

# ПУБЛИЧНАЯ лекция

- **Стохастическая линия в школьном курсе математики.**

# **«Стохастика знает всё»**

**Выполнила:**

**учитель математики**

**МОУ «Лицей №1»**

**г. Балаково**

**Саратовской области**

**Байслонова Роза Наримановна**

# ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

- На рубеже третьего тысячелетия становится очевидной универсальность вероятностно-статистических законов, они стали основой описания научной картины мира. Современная физика, химия, биология, демография, социология, лингвистика, философия, весь комплекс социально-экономических наук развиваются на вероятностно-статистической базе.

# Вероятностно-статистический материал как равноправная составляющая обязательного школьного математического образования .

- Все государственные образовательные документы содержат вероятностно-статистическую линию в курсе математики 5-9 классов наравне с такими привычными линиями, как «Числа», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Геометрические фигуры». Продолжение изучения этой линии ведётся и в старших классах.

# Мониторинг стохастической линии в школьном курсе алгебры 5–9х классов.

- Концепция общей стохастической линии, включающей комбинаторику, теорию вероятностей и статистику, предложенная авторами различных учебников и учебных пособий, несколько различна. Авторы разных пособий по разному подходят к изучению составляющих стохастической линии: в одних учебниках на первый план выдвигаются вероятностные понятия, в других – статистические, в третьих – все понятия рассматриваются отдельно, не прибегая к перемещению.

# Используемые учебники:

- 1. Е.А. Бунимович, В.А. Булычев  
“Вероятность и статистика.”
- 2. Н.Я.Виленкин, Г.С.Сурвилло, А.С.Симонов,  
А.И.Кудрявцев “Алгебра для 8 класса”:  
Учебное пособие для учащихся школ и  
классов с углубленным изучением  
математики / под ред. Н.Я.Виленкина,  
“Алгебра для 9 класса”: Учебное пособие  
для учащихся школ и классов с  
углубленным изучением математики / под  
ред. Н.Я.Виленкина.

# Используемые учебники:

- 3. “Математика 5”, “Математика 6” под редакцией Г.В. Дорофеева, И.Ш. Шарыгина и “Математика 7”, “Математика 8”, “Математика 9” под редакцией Г.В. Дорофеева.
- 4. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк “Алгебра: Элементы стохастики и теории вероятностей”:  
Учебное пособие для учащихся 7-9 классов  
общеобразовательных учреждений / под ред.  
С.А.Теляковского.

# Используемые учебники:

- 5. И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович “Математика. 5 класс”, “Математика. 6 класс”, А.Г. Мордкович. Алгебра. Часть 1. Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений. Часть 2. Задачник для 9 класса общеобразовательных учреждений.
- 6. С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н. Решетников, А.В.Шевкин Алгебра: Учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений



# Используемые учебники:

- 7. М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова “Элементы стохастики в курсе математики VII-IX классов основной школы”.
- 8. Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко “Теория вероятностей и статистика”.

СОДЕРЖАНИЕ МАТЕРИАЛА СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ,  
ОБЯЗАТЕЛЬНОГО ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ В КУРСЕ ОСНОВНОЙ  
ШКОЛЫ:

- понятие и примеры случайных событий;
- понятия частоты события и вероятности;
- равновозможные события и подсчёт их вероятности;
- представление о геометрической вероятности;
- представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- средние результаты измерений;
- понятие о статистическом выводе на основе выборки.

В соответствии с государственными стандартами общего образования первого поколения с 2010 года в контрольные измерительные материалы по математике уже включены задания стохастической линии.

**В 2011 г включены в работу ЕГЭ за курс средней школы (11 класс) задания по разделу «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей». Также могут быть включены задания, предполагающие анализ данных, представленных в табличной или графической форме.**

*Согласно требованиям государственного стандарта общего образования по математике после изучения данного раздела обучающиеся должны уметь:*

- находить вероятности случайных событий в простейших ситуациях;
- находить частоту событий, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные;
- вычислять средние значения результатов измерений;
- сравнивать шансы наступления случайных событий, оценки вероятности случайного события в практических ситуациях, сопоставление модели с реальной ситуацией;
- понимать статистические рассуждения;
- анализировать реальные числовые данные, представленные в виде диаграмм, графиков, таблиц.

*В ХОДЕ ГОСУДАРСТВЕННОЙ (ИТОГОВОЙ) АТТЕСТАЦИИ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ ПРЕДУСМОТРЕН  
КОНТРОЛЬ СЛЕДУЮЩИХ РАЗДЕЛОВ СТОХАСТИЧЕСКОЙ  
ЛИНИИ КУРСА МАТЕМАТИКИ:*

- статистические характеристики. Сбор и группировка статистических данных. Наглядное представление статистической информации: представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- комбинаторика: перебор вариантов; правило умножения. Решение комбинаторных задач путём систематического перебора возможных вариантов, а также с использованием правила умножения;
- вероятность случайных событий: вычисление частоты события готовых статистических данных, нахождение вероятности случайных событий в простейших случаях.

