

# Преобразование фигур в пространстве

Подготовил  
учитель ЛСОШ №2  
Бесшабашнова Л.ф



**ТЕМА: «ПРЕОБРАЗОВАНИЕ  
СИММЕТРИИ  
В ПРОСТРАНСТВЕ.  
СИММЕТРИЯ В ПРИРОДЕ И  
НА ПРАКТИКЕ .  
ДВИЖЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ.  
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС В  
ПРОСТРАНСТВЕ.  
ПОДОБИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
ФИГУР»**

## Задание 1.

Из предложенных точек выберите те, которые принадлежат:

Плоскости XY	Плоскости YZ	Плоскости XZ

**A( 1; 1; 0)    B( 2; -2; 4)    C( 0; -2; 4)    D( 2; 0; 4)**

## Задание 2:

Найдите расстояние между точками, если А  
(1; 2; 3), В(2; 4; 6)

$$\sqrt{14}$$

### Задание 3:

Найдите координаты середины отрезка:

C (6; 0; -3)

D (0; -2; 1)

$$x_{CD} = \frac{6 + 0}{2} = 3$$

$$y_{CD} = \frac{0 - 2}{2} = -1$$

$$z_{CD} = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

## **Задание 4.**

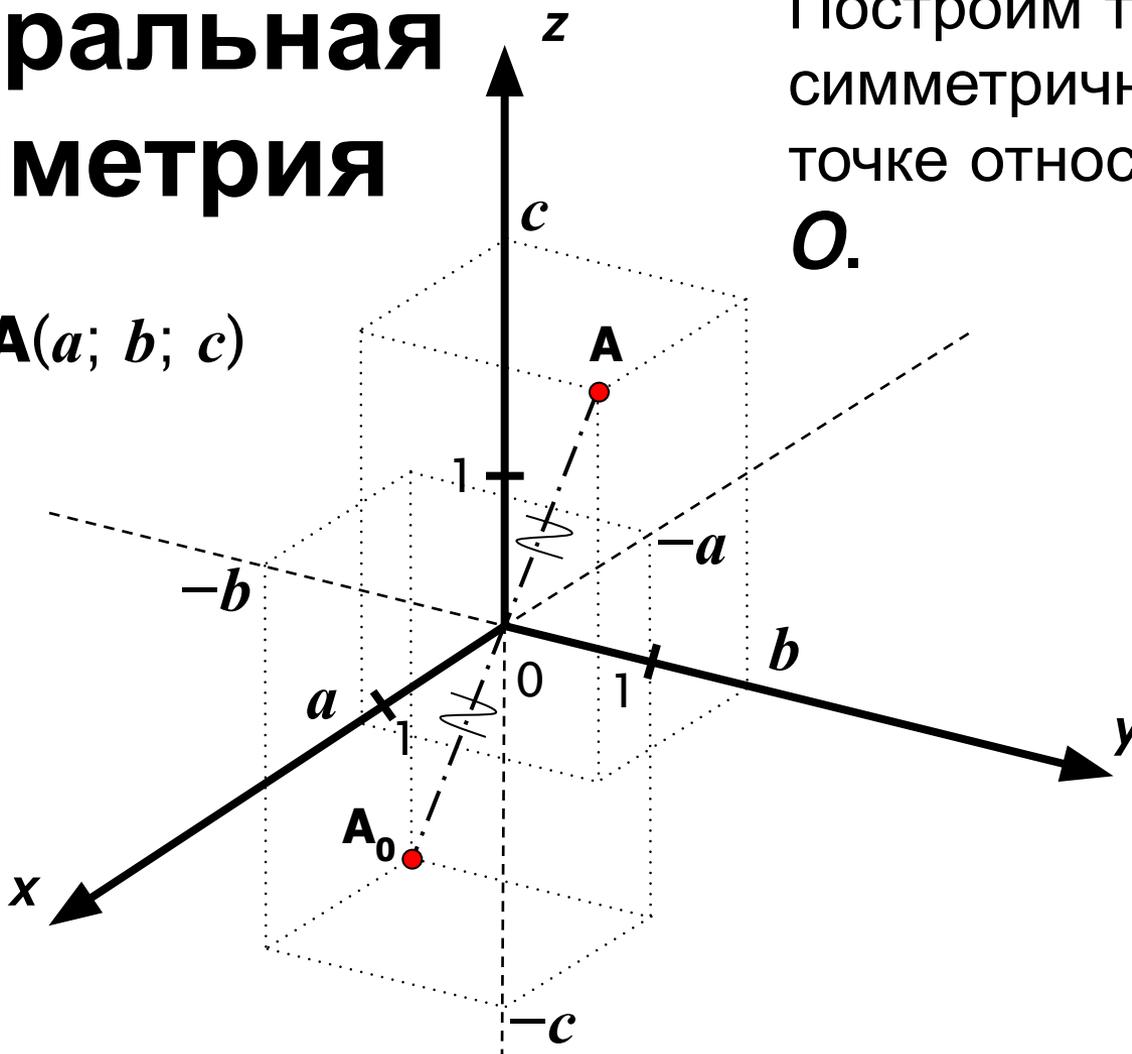
**В системе координат построить точки**

- $M(-3; 6; 8)$
- $K(7; -4; 9)$
- $B(5; 2; -10)$

# Центральная симметрия

Пусть  $A(a; b; c)$

Построим точку  $A_0$ , симметричную данной точке относительно точки  $O$ .

