Задачи.

1. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды SABC равна 6. Боковые рёбра наклонены к плоскости основания под углом 45 градусов. Найти боковое ребро.

2. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды равно 12, а высота $\sqrt{94}$. Найти сторону основания пирамиды.

3. **В правильной треугольной пирамиде SABC, Q-середина AB, S-вершина, BC = 7, а площадь боковой поверхности пирамиды 42. Найти SQ.**

4. **В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD, O- центр основания, S- вершина, SO=8, BD=30. Найти SC.**

3. **В правильной треугольной пирамиде SABC медианы треугольника ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 4, объём пирамиды равен 6. Найти SO.**

4. **В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1900 куб.м. и погрузили в воду деталь. Уровень воды поднялся с 20 см до 22 см. Найти объём детали.**

5. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 9. Боковые рёбра 1\π. Найти объём цилиндра , описанного около призмы.

6. **Диагональ куба равна 3. Найти площадь его поверхности.**

7. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящий из одной вершины равны 4, 6, 9. Найти ребро равновеликого куба.

8. Найти объём правильной шестиугольной пирамиды , сторона основания которой равны 1, а боковые рёбра $\sqrt{3}$.

9. **Прямая призма, в основании ромб ABCD с острым углом B 30 градусов. Сторона ромба равна высоте призмы. F середина BB_1, M середина CC_1. Найти угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через AD и точки F, M.**

10. **В правильной шестиугольной призме AB… все рёбра 2. Найти расстояние от B до прямой A_1F_1.**

11. **В правильной четырёхугольной призме АВ… сторона основания 2, а боковое ребро 3. Найти угол между прямыми AC_1 и BA_1.**

1. В правильной треугольной призме АВС…

АВ =6, AA_1= 4. Найти площадь сечения, проходящего через А,В, середину A_1C_1.

2. В правильной треугольной пирамиде SABC, боковое ребро SA =5, АВ=4.Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через АВ, перпендикулярно SC.

3. В прав. шестиугольной пирамиде боковое ребро 10, высота 6, вписана сфера. Найти площадь сферы.

1. **Радиус основания конуса 5, высота 12. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 6. найти расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.**
2. **В кубе ABCD…все рёбра 1. Найти расстояние от точки С до ВD_1.**
3. **В правильном тетраэдре ABCD найти угол между высотой тетраэдра DO и медианой BM боковой грани BCD.**

- **В прямоугольном параллелепипеде известны рёбра AB=5,AD=4, АA_1=9. Точка О принадлежит ребру ВB_1 и делит его в отношении 4:5, считая от вершины Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки А,О и C_1.**
- **В правил. шестиугольной призме ABCDEF…все рёбра 2. Найти расстояние от точки В до прямой A_1F_1.**

- 1 вариант. Боковое ребро MA пирамиды MBAC перпендикулярно плоскости основания и равно 13. угол BAC = 90^0. AB =39. AC=52. Найти расстояние от точки А до плоскости BCM.

- 2 вариант. Основание прямой призмы ABCD…ромб ABCD, в котором AB=10, AC = $6\sqrt{7}$. Боковое ребро $AA_1 = 3\sqrt{21}$. Найти расстояние от точки В до прямой AC_1.

