Центр развития образования
Муниципальное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №108

Презентация урока по теме: «Теорема Виета»

Выполнила слушатель курсов для учителей математики «Технология УДЕ академика П. М.Эрдниева»
Маслова В.Г.

г. Самара 2008г


Теорема Виета

Проверка домашнего задания

Уравнение	*Корни*	*Произведение корней*	*Сумма корней*
$4x^2 + 7x + 3 = 0$			
$x^2 + x - 56 = 0$			
$x^2 - x - 56 = 0$			
$x^2 - x - 1 = 0$			
$x^2 + px + q = 0$			
$ax^2 + bx + c = 0$			

Уравнение	*Корни*	*Произведение корней*	*Сумма корней*
$4x^2 + 7x + 3 = 0$	$-1;\ -\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-1 - \frac{3}{4} = -\frac{7}{4}$
$x^2 + x - 56 = 0$	$-8;\ 7$	-56	-1
$x^2 - x - 56 = 0$	$-7;\ 8$	-56	1
$x^2 - x - 1 = 0$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2};\ \frac{1-\sqrt{5}}{2}$	-1	1
$x^2 + px + q = 0$	x_1 и x_2	q	$-p$
$ax^2 + bx + c = 0$	x_1 и x_2	$\frac{c}{a}$	$-\frac{в}{a}$

- ВИЕТ Франсуа (1540-1603), французский математик. Разработал почти всю элементарную алгебру. Известны «формулы Виета», дающие зависимость между корнями и коэффициентами алгебраического уравнения. Ввел буквенные обозначения для коэффициентов в уравнениях.

С помощью введённого им буквенного исчисления **Франсуа Виет** не только записал в общем виде формулы для корней квадратного уравнения, но и нашёл выражение для коэффициентов уравнения через его корни, которое сейчас называется ***теоремой Виета:***

Теорема Виета:

- Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения

$$x^2 + px + q = 0,$$

то $x_1 + x_2 = -p,$

а $x_1 \cdot x_2 = q.$

Теорема Виета

Сумма корней приведенного квадратного уравнения $x^2+px+q=0$ равна второму коэффициенту взятому с противоположным знаком (-p), а произведение корней приведенного квадратного уравнения равно свободному члену (q).

Дано: x_1 и x_2 – корни уравнения

$x^2+px+q=0$ (I)

Доказать: $x_1+x_2= -p$

$x_1 \cdot x_2 =q$

Док-во. Составим квадратное уравнение вида (I), которое имеет корни x_1 и x_2:

$$x^2+px+q=0. \quad (I)$$

$$\left.\begin{aligned} x-x_1&=0, \\ x-x_2&=0. \end{aligned}\right\}$$

$$(x-x_1)(x-x_2)=0 \bullet 0,$$

$$x^2-x_1x-x_2x+x_1x_2=0,$$

$$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0, \qquad (II)$$

$$x^2+px+q=0. \qquad (I)$$

Приравнивая соответствующие коэффициенты выведенного уравнения (II) и исходного уравнения (I), мы находим доказываемые соотношения (III) и (IV):

$$p = -(x_1+x_2), \text{ или } x_1+x_2= -p$$

$$x_1 \bullet x_2 = q$$

Теорема, обратная теореме Виета

Если в квадратном уравнении второй коэффициент (р) противоположен сумме некоторых двух чисел x_1 и x_2, а свободный член (q) равен произведению тех же чисел, то числа x_1 и x_2 являются корнями данного квадратного уравнения.

Дано: x_1 и x_2 – числа, такие что

$$p = -(x_1 + x_2),\ q = x_1 \cdot x_2$$

$$x^2 + px + q = 0 \quad (I)$$

Доказать: x_1 и x_2 – корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

Док-во. Согласно условию теоремы напишем квадратное уравнение (II):

$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0$ **(II)**

Подставим x_1, **вместо x в уравнение (II),**

$x^2-(x_1+x_2)x_1+x_1x_2?0$

$x^2_1-x^2_1+x_1x_2-x_1x_2=0$

$0=0$

Значит, x_1**- корень уравнения (II).**

Подставим x_2 **вместо x в уравнение (II).**

$x^2_2 - (x_1+x_2)\ x_2+ x_1x_2 = 0$

$x^2_2 – x_1x_2 + x^2_2 + x_1x_2 = 0$

$0=0$

Следовательно, x_1 **и** x_2 **– корни уравнения (II).**

Теорема Виета	Теорема, обратная теореме Виета
Сумма корней приведенного квадратного уравнения $x^2+px+q=0$ равна второму коэффициенту взятому с противоположным знаком (-p), а произведение корней приведенного квадратного уравнения равно свободному члену (q). **Дано: x_1 и x_2 – корни уравнения** **$x^2+px+q=0$ (I)** **Доказать: $x_1+x_2= -p$** **$x_1 \cdot x_2 = q$**	***Если в квадратном уравнении второй коэффициент (p) противоположен сумме некоторых двух чисел x_1 и x_2, а свободный член (q) равен произведению тех же чисел, то числа x_1 и x_2 являются корнями данного квадратного уравнения.*** **Дано: x_1 и x_2 – числа, такие что** **$p= -(x_1+x_2)$, $q=x_1 \cdot x_2$** **$x^2+px+q=0$ (I)** **Доказать: x_1 и x_2 – корни уравнения** **$x^2+px+q=0$**

