



Теория вероятностей и комбинаторные правила решения задач



Эпиграф урока:



«Путь размышлений -
самый благородный, путь
подражания –самый
легкий, путь опыта –
самый горький».

Конфуций

Классическое определение вероятности

Стохастическим называют опыт, если заранее нельзя предугадать его результаты. Результаты (исходы) такого опыта называются *событиями*.

Пример: выбрасывается игральный кубик (опыт);
выпадает двойка (событие).



Событие, которое обязательно произойдет в результате испытания, называется *достоверным*, а которое не может произойти, - *невозможным*.

Пример: В мешке лежат три картофелины.

Опыт – изъятие овоща из мешка.

Достоверное событие – изъятие картофелины.

Невозможное событие – изъятие кабачка.

Классическое определение вероятности

Равновозможными называют события, если в результате опыта ни одно из них не имеет большую возможность появления, чем другие.

Примеры: 1) Опыт - выбрасывается монета.
Выпадение орла и выпадение решки –
равновозможные события.

2) В урне лежат три шара. Два белых и синий.

Опыт – извлечение шара.

События – извлекли синий шар и извлекли
белый шар - неравновозможны.

Появление белого шара имеет больше шансов..

Классическое определение вероятности

Несовместимыми (несовместными) называют события, если наступление одного из них исключает наступление других.

Пример: 1) В результате одного выбрасывания выпадает орел (событие А) или решка (событие В).

События А и В - несовместны.

2) В результате двух выбрасываний выпадает орел (событие А) или решка (событие В).

События А и В - совместны.

Выпадение орла в первый раз не исключает выпадение решки во второй

Классическое определение вероятности

Полной группой событий называется множество всех событий рассматриваемого опыта, одно из которых обязательно произойдет, а любые два других несовместны.

События образующие полную группу называют *элементарными*.

Пример: 1) Опыт – один раз выбрасывается монета.

Элементарные события: выпадение орла и выпадение решки образуют полную группу.

Классическое определение вероятности

Вероятностью случайного события A называется отношение числа элементарных событий, которые благоприятствуют этому событию, к общему числу всех элементарных событий, входящих в данную группу.

$$P(A) = m/n$$

Для конечных множеств событий при нахождении m и n широко используют правила комбинаторики.

Задача №1: Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

В данном случае легко перебрать все комбинации.

77	88	99
78	87	97
79	89	98



9 вариантов

Задача №2: Сколько пятизначных чисел можно составить, используя цифры 7; 8; 9 (цифры могут повторяться)?

Как видим, в этой задаче перебор довольно затруднителен. Решим задачу иначе.


На первом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На втором месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На третьем месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

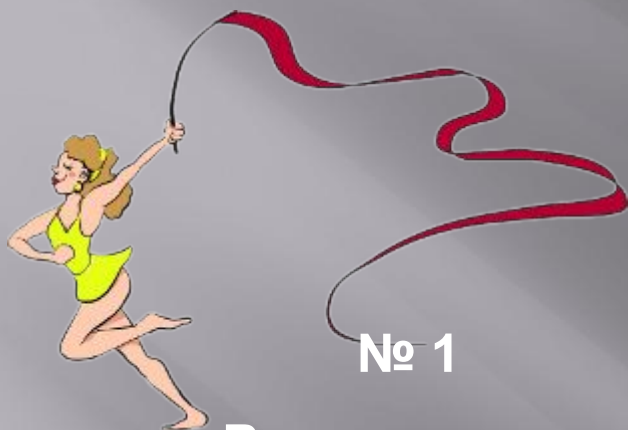
На четвертом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.

На пятом месте может стоять любая из трех цифр – 3 варианта.


$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

Комбинаторное правило умножения

Задачи открытого банка

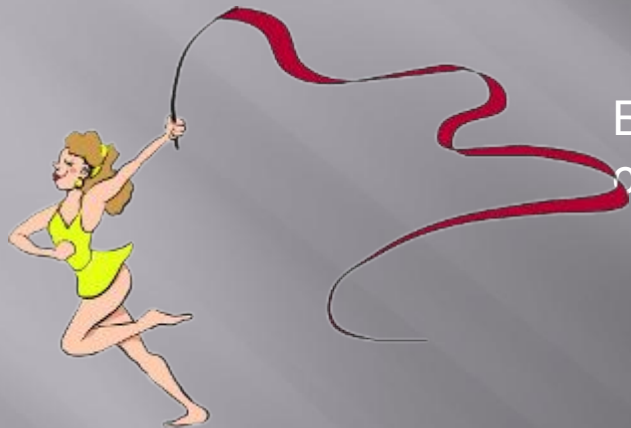


№ 1

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 20 из США, 16 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

№ 1

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 20 из США, 16 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.