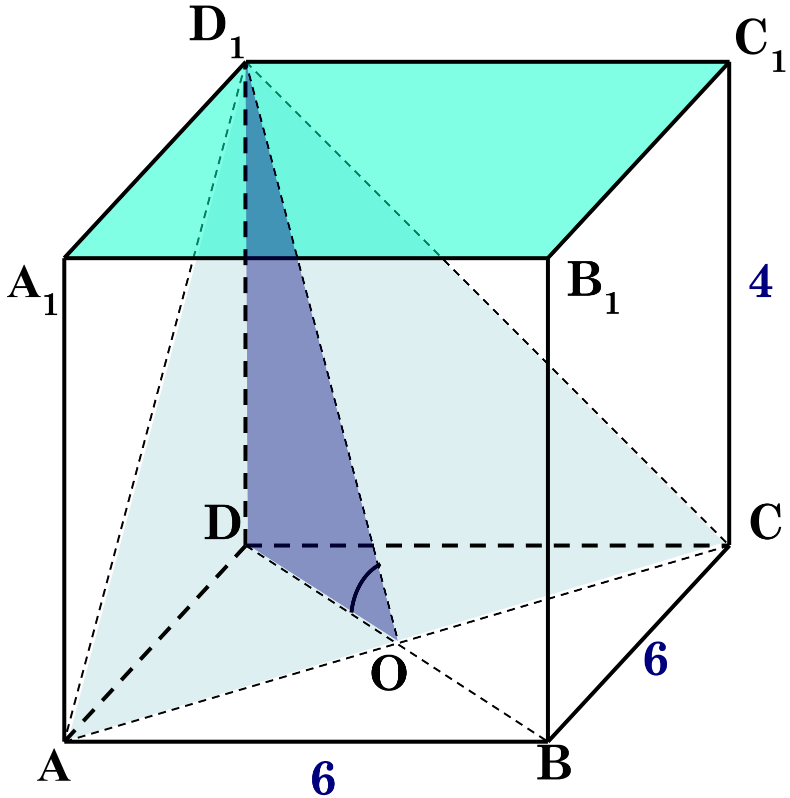
1. **В правильной четырёхугольной пирамидеSABCD, сторона основания 4, К-середина ребраSB. Тангенс угла между СК и SD равен $2\sqrt{\frac{2}{17}}$. Найти площадь боковой поверхности пирамиды.**
2. **Все боковые грани прав. четырёхугольной пирамиды правильные треугольники. Расстояние от центра боковой грани до плоскости основания пирамиды равно «b». Определить объём пирамиды.**

3. **Отрезок АС – диаметр основания конуса. Отрезок АР – образующая, АР=АС. Хорда основания ВС составляет с АС угол 60 градусов. Через АР проведено сечение конуса плоскостью параллельно прямой ВС. Найти расстояние от центра основания конуса О до плоскости сечения, если радиус основания конуса равен 1.**

№ 2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$.

Решение.



1) Построим плоскость ACD_1.

2) Вместо плоскости $A_1B_1C_1$ возьмем параллельную ей плоскость ABC .

3) ABCD – квадрат, диагонали $AC \cap BD$ в точке O, O – середина *AC*, $DO \perp AC$.

$$DO = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{AD^2 + DC^2} = 3\sqrt{2}.$$

4) $D_1O \perp AC$, так как ΔAD_1C- равнобедренный, $AD_1 = D_1C$.

5) Значит, $\angle D_1OD$ — линейный угол искомого угла.

6) ΔD_1DO – прямоугольный, тогда

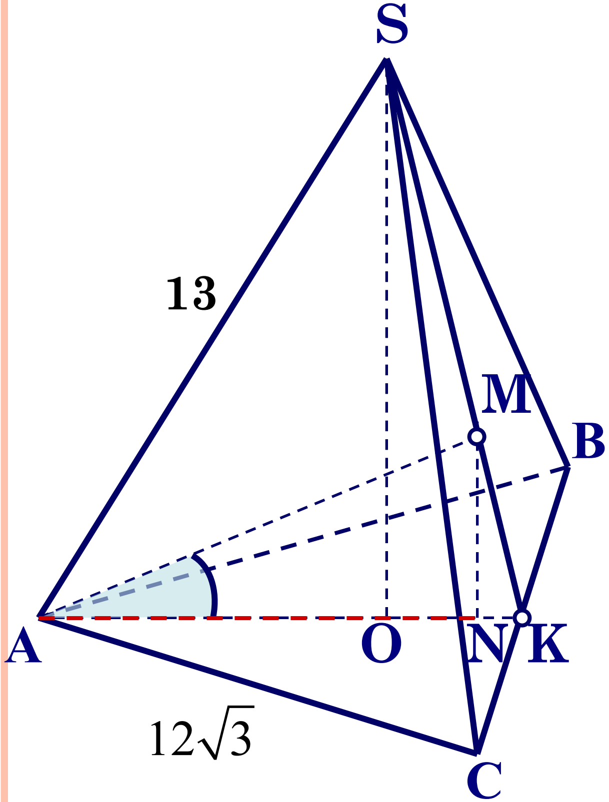
$$tg(\angle DOD_1) = \frac{DD_1}{DO} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

№ 1

В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра: $AB = 12\sqrt{3}$, $SC = 13$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AM, где M точка пересечения медиан грани SBC.

Решение.



Пусть К – середина ребра ВС.

Прямая SK – апофема.

Прямая SO – высота пирамиды.

М – точка пересечения медиан грани SBC, поэтому SM: MK = 2:1.