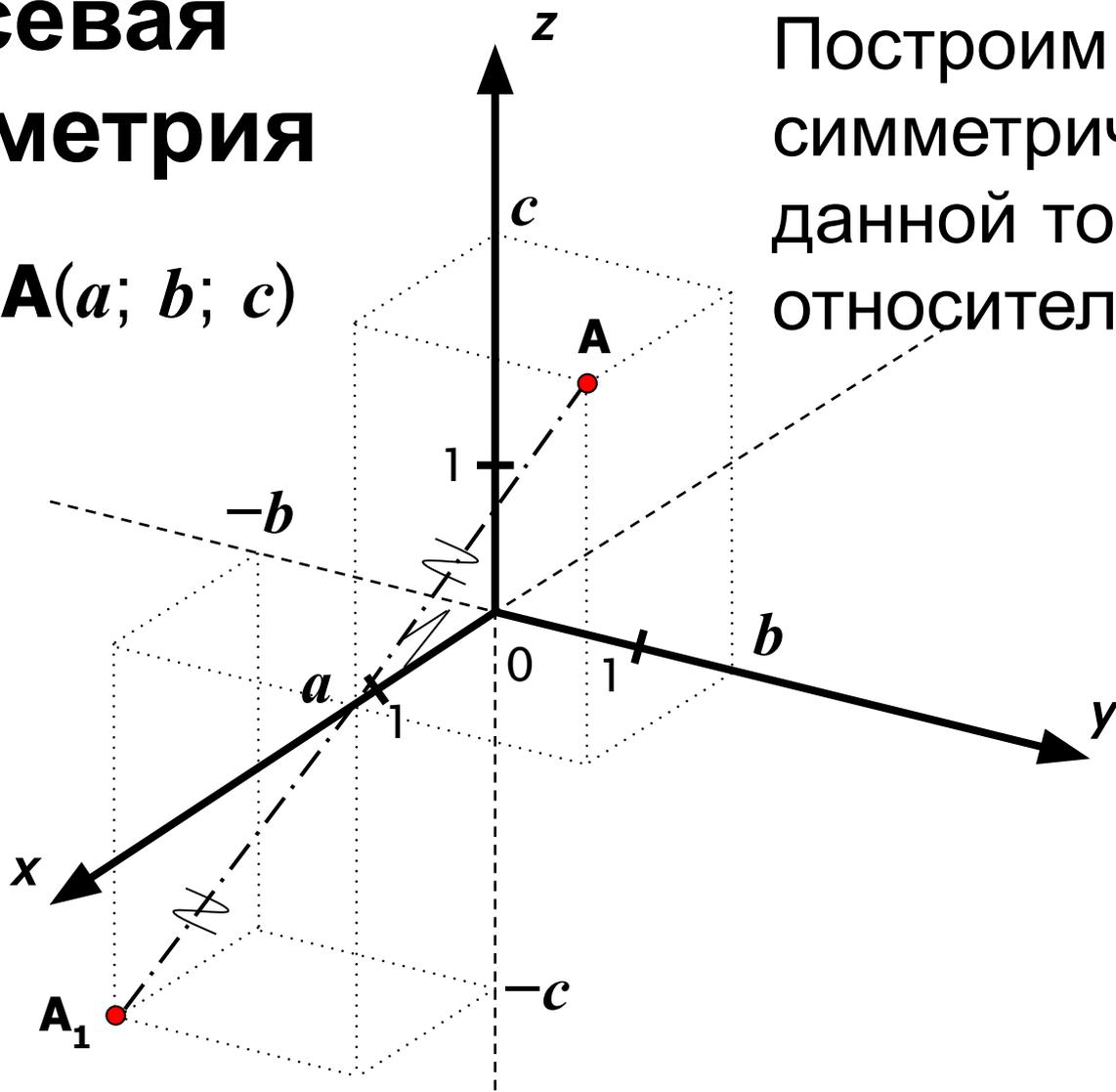


Координаты точки  $A_0(-a; -b; -c)$ .

# Осевая симметрия

Пусть  $\mathbf{A}(a; b; c)$

Построим точку  $\mathbf{A}_1$ , симметричную данной точке относительно оси  $Ox$ .

