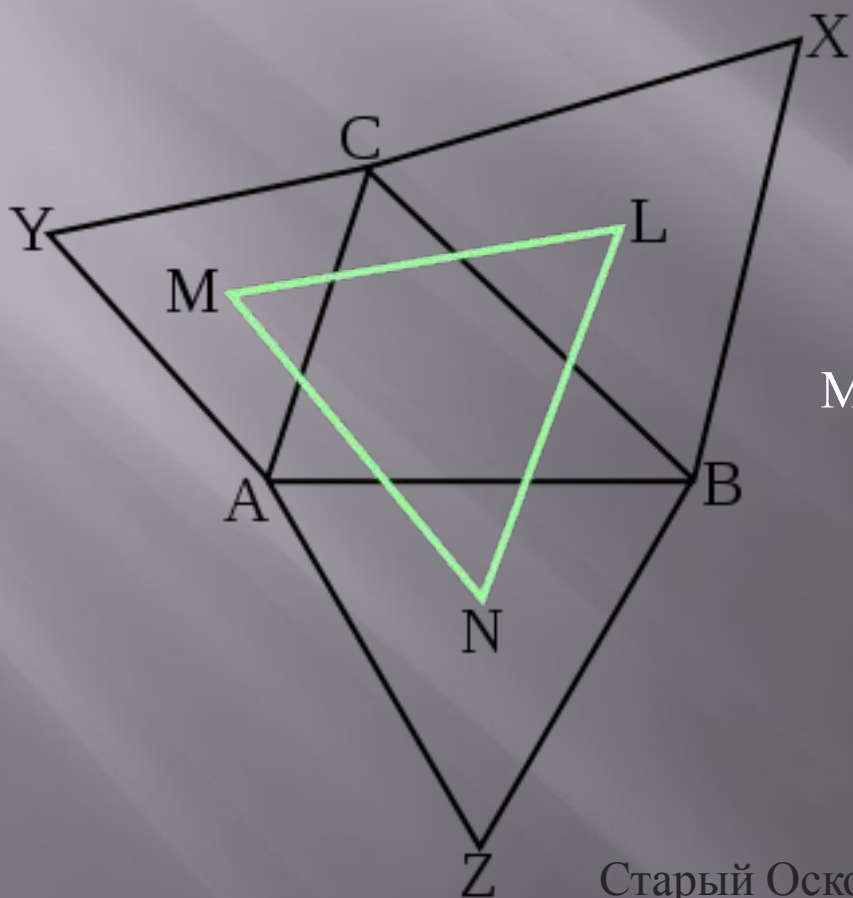


МБОУ «СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 34 С
УИОП»

Теорема Наполеона



Выполнили:

Югов Иван, обучающийся 10 «Б»

Малахова Наталья, обучающаяся 9 «А»

Преподаватели:

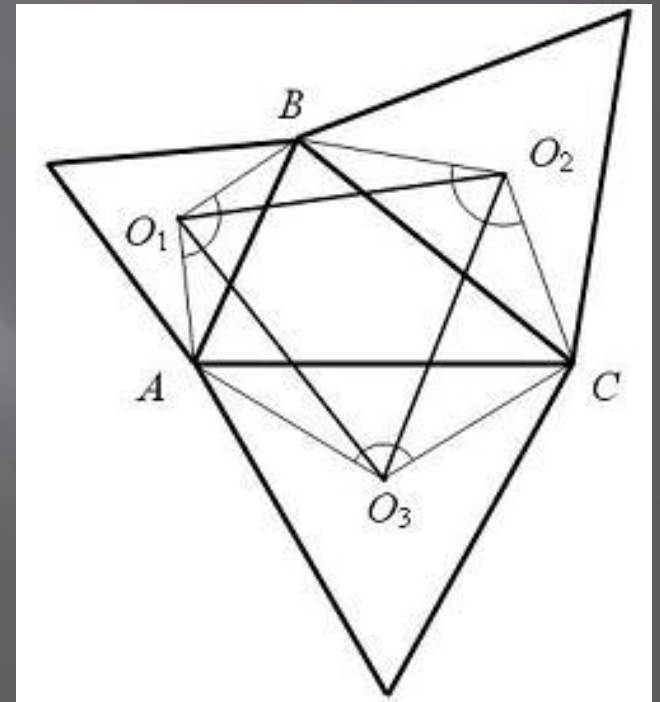
Прудских Анна Георгиевна

Шенцева Татьяна Александровна

Старый Оскол
2013 г.