Содержание планирования учебного материала в 7-9  
классах  
стохастической линии:

- В примерном планировании учебного материала в курсе 7 класса отводится 4 часа на «Статистические характеристики» (3 ч в неделю, всего 102 ч и 4 ч в неделю, всего 136 ч), в курсе 8 класса отводится также 4 часа на «Элементы статистики» (3 ч в неделю, всего 102 ч и 4 ч в неделю, всего 136 ч), за курс 9 класса — 13 часов (3 ч в неделю, всего 102 ч) и 17 часов (4 ч в неделю, всего 136 ч), включая контрольную работу по данной главе, а именно : Глава V. «Элементы комбинаторики и теории вероятностей».

## 7 КЛАСС. §4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ.

- Основная цель — сформировать у учащихся представление о простейших статистических характеристиках и их использовании при анализе данных, полученных в результате исследования.

## 8 КЛАСС. §13. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ.

- Основная цель — сформировать начальные представления о сборе и обработке статистических данных, о наглядной интерпретации статистической информации.



9 класс. ГЛАВА V. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ  
ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

§11. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ.

- Основная цель — ознакомить учащихся с понятиями «перестановка», «размещение», «сочетание» и соответствующими формулами, выработать умение решать несложные комбинаторные задачи.

## §12. НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

- Основная цель — ввести понятия «случайное событие», «относительная частота случайного события» и «вероятность случайного события» и выработать умение решать простейшие задачи с использованием этих понятий.

## Пример контрольной работы №8 к ГЛАВЕ V по теме «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ».

### 1 вариант.

- Сколько чётных четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить с помощью цифр 1, 2, 5, 7?
- Решите уравнение:
- Курьер может разнести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов он может выбрать?
- В магазине «Филателия» продаётся 8 различных наборов марок, посвящённых спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?
- Учащиеся 3 класса изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 5 различных предметов?
- В ящике находятся 2 белых и 3 чёрных шара. Наугад выбирается один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется белым?
- 7.\* На координатной прямой отмечены точки A(1) и B(4). На отрезке AB выбрана точка C(x). Какова вероятность того, что  $2 < x < 3,5$ ?

## 2 вариант.

- Сколько чётных четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить с помощью цифр 1, 4, 5, 8?
- Решите уравнение: :
- Сколько существует вариантов рассаживания вокруг стола 6 гостей на 6 стульях?
- В классе 10 учеников успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них 4 для участия в школьной олимпиаде?
- На плоскости отметили 5 точек. Их надо обозначить латинскими буквами. Сколькими способами это можно сделать (в латинском алфавите 26 букв)?
- В ящике находятся 2 белых и 3 чёрных шара. Наугад выбирается один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется чёрным?
- 7.\* На координатной прямой отмечены точки  $A(-2)$  и  $B(2)$ . На отрезке  $AB$  выбрана точка  $C(x)$ . Какова вероятность того, что  $0 < x < 1,5$ ?

# Решение.

## ○ 1 вариант.

○ Это число вида . Таких чисел столько, сколько можно составить трёхзначных чисел из цифр 1, 5, 7 (без повторения). Их  $6(3!=1 \cdot 2 \cdot 3)$ .

○ **Ответ:** 6 чисел.

○  $n(n+1)=72$ ,  $n=8$ ,  $n=9$ .

○ **Ответ:** 8;9.

○ Количество маршрутов равно числу перестановок из 7 элементов:  $=7!=5040$ .

○ **Ответ:** 5040 маршрутов.

○ Выбор из 8 по 3 без учёта порядка:  $===56$ .

○ **Ответ:** 56 способов.

○ Здесь порядок выбора имеет значение, поэтому количество способов равно размещению из 10 по 5, т. е.  $===10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6=30240$ .

○ **Ответ:** 30240 способов.

○ В ящике всего  $n=2+3=5$  шаров; изъятие каждого из них считается равно возможным. Найдём вероятность события А – «вынут белый шар»;  $=2$ ,  $P(A)===0,4$ .

○ **Ответ:** 0,4.

○  $7^*$ . Вероятность того, что 23,5 равна отношению длины отрезка  $|3,5-2|=1,5$  к длине отрезка  $|4-1|=3$ , т. е.  $===0,5$ .

○ **Ответ:** 0,5.

○ **2 вариант.**

○ Это числа вида  $abc$  или  $bac$ . Чисел первого вида 6, второго вида тоже 6, так как таких чисел столько, сколько можно составить трёхзначных чисел из цифр 1, 5, 8 в первом случае и 1, 4, 5 -- во втором (без повторения), т.е.  $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ . Значит всего таких чисел  $6 + 6 = 12$ .

○ **Ответ:** 12 чисел.

○  $n = 56$ ,  $n = 7$ ,  $n = 8$ .

○ **Ответ:** 7; 8.

○ Шестерых гостей можно расположить на 6 стульях  $= 6! = 720$  различными способами.

○ **Ответ:** 720 способов.