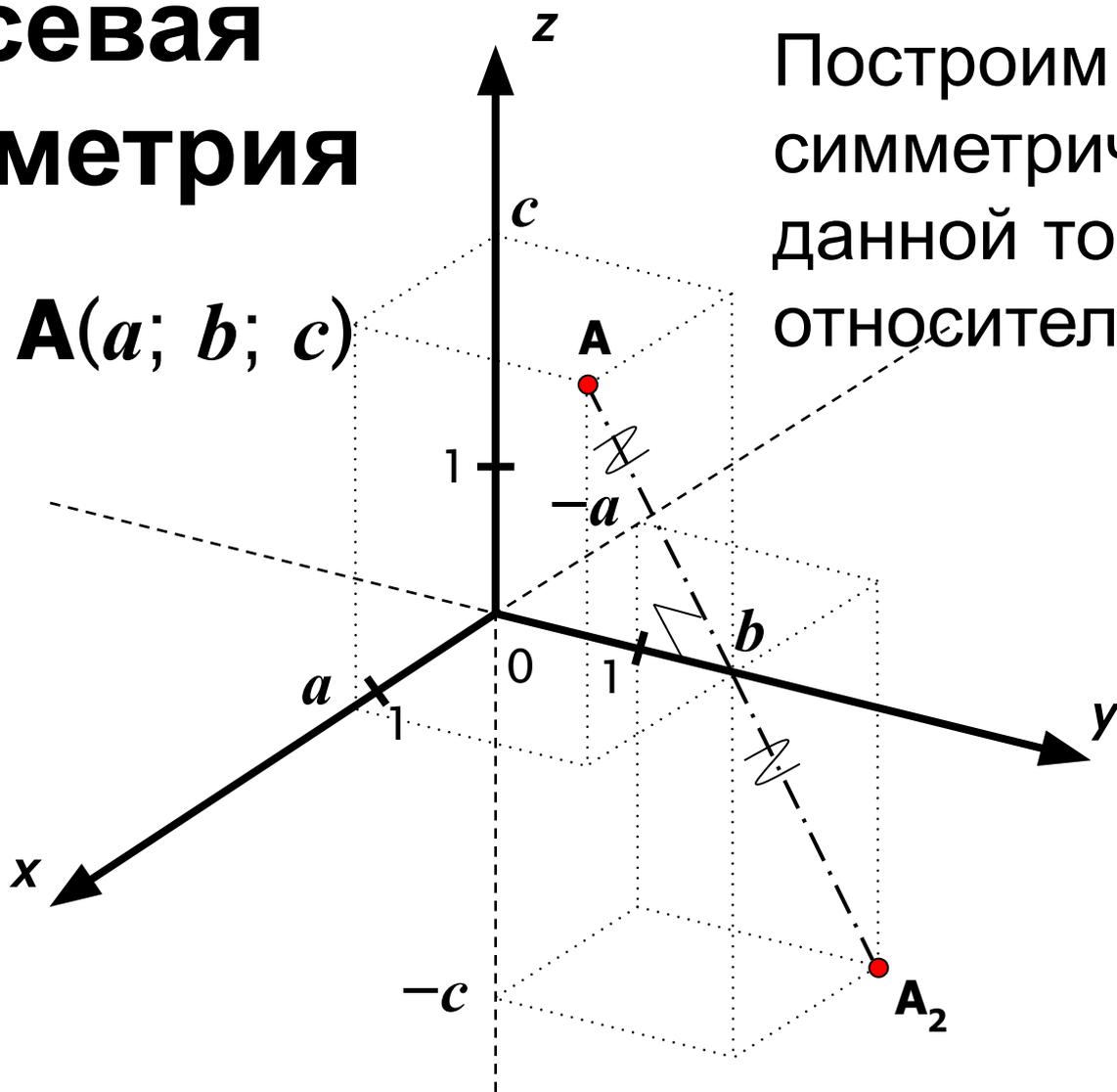


Координаты точки  $\mathbf{A}_1(a; -b; -c)$ .

# Осевая симметрия

Пусть  $A(a; b; c)$

Построим точку  $A_2$ ,  
симметричную  
данной точке  
относительно оси  $Oy$ .

