ОБЩАЯ ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Курс лекций

Вид контроля	Неделя
Коллоквиум 1	*8*
Коллоквиум 2	*16*
ИДЗ 1-3	*4, 8, 12*

ЭКЗАМЕН

Вид занятий	Объем в часах	
	Аудиторные	*Самостоят.*
Лекции	36	18
Практические зан.	36	18
Лабораторные раб.	18	9
Итого	90	45

Рекомендуемая литература

ОСНОВНАЯ

1. Тюрин Ю. И., Чернов И. П, Крючков Ю. Ю. Электричество и магнетизм. Электродинамика. М. Высшая школа. 2007

2. Савельев И.В. Курс общей физики. 2т. М. Наука. 1982, Санкт-Петербург, 1996

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. 3-4тт. М. Наука. 1979-89

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Введение

В макроскопическом мире основную роль играют гравитационное и электромагнитное взаимодействия.

Остальные взаимодействия (*сильное* и *слабое*) пространственно *свернуты* или как говорят – *компактифицированы* и не проявляются в макромире.

Из всех видов, гравитационное взаимодействие является наиболее слабым, но гравитация является доминирующей силой в космических масштабах, где ее слабость компенсируется одним только количеством атомов, дружно проявляющим этим силу.

Гравитация связывает звезды в галактики и сохраняет Солнце в целости, а её семейство планет удерживает на их орбитах. Она не отпускает Луну от Земли и удерживает на своих местах океаны и атмосферу.

Отметим, что гравитационное взаимодействие проявляется только *в притяжении* и зависит от *одного вида* «гравитационного заряда» (массы) и ограничений на величину массы не существует.

Это приводит к тому, что за счет гравитационного взаимодействия могут образовываться объекты космических масштабов, например галактики.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

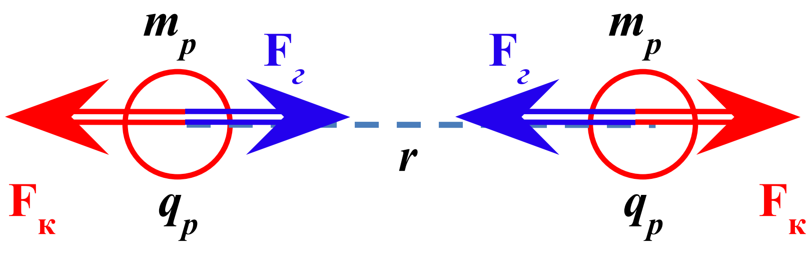
Введение

Но когда дело доходит до объектов, размер которых достигает *нескольких километров* (*на Земле*), гравитационная сила *уступает* место электромагнитной силе.

Гравитация пытается, но не может остановить рост дерева или образование горы. Электромагнитное взаимодействие является пространственно *локальным*, *компактифицированным* *по сравнению* с гравитационным.

Законы этих взаимодействий одинаковы по форме и имеют одинаковый радиус действия (бесконечный). Сравним силы электрического и гравитационного взаимодействий не для произвольных тел, а для фундаментальной частицы, например протона.

$$\frac{F_к}{F_г} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 G}\frac{q_p^2}{m_p^2} =$$



ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Введение

Отсюда следует, что *электромагнитное взаимодействие превосходит гравитационное* примерно в 10^{36} раз (*огромное число*!) при <u>одинаковом *бесконечно* большом радиусе действия</u>.

Как же Природа выходит из этого положения, делая столь высокоинтенсивное взаимодействие, пространственно локальным?

Такая компактификация электромагнитного взаимодействия связана с тем, что существует *два вида* электрических зарядов – *положительный* и *отрицательный*.

Из-за высокой интенсивности электромагнитного взаимодействия *закон сохранения заряда* (величина *положительного* заряда с высокой точностью равна величине *отрицательного* заряда, вещество в обычных условиях – электронейтрально) накладывает ограничения на величину заряда.