○ Выбрать 4 человек из 10 можно  $\binom{10}{4}$  способами, так как порядок выбора значения не имеет (все участники пойдут на олимпиаду как равноправные); количество способов равно числу сочетаний  $\binom{10}{4} = 210$ .

○ **Ответ:** 210 способов.

○ Выбираем 5 букв для обозначения точек из 26 букв в латинском алфавите; порядок выбора имеет значение (какую точку какой буквой обозначим):  $= 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = 7\,893\,600$ .

○ **Ответ:** 7 893 600 способов.

○ В ящике всего  $n = 2 + 3 = 5$  шаров; изъятие каждого из них считается равно возможным. Найдём вероятность события  $A$  – «вынут чёрный шар»;  $n = 3$ ,  $P(A) = \frac{3}{5} = 0,6$ .

○ **Ответ:** 0,6.

○ Вероятность того, что 0,5 равна отношению длины отрезка  $|1,5 - 0| = 1,5$  к длине отрезка  $|2 - (-2)| = 4$ , т. е.  $1,5/4 = 15/40 = 3/8$ .

○ **Ответ:** 3/8.

**ЗАДАЧА.** (Геометрическая вероятность). Наудачу выбирается два действительных числа  $x$  и  $y$ , причем  $0 < x < 3$ ,  $0 < y < 3$ . Найти вероятность того, что  $x^2 + y^2 < 4$ .

- **Решение.** Поставим в соответствие паре чисел  $x$  и  $y$  точку на плоскости с координатами  $(x; y)$ . Множеством элементарных событий будет квадрат с длиной стороны, равной 3. Фигура, множество точек которой соответствует благоприятному событию  $x^2 + y^2 < 4$ , представляет собой сектор круга с радиусом, равным 2 и центром в начале координат, расположенный в первой координатной четверти. Его площадь находится по формуле:  
 $S = \pi \cdot 4 / 4 = \pi$ . Так как площадь квадрата со стороной 3 равна 9, то искомая вероятность равна  $p = 3,14 : 9 = 0,35$ .
- **Ответ. 0,35.**

Несколько примеров из тематических тестов для подготовки к ГИА—2011 под редакцией Ф. Ф. Лысенко, издательство «ЛЕГИОН-М», Ростов-на-Дону, 2009.

- **ВАРИАНТ 8, №8.** На уроке статистики ученики подсчитывали среднее значение своих четвертных оценок по математике. Для этого они составили таблицу и подсчитали среднее значение. Получилось 4,04. После урока одно число было стёрто. Восстановите его.
- **ВАРИАНТ 6, №8.** Какова частота закрашенных клеток среди всех клеток доски, изображённой на рисунке?
- **ВАРИАНТ2, №5.** Бросают три монеты. Найти вероятность того, что выпадут ровно два герба.



## ЗАДАЧИ НА ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В РАЗЛИЧНЫХ СИТУАЦИЯХ.

- На плоскости отметили точку. Из неё провели 9 лучей. Сколько получилось при этом углов?
- На плоскости даны 10 точек, никакие три из них не лежат на одной прямой. 5 точек покрасили в серый цвет, 2 точки – в бурый, 3 – в малиновый цвет. Сколько можно построить серо-буро-малиновых треугольников?
- Допустим, что 5 раз подбрасывалась монета и каждый раз выпадал орёл. Какова вероятность того, что при новом броске выпадет орёл?
- Найдите сумму  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + 2008 \cdot 2008!$

## Как в физике объясняется необратимость тепловых процессов.

- Почему все процессы в природе необратимы, и самые трагические из них – старение и смерть организмов и какова вероятность того, что 20 000 обезьян, хаотически ударяя по клавишам пишущих машинок, напечатают без единой ошибки «Войну и мир» Л.Н.Толстого?

## ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

- Учебник «Алгебра, 7» авторов Ю.Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой под редакцией С. А. Теляковского. ) Издательство «Просвещение», 2009, с изменениями.
- Учебник «Алгебра, 8» авторов Ю.Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой под редакцией С. А. Теляковского. ) Издательство «Просвещение», 2009, с изменениями.
- Учебник «Алгебра, 9» авторов Ю.Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой под редакцией С. А. Теляковского. ) Издательство «Просвещение», 2009, с изменениями.
- «Изучение алгебры в 7-9 классах», пособие для учителей, Москва, «Просвещение», 2009. Авторы: Ю.Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, С. Б. Суворова, И. С. Шлыкова.
- «Решение задач по статистике, комбинаторике и теории вероятностей 7-9 классы», автор-составитель В. Н. Студенецкая, издательство «Учитель», Волгоград, 2006.
- «Вероятность и статистика 5-9 классы», авторы: Е. А. Бунимович, В. А. Булычев, пособие для общеобразовательных учреждений, «Дрофа», Москва, 2004.
- «Элементы комбинаторики. Понятие случайного события», ЗФТШ при МФТИ, г. Долгопрудный, 2008.
- «Алгебра 9 класс, ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ для подготовки к ГИА 2010» под ред. Ф. Ф. Лысенко, издательство «Легион-М», Ростов-на-Дону, 2009.