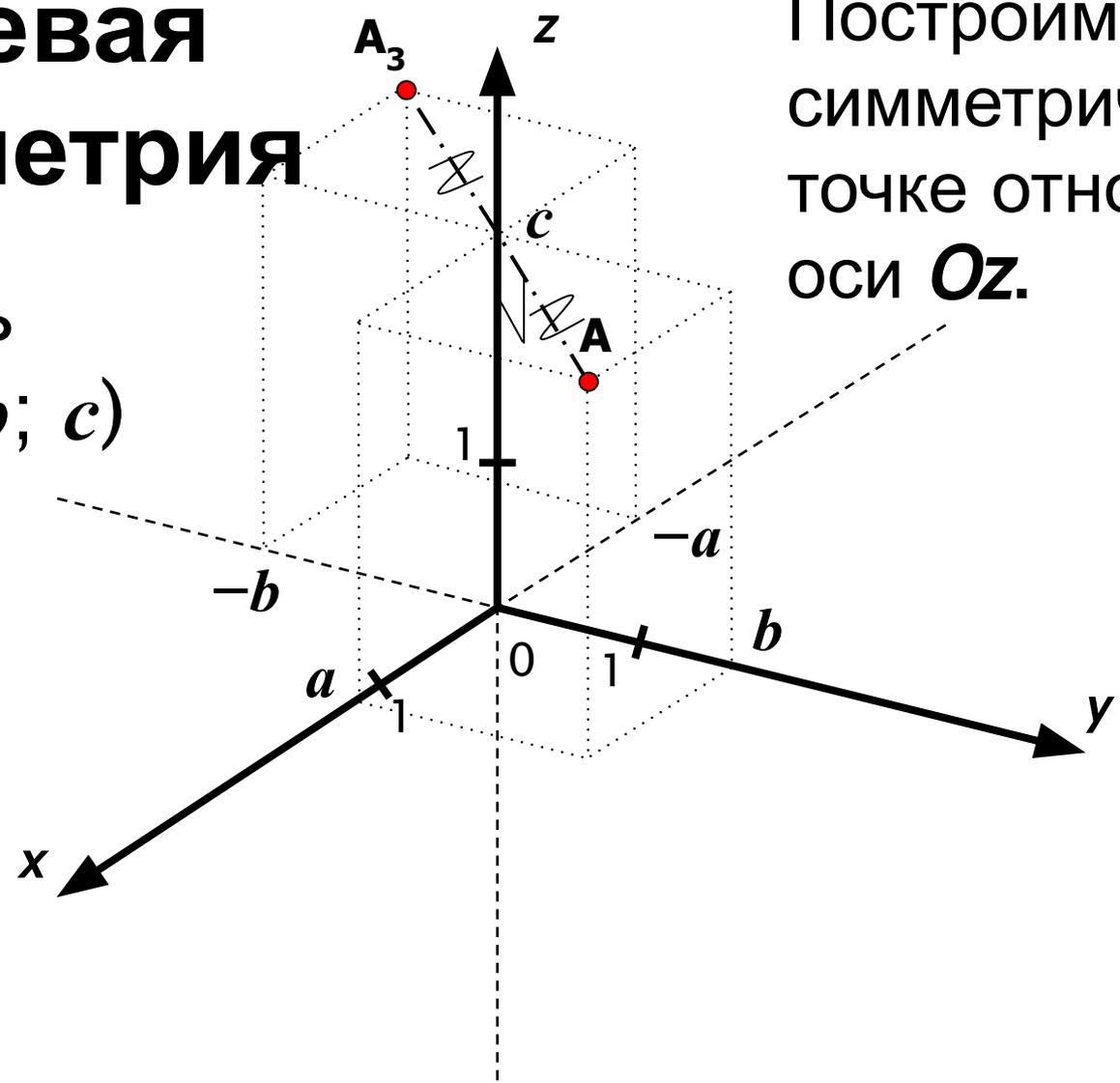


Координаты точки  $A_2(-a; b; -c)$ .

# Осевая симметрия

Пусть  $A(a; b; c)$

Построим точку  $A_3$ , симметричную данной точке относительно оси  $Oz$ .

