

# «Задачи на концентрацию, сплавы, смеси и разбавление»



- «Недостаточно лишь понять задачу, необходимо желание решить её. Без сильного желания решить трудную задачу невозможно, но при наличии такового – возможно. Где есть желание, найдётся путь!»

□ Д. Пойя

Погодина Т.В.,  
учитель математики  
МБОУ г.Мурманска СОШ № 42

# «Это дело житейское...»

Карлсон

Торговец продает орехи двух сортов: одни по 90 р. за кг, а другие – по 60 р. за кг. Он хочет получить 50 кг смеси по 72 р. за кг. Сколько для этого потребуется орехов каждого сорта?



# Терминология

- Масса сплава (смеси)  $m_{\text{смеси}}$
- Количество чистого вещества в сплаве (смеси)  $m_{\text{ч. в-ва}}$
- Концентрация (процентное содержание или массовая доля в химии)  $p$

Масса сплава  $\times$  концентрация = масса чистого вещества

$$\frac{m_{\text{ч. в-ва}}}{m_{\text{сплава}}} = p$$

$$m_{\text{сплава}} = \frac{m_{\text{ч. в-ва}}}{p}$$

$$m_{\text{ч. в-ва}} = m_{\text{сплава}} \times p$$

# Способы решения задач

- 1) Арифметический
- 2) С помощью уравнения:
  - а) линейного
  - б) квадратного
- 3) С помощью системы уравнений
- 4) С помощью формулы:

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 = (m_1 + m_2) \times p$$

# Пример

Найти процентное содержание олова в сплаве, полученном из двух кусков массой  $m_1$  кг и  $m_2$  кг, если известно, что первый содержит  $p_1$  % олова, второй  $p_2$  % олова.

$$m_1 \times \frac{p_1}{100} + m_2 \times \frac{p_2}{100} = (m_1 + m_2) \times \frac{p}{100} \quad | \times 100$$

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 = (m_1 + m_2) \times p$$

$$p - ?$$

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 = (m_1 + m_2) \times p$$

$$m_2 = m_1 \times \frac{p - p_1}{p_2 - p}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p}$$

$$p = \frac{m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2}{m_1 + m_2}$$

Добавление чистого вещества

Добавление сплава, не содержащего это вещество

При сплавлении нет потери массы

$p_2 = 100\%$

$p_2 = 0\%$

## Задача из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона.

Даны плотности двух веществ и их смеси. В каком отношении (по объёму) смешаны эти вещества?

□ Из курса физики известно, что:

$$m = \rho \times V$$

где  $m$  - масса в-ва,

$\rho$  - плотность в-ва,

$V$  - объём в-ва.

$$m_1 \times \rho_1 + m_2 \times \rho_2 = (m_1 + m_2) \times \rho$$

$$V_1 \times \rho_1 + V_2 \times \rho_2 = (V_1 + V_2) \times \rho$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho - \rho_1}$$

□ Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г, содержит 20% олова. Второй, массой 200 г, содержит 40% олова.

$$P = \frac{p_1 m_1 + p_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Сколько процентов будет содержать сплав, полученный из этих кусков?



□ Имеются два куска сплава олова и свинца. Первый, массой 300 г, содержит 60% олова, второй содержит 40% олова. Сколько граммов от второго куска нужно добавить к первому, чтобы получить сплав с содержанием олова 56%?


$$m_2 = m_1 \times \frac{p - p_1}{p_2 - p}$$

- Имеются два куска сплавов, содержащих 40% и 60% олова. В каком отношении (по массе) нужно сплавить части этих кусков, чтобы получить сплав с 45%-м содержанием олова?

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p - p_2}{p_1 - p} \quad \text{или} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_2 - p}{p - p_1}$$

# Разные задачи

(Олимпиадные, ОГЭ,  
ЕГЭ)

The background features several sets of concentric circles in a lighter shade of blue, resembling ripples on water. These circles are positioned in the lower right and bottom center of the slide, adding a decorative touch to the blue background.