ЦЕЛЬ:

изучение теоремы Наполеона и рассмотрение нескольких геометрических задач, составленных им; доказать теорему Тебо с помощью теоремы Наполеона.



Задачи:

- изучить имеющуюся литературу по данной теме;
- доказать теорему Наполеона с использованием геометрических преобразований ;
- решить задачу Наполеона о равных треугольниках при искомой точке;
- решить задачу Наполеона о квадрате, вписанном в окружность;
- доказать теорему Тебо, с помощью теоремы Наполеона;
- рассмотреть любимую головоломку Наполеона «Танграм».



БИОГРАФИЯ

Французский император, гениальный полководец. Родился в семье мелкопоместного дворянина. В 1785 г. в чине поручика окончил Парижскую военную школу, служил в полку в Южной Франции. Был произведен в капитаны и направлен в войска, осаждавшие Тулон, захваченный англичанами.

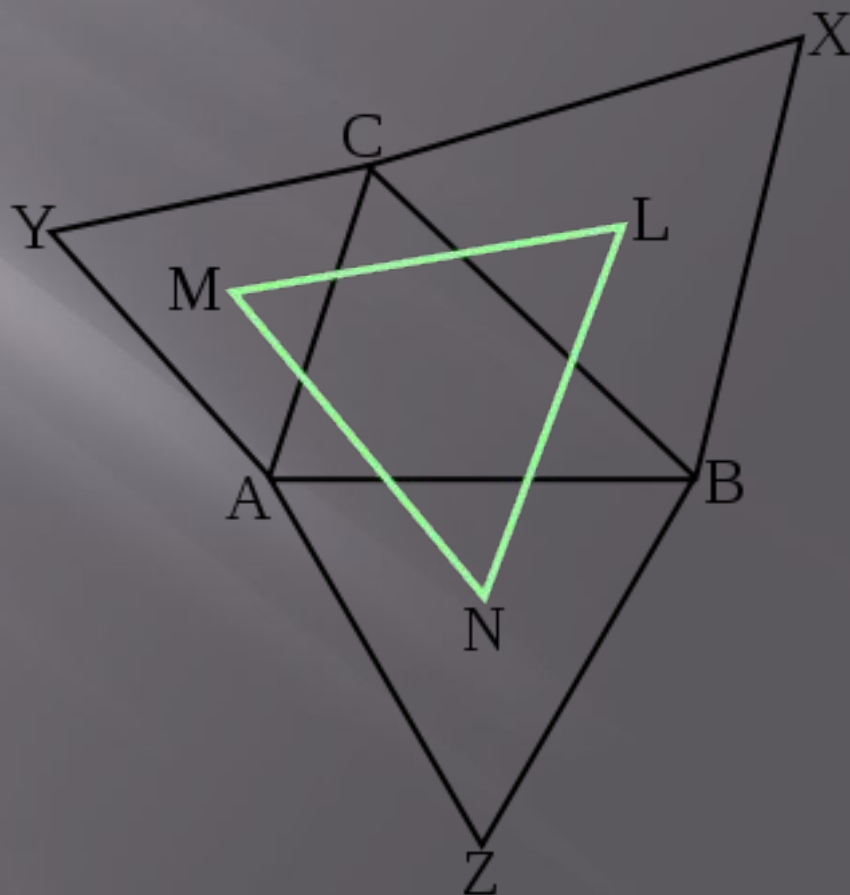


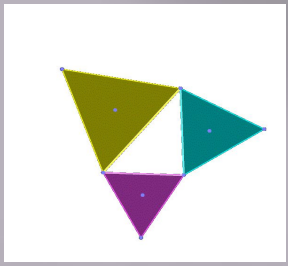
Благодаря плану, разработанному Наполеоном, англичанам пришлось срочно покинуть город. Тулон пал, а сам Наполеон, которому было всего 24 года, был сразу же произведен в бригадные генералы. В 1795 г. решительно подавил монархистский мятеж в Париже, после чего был назначен главнокомандующим армией в Италии.