Опустим из точки М перпендикуляр MN, тогда отрезок AN - проекция отрезка AM на плоскость основания.

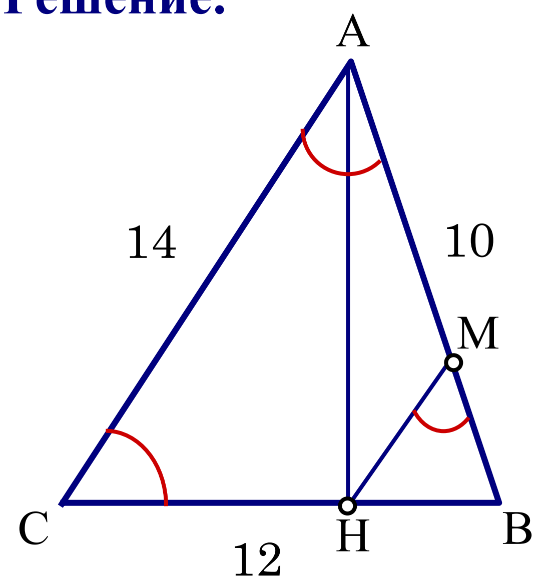
Угол MAN - искомый.

Его можно найти из прямоугольного треугольника MAN.

№ 2

Точка *H* – основание высоты треугольника со сторонами 10, 12, 14 , опущенной на сторону, равную 12. Через точку *H* проведена прямая, отсекающая от треугольника подобный ему треугольник и пересекающая сторону, равную 10, в точке *M* . Найдите *HM* .

Решение.



Пусть AB = 10, BC = 12, AC = 14.

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{100 + 144 - 196}{2 \cdot 10 \cdot 12} = \frac{1}{5}.$$

ΔABH – прямоугольный, BH = AB ·cosB = 2.

По условию ΔABC∞ΔHBM, и имеют общий угол B, значит возможны два случая.

1 случай. ∠BMH = ∠BAC; $k = \frac{BH}{BC} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$,

значит, $HM = \frac{1}{6} \cdot AC = \frac{1}{6} \cdot 14 = \frac{7}{3}$.

2 случай. ∠BMH = ∠ACB;

$k = \frac{BH}{AB} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, значит, $HM = \frac{1}{5} \cdot AC = \frac{1}{5} \cdot 14 = \frac{14}{5}$.

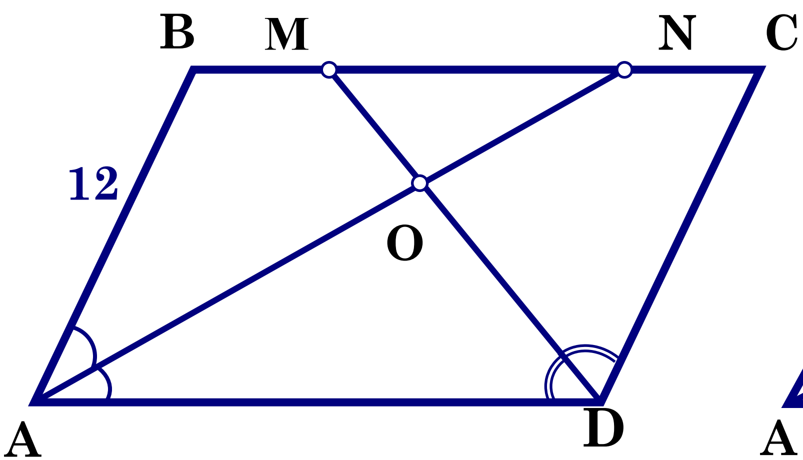
Ответ: $\frac{7}{3}$ или $\frac{14}{5}$.