Благоприятное событие A : первой выступает спортсменка из Канады

К-во всех событий группы: $n=?$

К-во благоприятных событий: $m=?$

Соответствует количеству всех гимнасток.
 $n=50$

Соответствует количеству гимнасток из Канады.
 $m=50-(20+16)=14$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{14}{50} = 0,28$$



№ 2

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

№ 2

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.



Благоприятное событие A : выбранный насос не подтекает.

К-во всех событий группы: $n=?$

Соответствует количеству всех насосов.
 $n=1000$

К-во благоприятных событий: $m=?$

Соответствует количеству исправных насосов
 $m=1000-10=990$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{990}{1000} = 0,99$$



№ 3

Фабрика выпускает сумки.

В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.



№ 3

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.



К-во благоприятных событий: $m=?$

Соответствует количеству качественных сумок.
 $m=190$

Благоприятное событие A : купленная сумка оказалась качественной.

К-во всех событий группы: $n=?$

Соответствует количеству всех сумок.
 $n=190+8=198$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{190}{198} = 0,959... \approx \mathbf{0,96}$$

Вероятность и правило произведения



Два события называются **независимыми**, если появление одного из них не влияет на вероятность появления другого.

Правило произведения (теорема об умножении вероятностей)

Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Теорема о сложении вероятностей

Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.





№ 4

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в разных карманах.

Вероятность и правило произведения



№ 4

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 5 рублей.

Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман.

Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в разных карманах.

Решение:

Всего 6 монет. Возможны варианты переключивания:

1 карман 2 карман

5 1 1 5 1 1

1 5 1 1 5 1

1 1 5 1 1 5

$$P_1 = 2/6 * 4/5 * 3/4 = 1/5$$

«5» «1» «1»

$$P_2 = 4/6 * 2/5 * 3/4 = 1/5$$

«1» «5» «1»

$$P_3 = 4/6 * 3/5 * 2/4 = 1/5$$

«1» «1» «5»

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 3/5 = 0,6$$





№ 5

**В случайном эксперименте
бросают три игральные кости.
Найдите вероятность того, что в
сумме выпадет 7 очков. Результат
округлите до сотых.**

№ 5

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.



Опыт: выпадают три игральные кости.
Благоприятное событие A: в сумме выпало 7 очков.

К-во благоприятных событий m=?

- 115 214 313
 - 124 223 322
 - 133 232 331
 - 142 241
 - 151
 - 412 51
 - 421 1
- } 15

К-во всех событий группы n=?

- 1-я кость - 6 вариантов
 - 2-я кость - 6 вариантов
 - 3-я кость - 6 вариантов
- } 6 · 6 · 6 = 216

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{15}{216} \approx 0,07$$

*



№ 6

В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

№ 6

В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.



Условие можно трактовать так: какова вероятность того, что все четыре раза выпадет решка?

К-во благоприятных событий $m=?$

$$m=1$$

Четыре раза выпала решка.

К-во всех событий группы $n=?$

1-й раз - 2 варианта
2-й раз - 2 варианта
3-й раз - 2 варианта
4-й раз - 2 варианта

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

Самостоятельная работа

1 ВАРИАНТ

- ▣ 1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до десятых.
- ▣ 2. В среднем из 150 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

2 ВАРИАНТ

- ▣ 1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых
- ▣ 2. В среднем из 1300 садовых насосов, поступивших в продажу, 13 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

ОТВЕТЫ

1 ВАРИАНТ

- ▣ 1. 0.2
- ▣ 0.98

2 ВАРИАНТ

- ▣ 1. 0.14
- ▣ 2. 0.99

Домашнее задание

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлить до сотых.
2. Составить и решить 3 задачи по данной теме.