Теорема Наполеона:

«Если на каждой стороне произвольного треугольника построить по равностороннему треугольнику, то треугольник с вершинами в центрах равносторонних треугольников — тоже равносторонний»





Доказательство

- Пусть M, N, K - центры равносторонних треугольников. Выполним дополнительное построение: соединим точки M, N, K с ближайшими (к каждой из них) двумя вершинами треугольника ABC и между собой (рис.1)

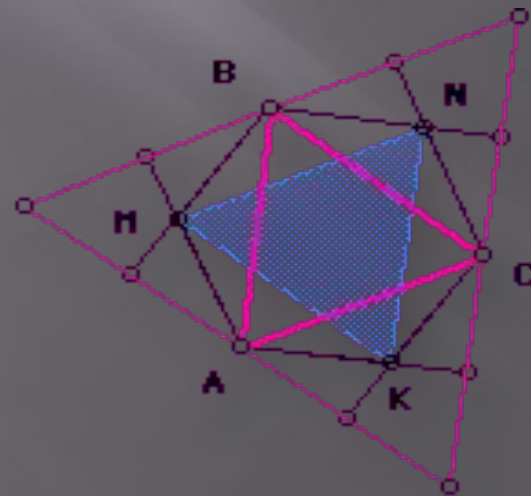
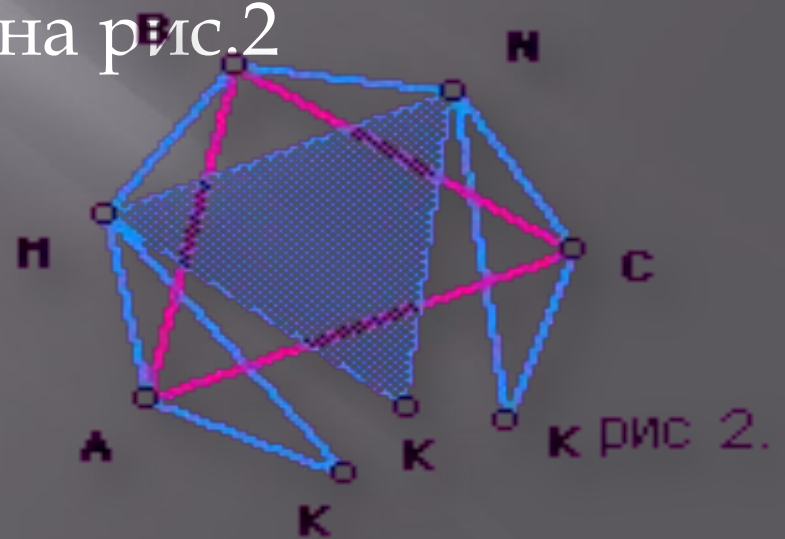


рис 1.

- По свойствам равностороннего (правильного) треугольника $AM=MB$, $BN=NC$, $CK=KA$; угол AMB равен углу BNC равен углу CKA равен 120° , а их сумма равна 360° . Выделим шестиугольник $AMBNCK$, а внешние к нему невыпуклые четырёхугольники отбросим. Получим фигуру, изображённую на рис.2



- Отсекая теперь от этого шестиугольника треугольники МАК и NSK, перемещая их в плоскости в положение, которое указано на рис.3, получаем четырёхугольник MDNK.

- Отрезок MN делит его на два равных (по трем сторонам) треугольника. Углы DNK и DMK равны 120° каждый. Поэтому углы NМК и MNК равны 60° каждый. Следовательно, треугольник MNК равносторонний, что и требовалось доказать