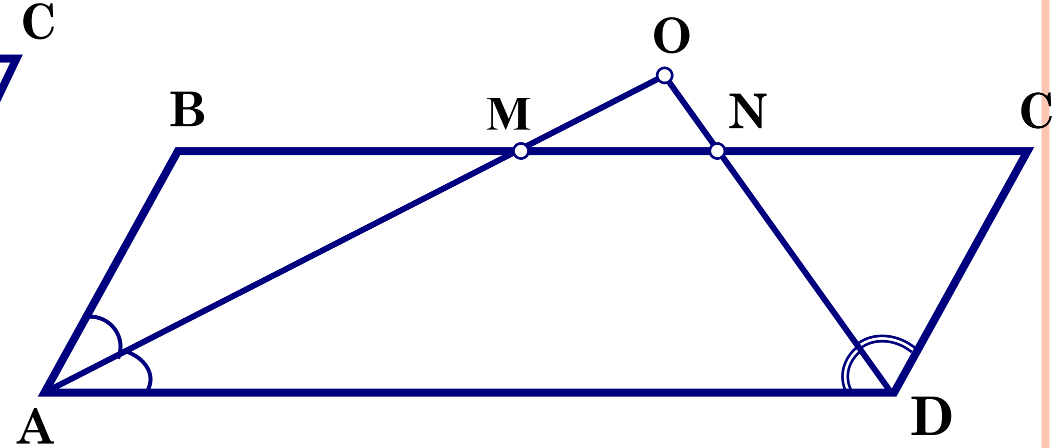
№ 4

В параллелограмме ABCD AB=12, биссектрисы углов при стороне AD делят сторону BC точками M и N, так что BM:MN=1:7. Найдите BC.

Решение. Пусть O – точка пересечения биссектрис.

По условию $\dfrac{BM}{MN}=\dfrac{1}{7}<1$, значит M лежит между точками B и N.





Возможны два случая.

1) точка O – лежит внутри параллелограмма;

2) точка O – лежит вне параллелограмма.

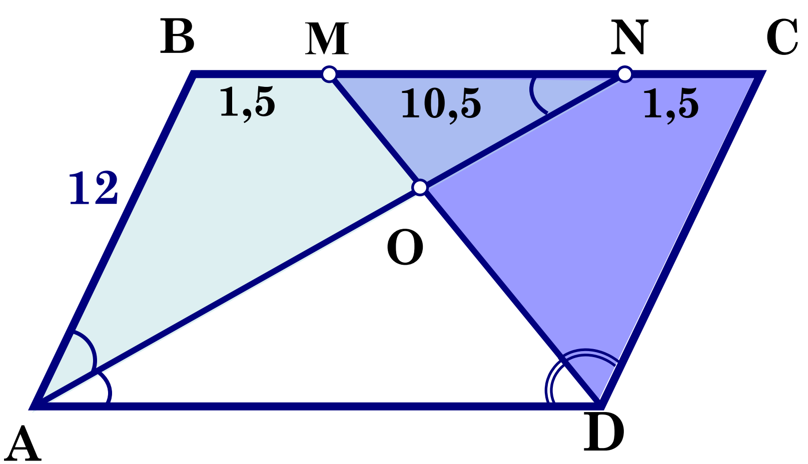
Рассмотрим первый случай.

№ 4

В параллелограмме ABCD AB=12, биссектрисы углов при стороне AD делят сторону BC точками M и N, так что BM:MN=1:7. Найдите BC.

Решение. Пусть O – точка пересечения биссектрис.

По условию $\frac{BM}{MN}=\frac{1}{7}<1$, значит M лежит между точками B и N.



1) ΔABN – равнобедренный, т.к.

∠BNA=∠NAD- накрест лежащие;

AN – биссектриса ∠A,

значит ∠BNA=∠ BAN и

AB=BN=12,

тогда $BM=\frac{1}{8}BN=\frac{1}{8}\cdot 12=1,5.$

Найдем MN=BN-BM=12-1,5=10,5.

2) Аналогично, ΔDMC – равнобедренный, MC=DC=12.

Тогда NC= MC-MN=12-10,5=1,5.

3) Значит, BC=BM+MN+NC=13,5.

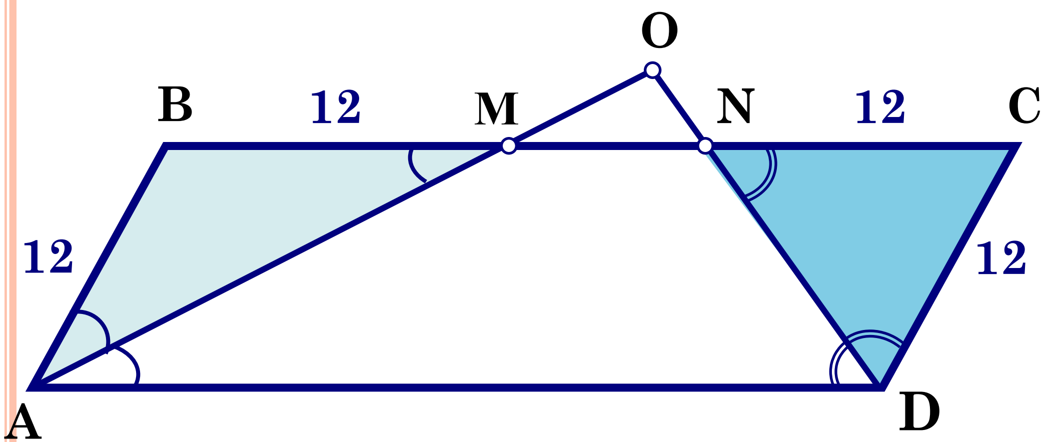
Рассмотрим первый случай.