Проверить двойную таблицу сумм и произведений однозначных положительных чисел (рис.1)

$x_1 + x_2 = -p$

$x_1 \bullet x_2 = q$

$x^2 - px + q = 0$

x_1 \ x_2	3 3	5 5	7 7	9 9
2	5 6	7 10	9 14	11 18
4	7 12	**9** **20**	11 28	13 36
6	9 18	11 30	13 42	15 54
8	11 24	13 40	15 56	17 72

Рис.1

$x^2 - 9x + 20 = 0$

$x^2 - 15x + 54 = 0$

. . .

$(x_1 = 4;\ \ x_2 = 5)$

$(x_1 = 6;\ \ x_2 = 9)$

Выясните, имеют ли данные уравнения корни. В случае утвердительного ответа найдите их, используя теорему, обратную теореме Виета ($x_1<x_2$):

№	Уравнения	Исследование существования корней	$x_1 \bullet x_2$	$x_1 + x_2$	x_1	x_2
1	$x^2 - x - 6 = 0$					
2	$x^2 + x – 6 = 0$					
3	$x^2 + x + 6 = 0$					
4	$x^2 + 5x – 6 = 0$					
5	$x^2 + 5x + 6 = 0$					
6	$x^2 - 6x + 8 = 0$					
7	$x^2 - 2x + 3 = 0$					
8	$x^2 +2007 x – 2008 = 0$					
9	$-x^2 + 8x – 12 = 0$					

№	Уравнения	Исследование существования корней	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 + x_2$	x_1	x_2
1	$x^2 - x - 6 = 0$	+	-6	1	3	-2
2	$x^2 + x - 6 = 0$	+	-6	-1	-3	2
3	$x^2 + x + 6 = 0$	–				
4	$x^2 + 5x - 6 = 0$	+	-6	-5	-6	1
5	$x^2 + 5x + 6 = 0$	+	6	-5	-3	2
6	$x^2 - 6x + 8 = 0$	+	8	6	4	2
7	$x^2 - 2x + 3 = 0$	–				
8	$x^2 + 2007x - 2008 = 0$	+	-2008	-2007	-2008	1
9	$-x^2 + 8x - 12 = 0$ $x^2 - 8x + 12 = 0$	+	8 -8	-12 12	2	6

Проанализируйте данные и заполните пропуски:

1) $x^2 \bigcirc \underline{\qquad} x \bigcirc \underline{\qquad\quad} = 0,$

$x_1 = -2,$
$x_2 = 8;$

2) $x^2 \bigcirc \underline{\qquad} x - 15 = 0,$

$x_1 = -5,$
$x_2 = \underline{\qquad};$

3) $x^2 - 15x \bigcirc \underline{\qquad} = 0,$

$x_1 = 5,$
$x = \underline{\qquad};$

4) $x^2 \bigcirc \underline{\qquad} x \bigcirc \underline{\qquad\quad} = 0,$

$x_1 = x_2 = -2;$

5) $x^2 \bigcirc \underline{\qquad} = 0,$

$x_1 = 8,$
$x_2 = -8.$

6) $x^2 - 12x \bigcirc \underline{\qquad} = 0,$

$x_1 - x_2 = 2;$

1) x^2 - _6x_ - __16__ = 0,

$x_1 = -2,$
$x_2 = 8;$

2) $\underline{x^2}$ + $\underline{2x}$ – $\underline{15} = 0,$

$x_1 = -5,$
$x_2 =$ _3____;

3) $x^2 - 15x$ + ______ = 0,

$x_1 = 5,$
$x_2 =$ 10__;

4) x^2 + __4__x + _4_ = 0,

$x_1 = x_2 = -2;$

5) x^2 - ___64__ = 0,

$x_1 = 8,$
$x_2 = -8.$

6) $x^2 - 12x$ + _35_ = 0,

$x_1 - x_2 = 2;$
$x_1 + x_2 = 12$

Заполните пропуски в стихотворении:

По праву достойна в стихах быть воспета
О свойстве корней теорема_______________
Что лучше, скажи, постоянства такого?
Умножишь ты корни, и дробь уж готова:
В числителе «______», в знаменателе «а».
И сумма корней тоже дроби равна.
Хоть с минусом дробь эта, что за беда
В числителе «_____», в знаменателе – «______»

По праву достойна в стихах быть воспета

О свойстве корней теорема **_Виета_**

Что лучше, скажи, постоянства такого?

Умножишь ты корни, и дробь уж готова:

В числителе «_**с**_», в знаменателе «**а**».

И сумма корней тоже дроби равна.

Хоть с минусом дробь эта, что за беда

В числителе «_**в**_», в знаменателе – «_**а**_»