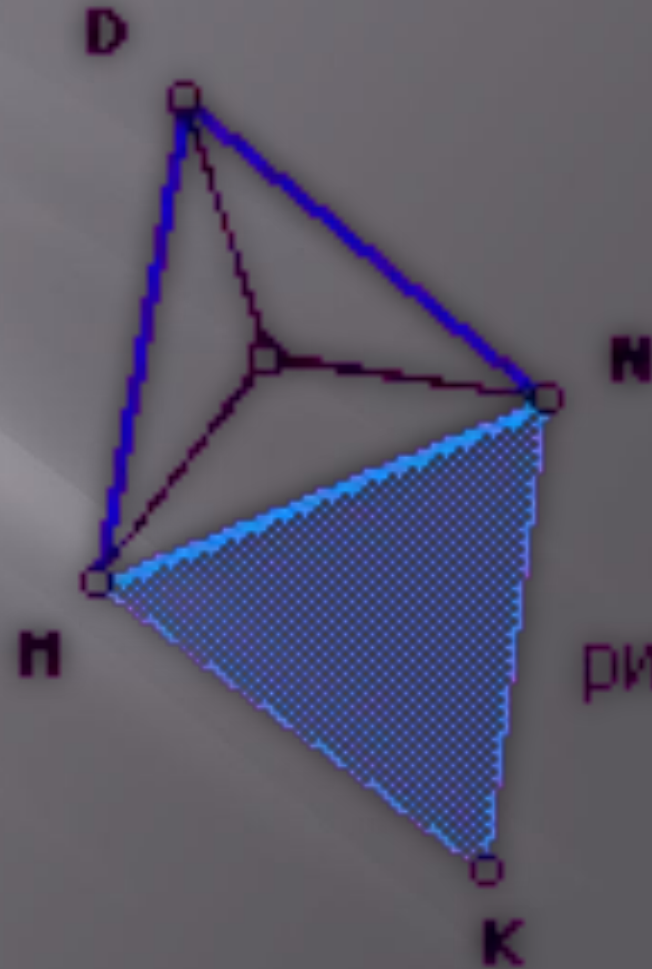


рис 3.

ЗАДАЧА О РАВНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ ПРИ ИСКОМОЙ ТОЧКЕ

В треугольнике ABC найти точку F , такую, что сумма расстояний от F до вершин A , B и C будет минимальна.

Решение данной задачи имеет единственное ограничение: наибольший угол треугольника должен быть меньше 120° .

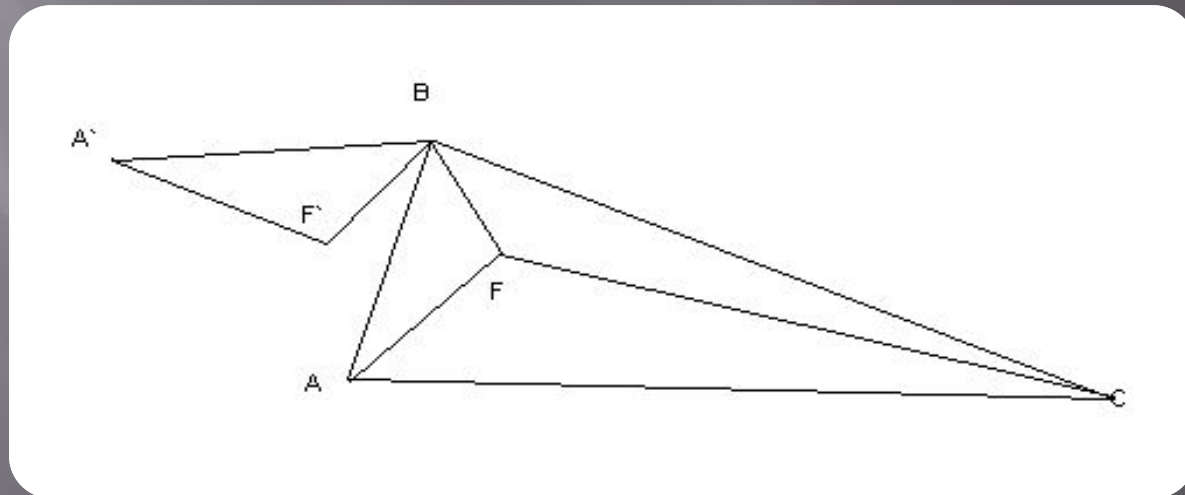
Решение:

Пусть F - произвольная точка внутри треугольника. Повернем треугольник ABF вокруг вершины B наружу на 60° .

В этом случае $AF = A'F'$ и $BF = B'F'$ по построению, $BF = F'F$, потому что треугольник BFF' равносторонний, значит сумма расстояний от F до A, B, C равна длине ломаной $A'F'FC$.