№ 4

В параллелограмме ABCD AB=12, биссектрисы углов при стороне AD делят сторону BC точками M и N, так что BM:MN=1:7. Найдите BC.

Решение. Рассмотрим второй случай:

точка O – лежит вне параллелограмма.



1)ΔABM– равнобедренный, т.к.

$\angle$BMA=$\angle$MAD- накрест лежащие;

AM – биссектриса $\angle$A,

значит $\angle$BMA=$\angle$ BAM.

Тогда AB=BM=12.

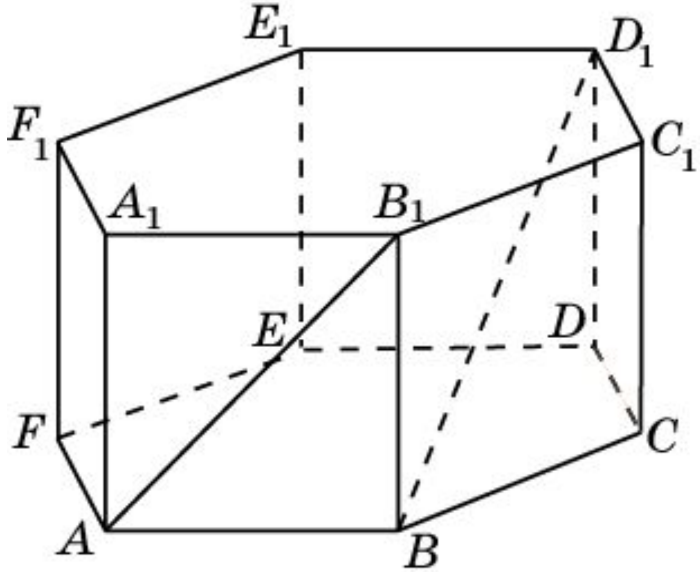
По условию $\frac{BM}{MN}=\frac{1}{7}$, значит $BM=\frac{1}{8}BN, \Rightarrow BN=8\cdot 12=96.$

2) Аналогично ΔDNC– равнобедренный, тогда NC=DC=12.

3) Значит, BC=BN+NC=96+12=108.

Ответ: 13,5 или 108.

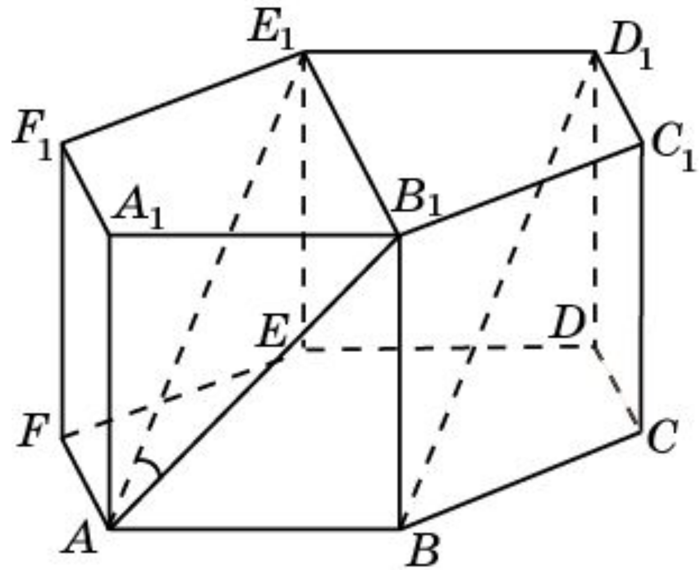
Задача 1. В правильной шестиугольной призме $A \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BD_1.



Решение 1. Прямая AE_1 параллельна прямой BD_1. Угол φ между прямыми AB_1 и BD_1 равен углу B_1AE_1. В треугольнике B_1AE_1 имеем: $AB_1 = \sqrt{2}$, $AE_1 = 2$, $B_1E_1 = \sqrt{3}$.

