событий группы:  $n=?$

Соответствует количеству всех насосов.  
 $n=1000$

К-во благоприятных событий:  $m=?$

Соответствует количеству исправных насосов  
 $m=1000-10=990$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{990}{1000} = 0,99$$



**№ 3**

**Фабрика выпускает сумки.**

**В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.**



### № 3

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.



К-во благоприятных событий:  $m=?$

Соответствует количеству качественных сумок.  
 $m=190$

Благоприятное событие  $A$ : купленная сумка оказалась качественной.

К-во всех событий группы:  $n=?$

Соответствует количеству всех сумок.  
 $n=190+8=198$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{190}{198} = 0,959... \approx \mathbf{0,96}$$

# Вероятность и правило произведения



Два события называются **независимыми**, если появление одного из них не влияет на вероятность появления другого.

**Правило произведения** (теорема об умножении вероятностей)

Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

**Теорема о сложении вероятностей**

Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.





#### № 4

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в разных карманах.

# Вероятность и правило произведения



№ 4

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в разных карманах.

Решение:

Всего 6 монет. Возможны варианты перекалывания:

1 карман                      2 карман

5 1 1                              5 1 1

1 5 1                              1 5 1

1 1 5                              1 1 5

$$P_1 = 2/6 * 4/5 * 3/4 = 1/5$$

«5» «1» «1»

$$P_2 = 4/6 * 2/5 * 3/4 = 1/5$$

«1» «5» «1»

$$P_3 = 4/6 * 3/5 * 2/4 = 1/5$$

«1» «1» «5»

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 3/5 = 0,6$$





**№ 5**

**В случайном эксперименте  
бросают три игральные кости.  
Найдите вероятность того, что в  
сумме выпадет 7 очков. Результат  
округлите до сотых.**

# № 5

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.



Опыт: выпадают три игральные кости.  
Благоприятное событие A: в сумме выпало 7 очков.

К-во благоприятных событий m=?

- 115
  - 124
  - 133
  - 142
  - 151
  - 214
  - 223
  - 232
  - 241
  - 313
  - 322
  - 331
  - 412
  - 421
  - 51
  - 1
- 15

К-во всех событий группы n=?

- 1-я кость - 6 вариантов
  - 2-я кость - 6 вариантов
  - 3-я кость - 6 вариантов
- 6 · 6 · 6 = 216

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{15}{216} \approx 0,07$$

\*



**№ 6**

**В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.**

## № 6

В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.



Условие можно трактовать так: какова вероятность того, что все четыре раза выпадет решка?

К-во всех событий группы  $n=?$

К-во благоприятных событий  $m=?$

$$m=1$$

Четыре раза выпала решка.

1-й раз - 2 варианта  
2-й раз - 2 варианта  
3-й раз - 2 варианта  
4-й раз - 2 варианта

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

# Самостоятельная работа

## 1 ВАРИАНТ

- ▣ 1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до десятых.
- ▣ 2. В среднем из 150 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

## 2 ВАРИАНТ

- ▣ 1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых
- ▣ 2. В среднем из 1300 садовых насосов, поступивших в продажу, 13 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

# ОТВЕТЫ

## 1 ВАРИАНТ

- ▣ 1. 0.2
- ▣ 0.98

## 2 ВАРИАНТ

- ▣ 1. 0.14
- ▣ 2. 0.99

## Домашнее задание

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлить до сотых.
2. Составить и решить 3 задачи по данной теме.