Невозможно *разделять* заряды до бесконечно большой величины – возникает *пробой* диэлектрика из *любого вещества*, и заряды нейтрализуются (например, молнии во время грозы).

Даже такой диэлектрик, как вакуум (не проводит постоянный электрический ток) пробивается высокоинтенсивным электромагнитным полем (гамма-квантом) – образуется пара электрон-позитрон (эффект рождения пары).

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Введение

Следовательно, взаимодействие *двух видов* электрических зарядов приводит к тому, что между *нейтральными* молекулами вещества действуют силы Ван-дер-Ваальса, которые обусловлены электромагнитным взаимодействием, но являются *лишь слабым следом* этого взаимодействия.

Подобная ситуация возникает для сильного взаимодействия (ядерные силы), которое является *слабым следом* кварк-глюонного взаимодействия.

С другой стороны, в отличие от гравитационного взаимодействия, которое зависит *только от расстояния* (*координат*) между взаимодействующими телами, электромагнитное взаимодействие зависит от *координат*, *скорости* и *ускорения* зарядов.

Если относительно *инерциальной системы отсчета* заряды *покоятся*, то проявляется зависимость *только* от координат, поэтому данный раздел называется – *электростатикой*.

Если относительно *инерциальной системы отсчета* заряды движутся *с постоянной скоростью*, то возникает *постоянный электрический ток* и *магнитное поле постоянного тока*.

При движении зарядов с ускорением возникает *переменное электромагнитное поле*, которое отрывается от зарядов и существует *самостоятельно* в виде *электромагнитных волн* (*фотонов*), движение которых рассматривается в разделе – *электродинамика*.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Элементарный электрический заряд

Это **наименьший** по абсолютной величине заряд, которым обладают некоторые элементарные частицы, наблюдаемые в **свободном** состоянии.

Величина этого заряда в СИ равна $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

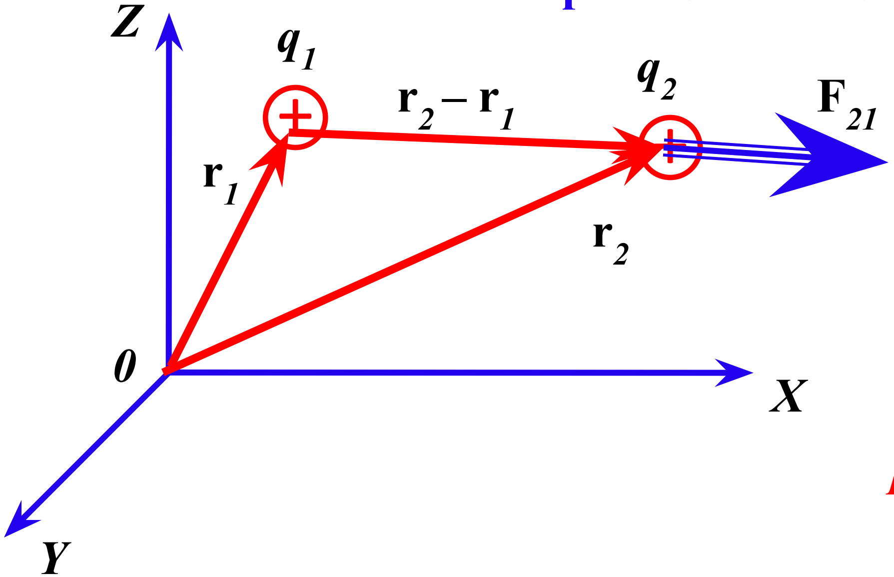
Заряд обладает особым свойством – *дискретностью*. Поэтому заряды всех тел q кратны величине элементарного заряда где n – целое число.

Закон сохранения заряда.

В *электрически изолированной системе* полный заряд системы сохраняется

Закон Кулона.

Два *точечных* электрических заряда взаимодействуют между собой с силой пропорциональной произведению этих зарядов и обратно пропорционально квадрату расстояния между ними.



где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м электрическая постоянная.