Применяя теорему косинусов, получим

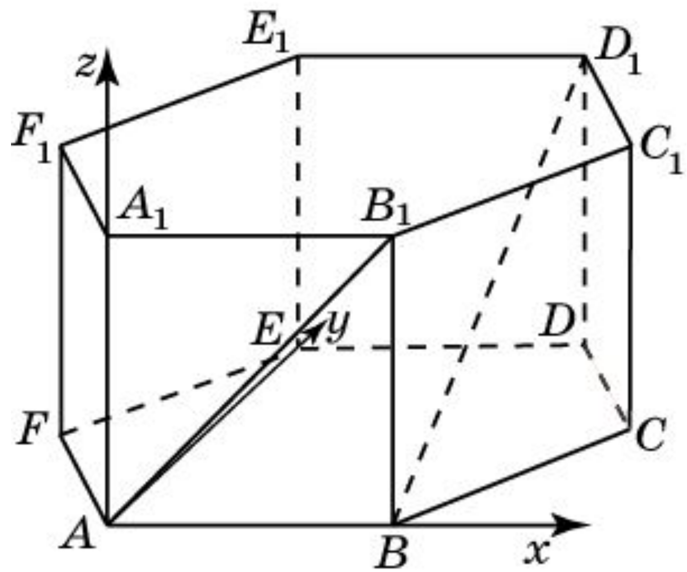
$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$



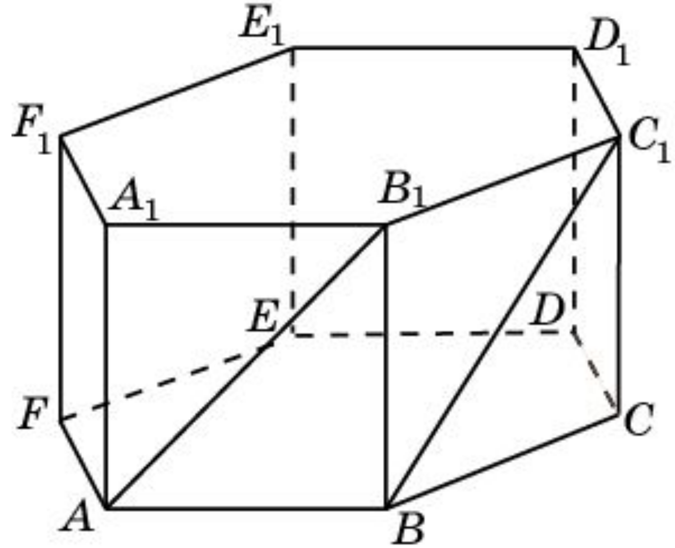
Решение 2. Введем систему координат, считая началом координат точку A, точка B имеет координаты (1, 0, 0), точка A_1 имеет координаты (0, 0, 1). Тогда точка D_1 имеет координаты (1, $\sqrt{3}$, 1). Вектор $\overrightarrow{AB_1}$ имеет координаты (1, 0, 1), вектор $\overrightarrow{BD_1}$ имеет координаты (0, $\sqrt{3}$, 1). Воспользуемся формулой

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|},$$

выражающий косинус угла между векторами через их скалярное произведение и длины. Имеем $\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=1$, $|\overrightarrow{AB_1}|=\sqrt{2}$, $|\overrightarrow{BD_1}|=2$. Следовательно, косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 равен $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

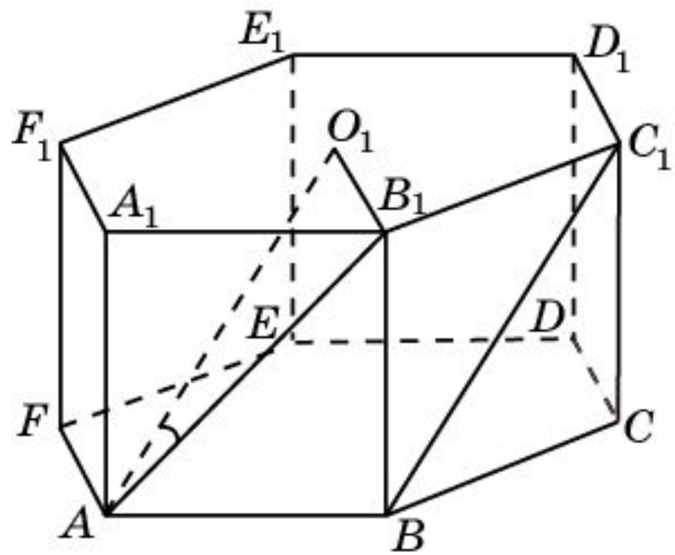


Задача 1. В правильной шестиугольной призме $A \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.