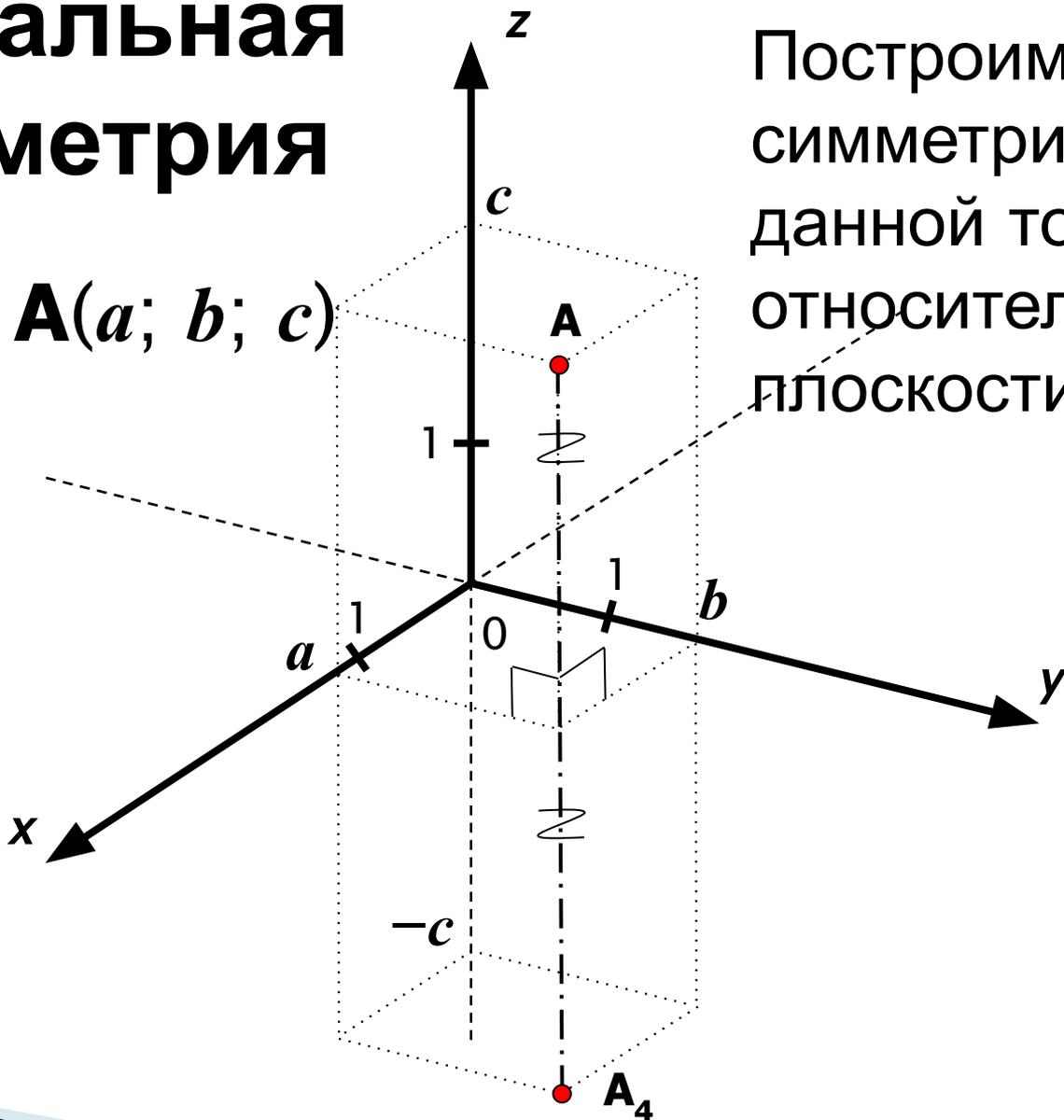


Координаты точки  $A_3(-a; -b; c)$ .

# Зеркальная симметрия

Пусть  $\mathbf{A}(a; b; c)$

Построим точку  $\mathbf{A}_4$ , симметричную данной точке относительно плоскости  $Oxy$ .

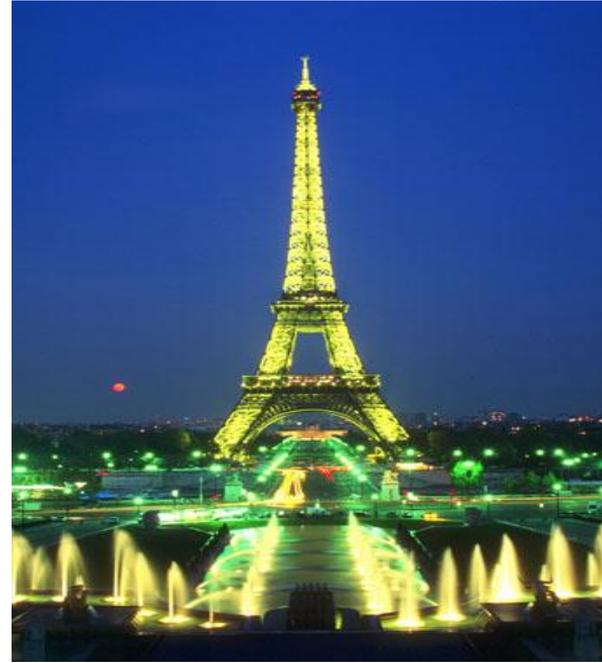


Координаты точки  $\mathbf{A}_4(a; b; -c)$ .







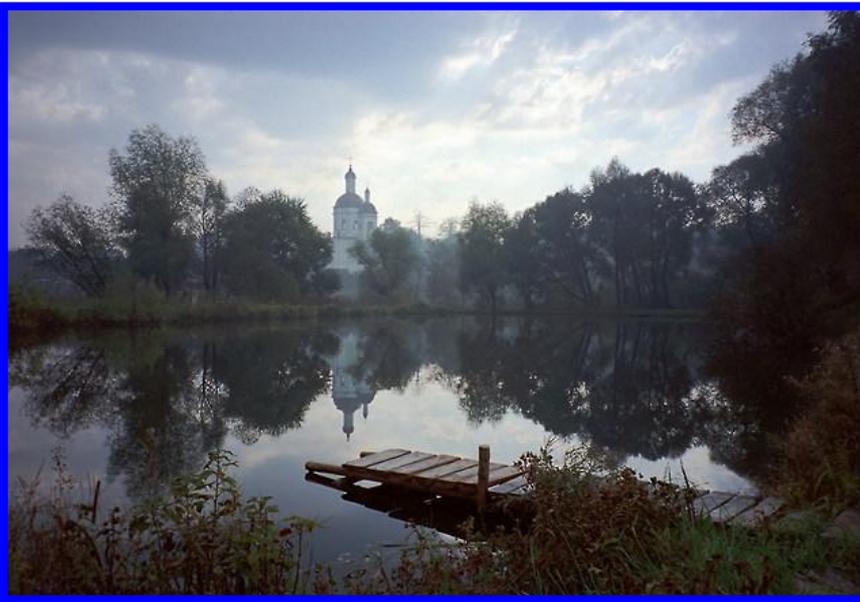












**Отражение в воде – хороший пример *зеркальной симметрии* в природе. Мы любим пейзажами художников, удачными снимками. Горы красиво отражаются на поверхности озера, придавая снимку законченность. Поверхность озера играет роль зеркала, и воспроизводит отражение с геометрической точностью. Поверхность воды есть плоскость симметрии...**