Эта сумма станет минимальной, если F примет такое положение, что ломаная станет прямой. Для этого нужно, чтобы участок $A'F'F$ стал прямым, т. е. чтобы $\angle A'F'B$ и, следовательно, $\angle AFB$ равнялся 120° .

Необходимо еще, чтобы участок $F'FC$ стал прямым, т. е. $\angle BFC$ равнялся 120° . Третий угол при точке F автоматически станет равным 120° . Итак, доказано, что все три угла при искомой точке F равны 120° .



ЗАДАЧА О КВАДРАТЕ, ВПИСАННОМ В ОКРУЖНОСТЬ

Необходимо найти вершины
квадрата, вписанного в окружность
с отмеченным центром

Решение, предложенное американским математиком Ф. Чини:

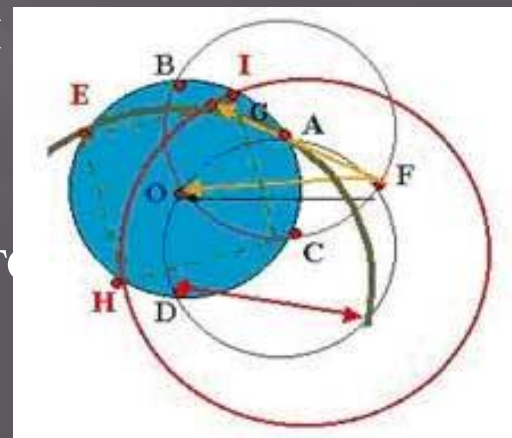
1. Выбрать на окружности произвольную точку А. Провести через нее окружность того же радиуса, что и первая.

2. Затем из точки пересечения второй окружности с первой (точки Е - первая вершина) провести третью окружность, пересекающую первую окружность (в точке D).

3. Провести из этой точки D первую дугу (DA), пересекающую первую исходную окружность в точке Е (вторая вершина квадрата).

4. Из точки F - как из центра пересечения второй и третьей окружности (внешней по отношению к первой) провести дугу радиусом FO в точке G.

5. Оставшиеся две вершины квадрата H, I, вписанного в исходную окружность, получите, проведя дугу радиуса CG с центром в точке С



ТЕОРЕМА ТЕБО

Теорема Тебо.

Центры квадратов, построенных на сторонах параллелограмма вне его, являются вершинами квадрата

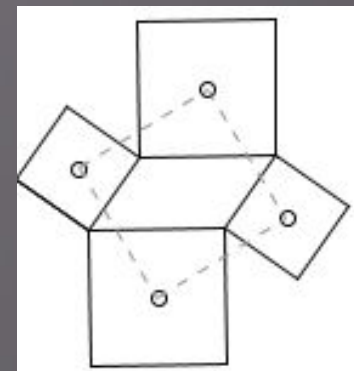
Пусть K, L, M, N — центры квадратов, построенных соответственно

на сторонах AB, BC, CD, DA параллелограмма $ABCD$; O — центр параллелограмма. Применив теорему для треугольников $ABK, BCL, CAO,$

построенных на сторонах треугольника ABC , получаем, что треугольник

KOL — равнобедренный прямоугольный с прямым углом O . Аналогично,

треугольники LOM, MON, NOK — равнобедренные прямоугольные с прямым углом O .



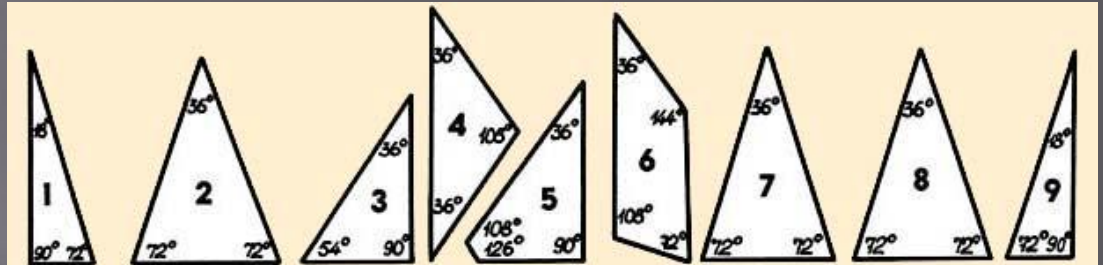
Другое решение можно получить, заметив, что KAN и KBL