# ЕГЭ

В колбе было 200г восьмидесятипроцентного спирта. Провизор отлил из колбы некоторое количество этого спирта и затем добавил в нее столько же воды, чтобы получить шестидесятипроцентный спирт. Сколько граммов воды добавил провизор?

$$m_1 \times p_1 - m_2 \times p_2 + m_2 \times p_3 = (m_1 - m_2 + m_2) \times p$$

$$200 \times 80 - m_2 \times 80 + m_2 \times 0 = 200 \times 60$$

$$80 \times (200 - m_2) = 200 \times 60$$

$$m_2 = 200 - \frac{200 \times 60}{80}$$

$$m_2 = 50$$

Ответ: 50г воды добавил провизор.

Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды?

$$0,5t = 500\text{кг}$$

$$m_1 \times p_1 - m_2 \times p_2 = (m_1 - m_2) \times p$$

$$500 \times 85 - m_2 \times 100 = (500 - m_2) \times 75$$

$$m_2 = 200$$

Ответ: 200кг воды выпарить

5 литров сливок с содержанием жира 35% смешали с 4 литрами 20%-ых сливок и к смеси добавили 1 литр чистой воды. Какой жирности получилась смесь?

$$m_1 \times p_1 + m_2 \times p_2 + m_3 \times p_3 = (m_1 + m_2 + m_3) \times p$$

$$5 \times 35 + 4 \times 20 + 1 \times 0 = 10 \times p$$

$$p = \frac{175 + 80}{10}$$

$$p = 25,5\%$$

Ответ: 25,5% жирность.

В сосуде находится количество смеси воды с кислотой. Чтобы уменьшить концентрацию на 34% ( было  $p\%$ , а стало  $(p-34)\%$ ), в сосуд надо долить 3л воды, а чтобы уменьшить ее на 17%, надо долить 1л воды. Какова первоначальная концентрация кислоты в сосуде?

$$\begin{cases} m_1 \times p_1 + 3 \times 0 = (m_1 + 3) \times (p_1 - 34) \\ m_1 \times p_1 + 1 \times 0 = (m_1 + 1) \times (p_1 - 17) \end{cases} \quad - \begin{cases} 17m_1 - 2p_1 = -85 \\ 17m_1 - p_1 = -17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = 68 \\ m_1 = 3 \end{cases}$$

Ответ: первоначальная концентрация кислоты равна 68%.

# Сборник под ред. Лысенко

Имеются три сосуда с сахарным сиропом. В первом сосуде находится 4 кг сиропа, содержащего 40% сахара, во втором сосуде – 6 кг сиропа, содержащего 70% сахара. Если содержимое первого сосуда смешать с содержимым третьего сосуда, то получим в смеси 35%-ное содержание сахара. Если содержимое второго сосуда смешать с содержимым третьего сосуда, то получим в смеси 55% сахара. Найти массу сахарного сиропа в третьем сосуде.

$$\begin{cases} m_1 \times p_1 + m_3 \times p_3 = (m_1 + m_3) \times 35 \\ m_2 \times p_2 + m_3 \times p_3 = (m_2 + m_3) \times 55 \end{cases} \quad \begin{cases} 4 \times 40 + m_3 \times p_3 = (4 + m_3) \times 35 \\ 6 \times 70 + m_3 \times p_3 = (6 + m_3) \times 55 \end{cases}$$

$$160 - 420 = (35 \times 4 + 35 \times m_3) - (330 + 55m_3)$$

$$m_3 = 3,5$$

Ответ: 3,5 кг – масса сиропа в третьем сосуде



Торговец продает орехи двух сортов: одни по 90 р. за кг, а другие – по 60 р. за кг. Он хочет получить 50 кг смеси по 72 р. за кг. Сколько для этого потребуется орехов каждого сорта?