**Горы  
снимку законченность**





**Примерами зеркальных отражений одна другой могут служить рука человека.**

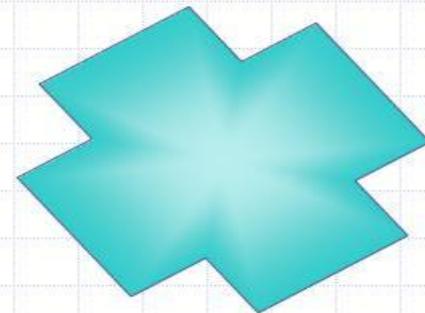
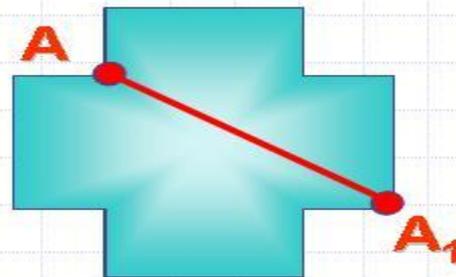




# Движение в пространстве

## Движение

- ◆ Преобразование одной фигуры в другую, при котором сохраняется расстояние между точками



# Основные свойства движения в пространстве

- Прямые переходят в прямые
- Полупрямые переходят в полупрямые
- Отрезки переходят в отрезки
- Сохраняются углы между полупрямыми
- Движение переводит плоскости в плоскости  
(новое свойство)

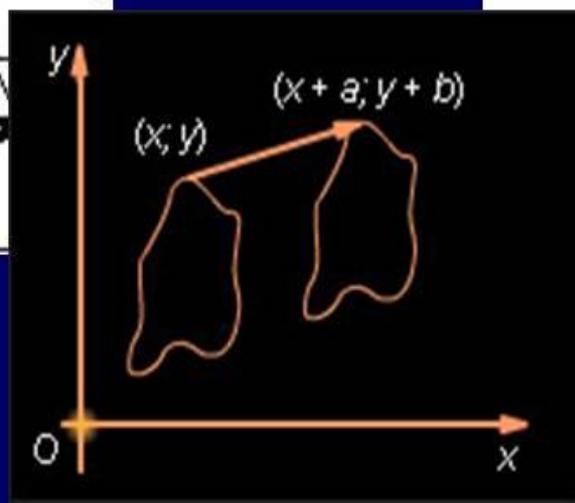
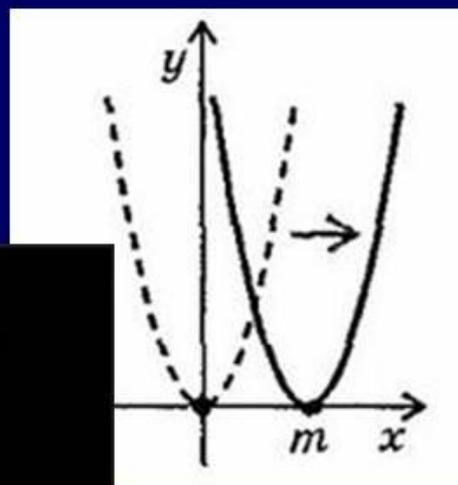
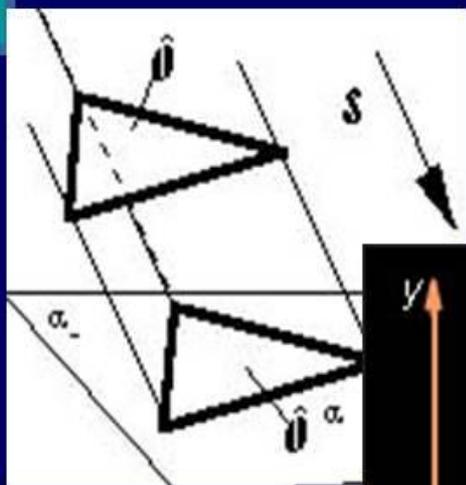
**Две фигуры называются  
равными , если они совмещаются  
движением**



**Определение.** Две фигуры  $\Phi$  и  $\Phi_1$   
называются равными, если их  
**МОЖНО СОВМЕСТИТЬ** наложением

# Параллельный перенос

- *Параллельный перенос – один из видов движения*



# Параллельный перенос в пространстве

**Параллельным переносом** в пространстве называется такое преобразование, при котором произвольная точка  $(x; y; z)$  фигуры переходит в точку  $(x + a; y + b; z + c)$ , где числа  $a, b, c$  одни и те же для всех точек  $(x; y; z)$ .

**Параллельный перенос в пространстве обладает следующими свойствами:**

1. Параллельный перенос есть движение.
2. При параллельном переносе точки смещаются по параллельным прямым на одно и то же расстояние.
3. При параллельном переносе каждая прямая переходит в параллельную ей прямую или в себя.
4. Каковы бы ни были точки  $A$  и  $A'$ , существует единственный параллельный перенос, при котором точка  $A$  переходит в точку  $A'$ .
5. При параллельном переносе в пространстве каждая плоскость переходит либо в себя, либо в параллельную ей плоскость.