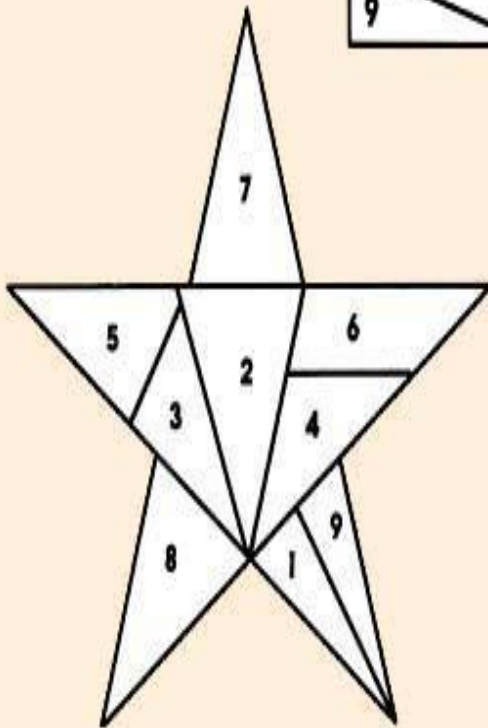
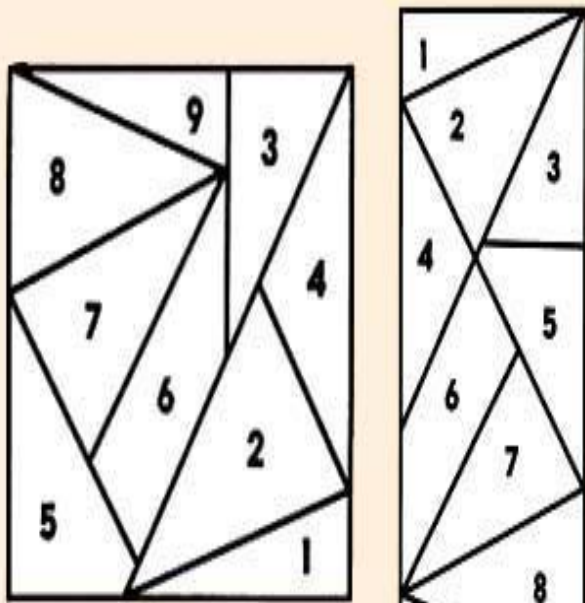
— равные треугольники, получающиеся друг из друга поворотом на 90° .

ГОЛОВОЛОМКА НАПОЛЕОНА ("ТАНГРАМ")



Наполеон любил задавать своим офицерам и эту головоломку: какие плоские геометрические фигуры можно построить из девяти предложенных в россыпь деталей





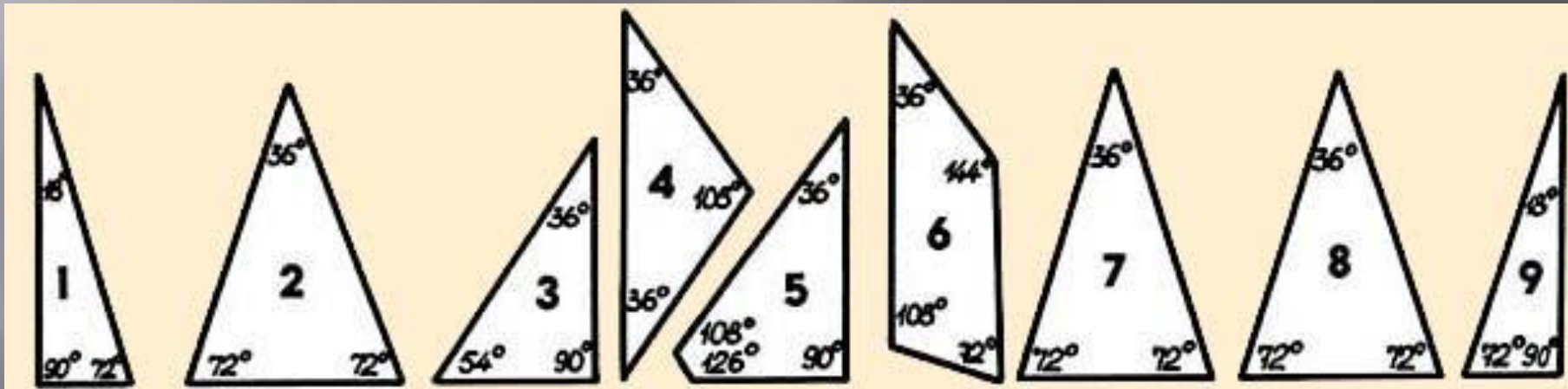
Маршал Даву, сумел
собрать из предложенных
деталей квадрат
Мюрата - квадрат, и
прямоугольник.
Позже нашелся
полковник, построивший
звезду.