$$m_1 = ?; m_2 = ?$$

Решение:

$$m_1 + m_2 =$$

$$p_1 =$$

$$p_2 =$$

$$p =$$

$$(1) \quad m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) p$$

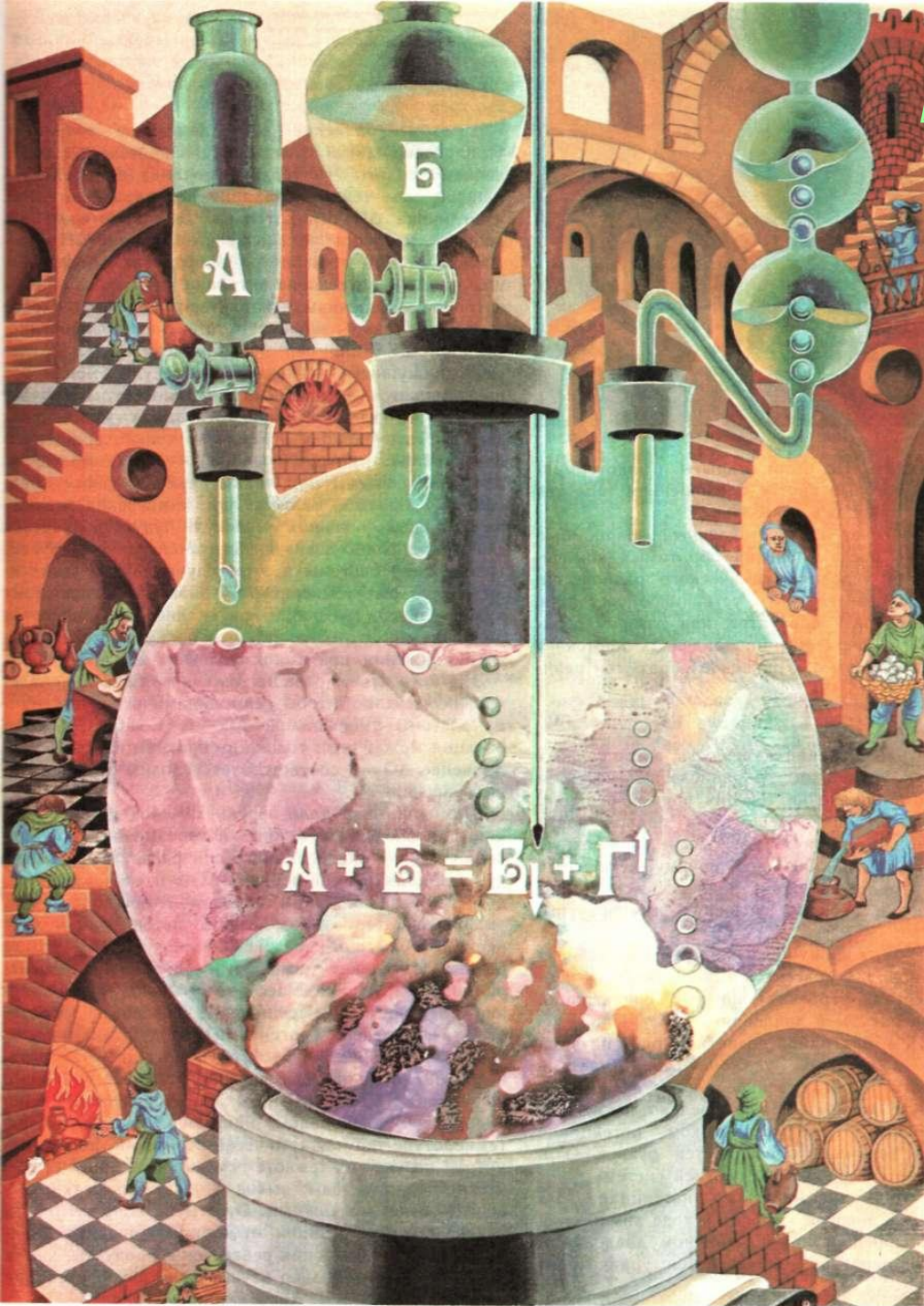
$$(2) \quad \underline{m_1 + m_2} = ; \quad m_1 =$$

(3) Выполним подстановку

$$(4) \text{ Найдем } m_2 =$$

$$(5) \text{ Найдем } m_1 =$$

Ответ:



□ «Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи...

То решайте их!»

Д. Пойя