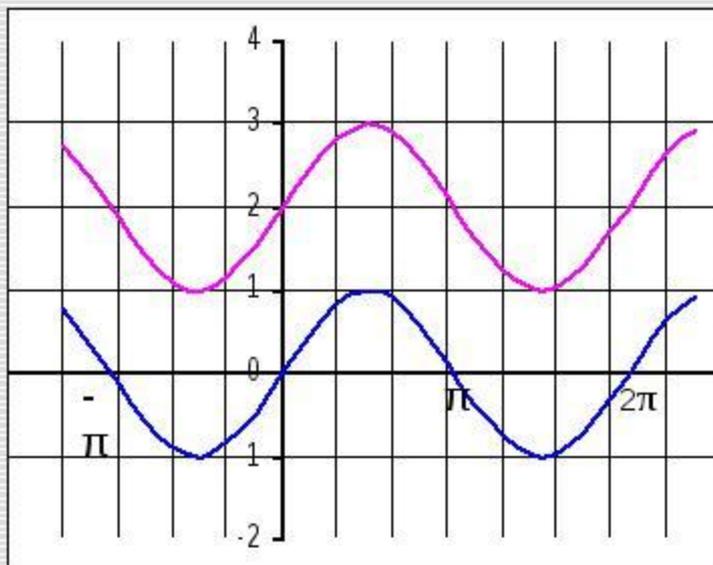
# Параллельный перенос



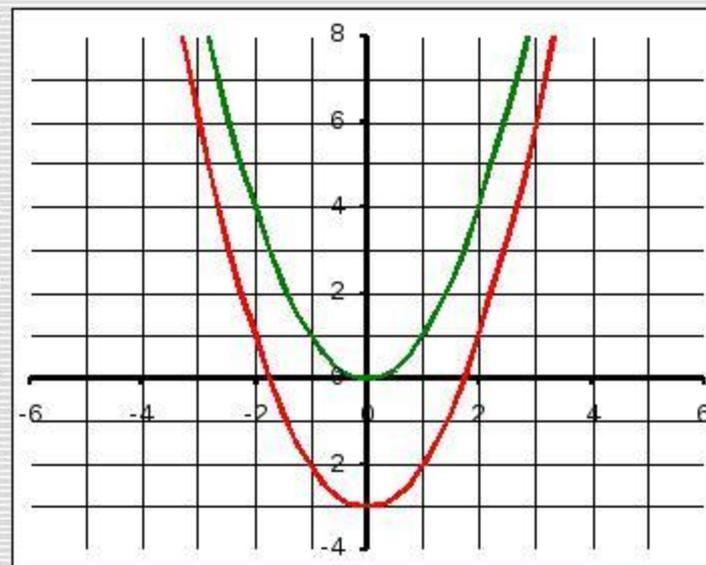


## ПРИМЕРЫ:

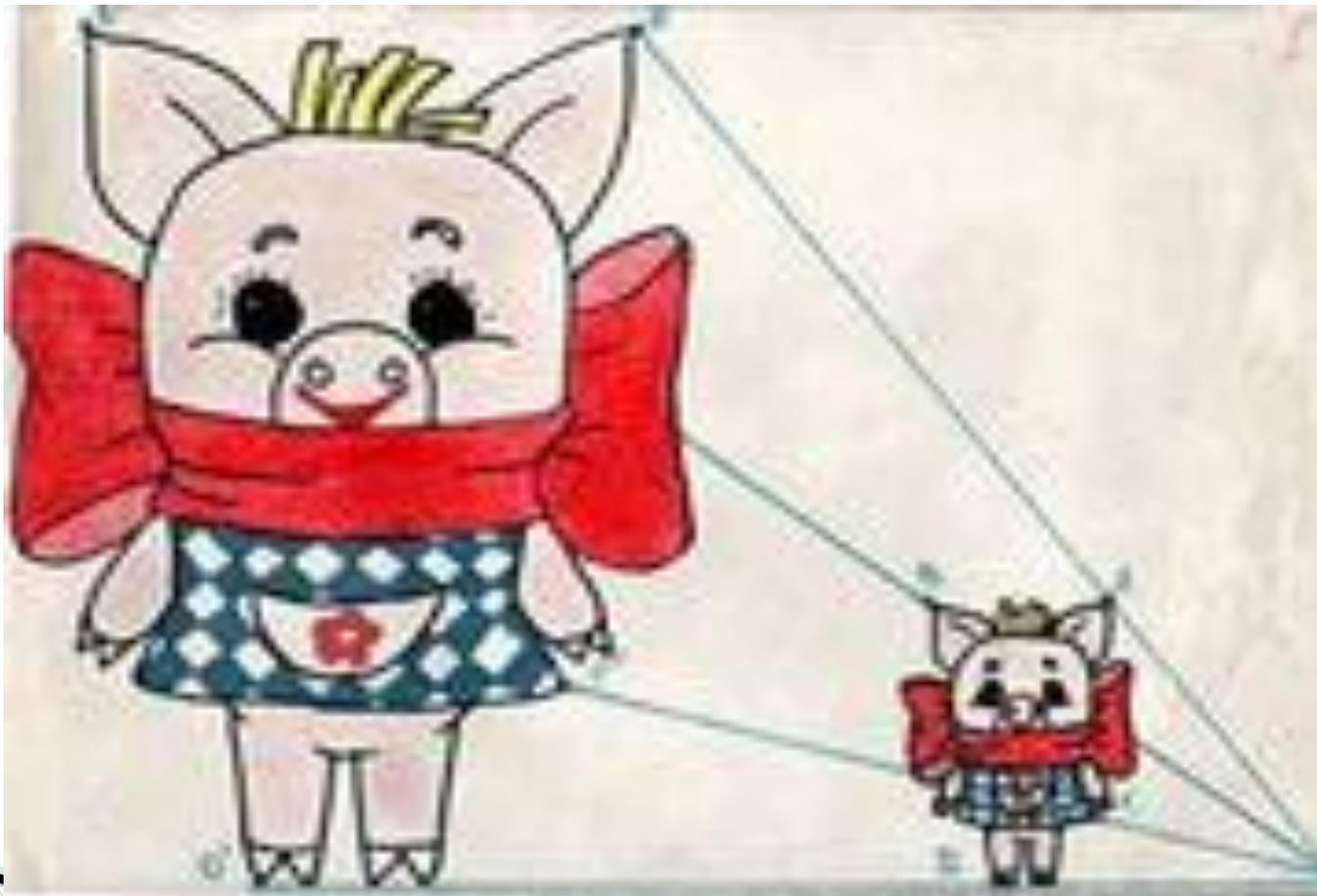
$$y = \sin x; \quad y = \sin x + 2$$



$$y = x^2; \quad y = x^2 - 3$$



# Подобие пространственных фигур



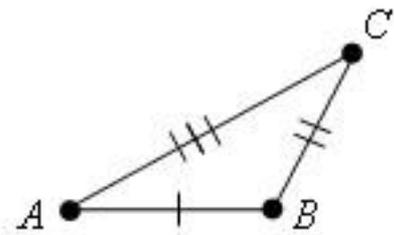
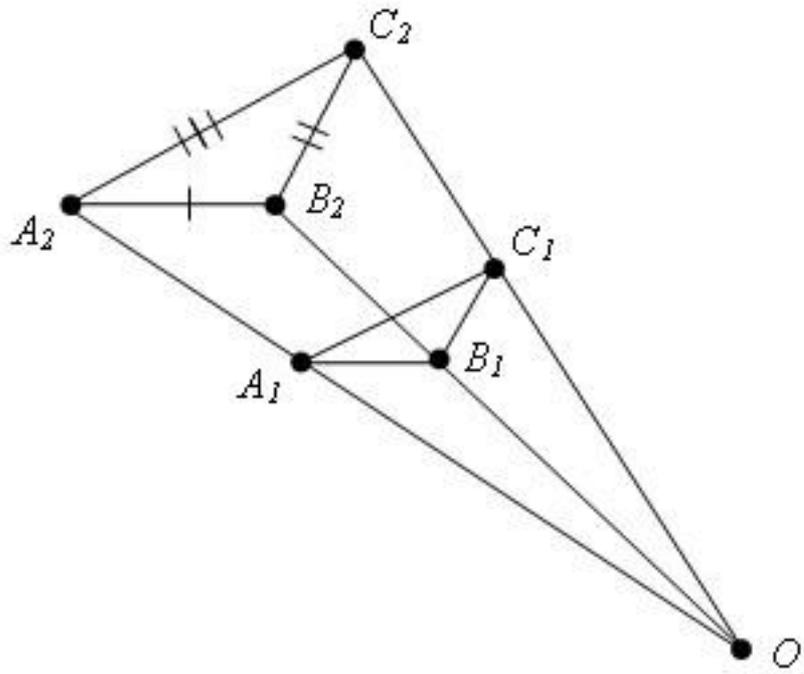
# Определение

- ▣ Преобразование фигуры  $F$  называется **преобразованием подобия**, если при этом преобразовании расстояние между точками изменяется в одно и то же число раз. т. е. для любых двух точек  $X$  и  $Y$  фигуры  $F$  и точек  $X'$ ,  $Y'$  фигуры  $F'$ , в которые они переходят,  $X'Y' = k \cdot XY$ .
- ▣ Две фигуры называются **подобными**, если они переводятся одна в другую преобразованием подобия.

# Простейшим преобразованием подобия в пространстве является

## Гомотетия.

- *Гомотетия* относительно центра  $O$  с коэффициентом гомотетии  $k$  – это преобразование, которое переводит произвольную точку  $X$  в точку  $X'$  луча  $OX$ , такую, что  $OX' = k OX$ .
- Преобразование гомотетии в пространстве переводит любую плоскость, не проходящую через центр гомотетии, в параллельную плоскость (или в себя при  $k=1$ )



Спасибо за урок!