Но никто до сих пор не
сумел построить из этих
деталей треугольник,
ромб или трапецию... И
возникает вопрос можно
ли построит треугольник
вообще?

Но перед решением головоломки обратите
внимание на градусы углов.

18:36:90:108:126:144- они все кратны

18-ти



ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ НАПОЛЕОНА:

1. На боковых сторонах трапеции $ABCD$ построены треугольники ABE и CDF так, что $AE \parallel CF$ и $BE \parallel DF$. Докажите, что если E лежит на стороне CD , то F лежит на стороне AB .

2. (З. Насыров) (задачник "Кванта" 1992 г.) Круг поделили хордой AB на два круговых сегмента и один из них повернули вокруг точки A на неко-

торый угол. Пусть при этом повороте точка B перешла в точку D . Докажи-

те, что отрезки, соединяющие середины дуг сегментов с серединой отрезка

BD , перпендикулярны друг другу.

3. (А. Заславский) (Геометрическая олимпиада им. И. Ф. Шарыгина)

На описанной окружности треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1 так,

что AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке. При отражении A_1, B_1, C_1 относительно сторон BC, CA, AB соответственно получают точки $A_2,$

B_2, C_2 . Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ подобны

4. Через вершину A треугольника ABC проведены прямые l_1 и l_2 , симметричные относительно биссектрисы угла A . Докажите, что проекции точек B и C на l_1 и l_2 соответственно, середина стороны BC и основание высоты, опущенной из вершины A , лежат на одной окружности.

5. Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке E , K и M — середины сторон AB и CD , L и N — проекции E на BC и AD . Докажите, что $KMLN$.

Вывод

Теорему приписывают Наполеону, хотя впервые она была опубликована У. Резерфордом в 1825 году. Теорема вполне могла быть сформулирована если не самим Наполеоном, то кем-то из его ученых. Известно, что сам Наполеон был отличным артиллеристом и широко привлекал ученых к решению различных прикладных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Ришелье. Оливер Кромвель. Наполеон I. Князь Бисмарк: Биогр. Р 57 очерки. - М.: Республика, 1994.-320 с.: ил.

2.Энциклопедический словарь юного математика, 2-е изд., исп.и доп./Сост. Э-68 А.П. Савин. - М.: Педагогика, 1989.-352 с.: ил., стр 298.

3.Заславский А.А., Протасов В.Ю., Шарыгин Д.И. — Геометрические олимпиады им. И.Ф. Шарыгина - М.: МЦНМО, 2007 г.- 152 с.

4.Задача Наполеона. Квант, № 6, 1972, Березин В.Н.

<http://napoleon.ru/napoleon>

5.Е. Андреева «Головоломка Наполеона» http://jtdigest.narod.ru/dig2_02/napol.htm

6.Н.Н.Никитин, Г.Г.Маслова. Сборник задач по геометрии. Задача № 31.

<http://oldskola1.narod.ru/NiktinZ/d05.htm>

7.Теорема Тебо 1.

<http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%E5%E0%E5%E0%D2%E5%E1%E0>

8.Анимация теоремы Наполеона

<http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/02b7798e-607d-88ff-f603-9526ec4cf0bb/napoleon.html>

9. Задача/Теорема Наполеона

<http://webgrossmeister.dreamwidth.org/5035.html>

10. Задача о квадрате, вписанном в окружность.

<http://uchinfo.com.ua/zadachi/zadachi3.htm>