Решение 1. Пусть O_1 – центр правильного шестиугольника $A_1\dots F_1$. Тогда прямая AO_1 параллельна прямой BC_1, и искомый угол φ между прямыми AB_1 и BC_1 равен углу B_1AO_1. В равнобедренном треугольнике B_1AO_1 имеем: $O_1B_1 = 1$; $AB_1 = AO_1 = \sqrt{2}$. Применяя теорему косинусов, получим

$$\cos\varphi = \frac{3}{4}.$$



В 1.

1. С.А. купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 42 мили в час? Ответ округлите до целого числа.

2. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 3рубля 08 копеек. 1 ноября счётчик показывал 32544 к/час, а 1 декабря 32726 к/час. Сколько надо заплатить за ноябрь?

3. В обменном пункте 1 украинская гривна стоит 3 рубля 70 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на гривны и купили 3 кг помидоров по цене 4 гривны за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.

4. Клиент взял в банке кредит 48000 рублей под 14% годовых. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

5. Среди 40000 жителей города 60% не интересуются футболом. Среди футбольных болельщиков 80% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч?

6. В июне 1 кг помидоров стоил 80 рублей. В июле цена понизилась на 40%, а в августе ещё на 50%. Сколько рублей стоил 1 кг в августе?

7. Чтобы связать свитер нужно 800 гр шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по 60 рублей за 100 гр, а можно купить неокрашенную по цене 50 рублей за 100 гр и окрасить её. Один пакетик краски стоит 50 рублей и рассчитан на 400 гр пряжи. Какой вариант дешевле? В ответе сколько рублей.

1. **В детском саду на каждого ребёнка полагается 40 гр сахара в день. В саду 121 ребёнок. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на 7 дней?**
2. **Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 14 дней. В одной упаковке 20 таблеток по 0,5 г. Какое наименьшее количество упаковок надо?**
3. **Даша отправила SMS- сообщения своим 16 друзьям. Стоимость 1 сообщения 1 рубль 30 копеек. Перед отправкой на счёте оставалось 30 рублей. Ск рублей останется…?**

4. **Магазин закупает учебники по оптовой цене 110 рублей за штуку и продаёт с наценкой 30%. Какое наибольшее число таких учебников можно купить на 1200 рублей?**

5. Рубашка стоила 440 рублей. После снижения цены она стала стоить 396 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

6. Пирожок стоит 12 рублей. При покупке более 30 пирожков скидка 5% от стоимости всей покупки. Купили 40 пирожков. Сколько заплатили за покупку?

В - 13

- **1. Зависимость температуры от времени для нагревательного элемента была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур даётся выражением T(t) = T_0 + at + bt^2, где T_0 = 520 К, a = 22К/мин, b = - 0,2К/мин. Известно, что при нагревании выше 1000К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор.**

2. При вращении ведёрка с водой на верёвке в вертикальной плоскости сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила давления на дно будет положительной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления равна $P = m(\frac{v^2}{L} - g)$, где m – масса воды в кг, v – скорость движения ведёрка в м/с, L – длина верёвки в метрах, $g = 10$ м/$с^2$ - ускорение свободного падения. С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась из него, если длина верёвки равна 0,4 м?

- 3. Мяч бросили под острым углом α к плоскости горизонта. Время полёта мяча(в секундах) определяется по формуле t $=\frac{2v_0 sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (градусах) время полёта будет не меньше 1,7 с, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 17$ м/с? g=10 м/с^2.

- 4.**Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий v =2 моля воздуха при давлении p_1 = 1,5 атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая при сжатии воздуха, определяется выражением А = $\alpha v T log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$** – постоянная. **T = 300 K – температура воздуха, p_1 – начальное давление, а p_2 - конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе. Если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж?**

5. **В боковой стенке цилиндрического бака вблизи дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону $H(t) = 5 - 1{,}6t + 0{,}128t^2$, где t – время в минутах. В течение какого времени вода будет вытекать из бака?**