Одноименные заряды *отталкиваются*, *разноименные* – *притягиваются*.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Закон Кулона.

Обычно, в частном случае, один из зарядов помещают в начало координат, например q_1, тогда $r_1 = 0$, а $r_2 = r$ и закон примет вид

Принцип суперпозиции электрических полей

Если зарядов более двух, то закон Кулона следует дополнить установленным экспериментально фактом: сила, действующая на заряд q, есть векторная сумма кулоновских сил, действующих со стороны всех прочих зарядов q_k.

Здесь r_k – расстояние между зарядом q и q_k.

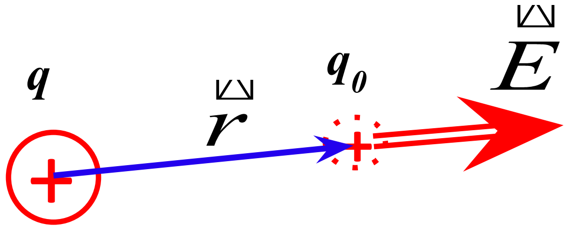
ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Напряженность электрического поля

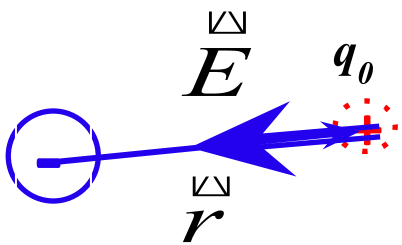
Силовой **характеристикой поля является *напряженность* электрического поля $\boldsymbol{E}$ – это физическая величина численно равная силе, действующей на точечный единичный *положительный* заряд помещенной в данную точку поля.**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$



где q_0 – *пробный* заряд.

Напряженность электрического поля точечного заряда.



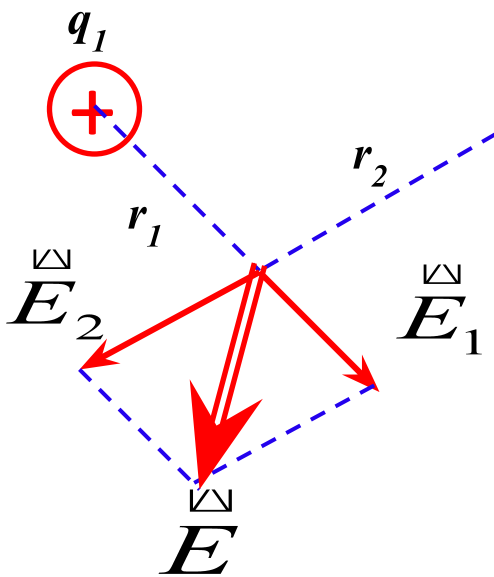
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}, \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}.$$

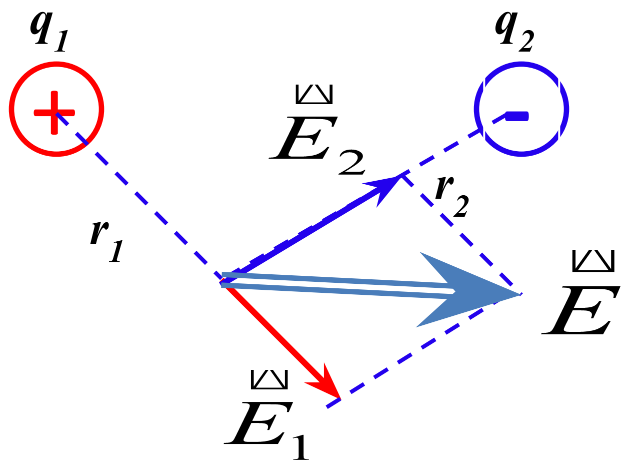
ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Принцип суперпозиции электрических полей

Поле системы точечных зарядов определяется как векторная сумма напряженностей электрических полей каждого из зарядов.





Формула для E позволяет рассчитать напряженность электрического поля любой системы неподвижных зарядов.

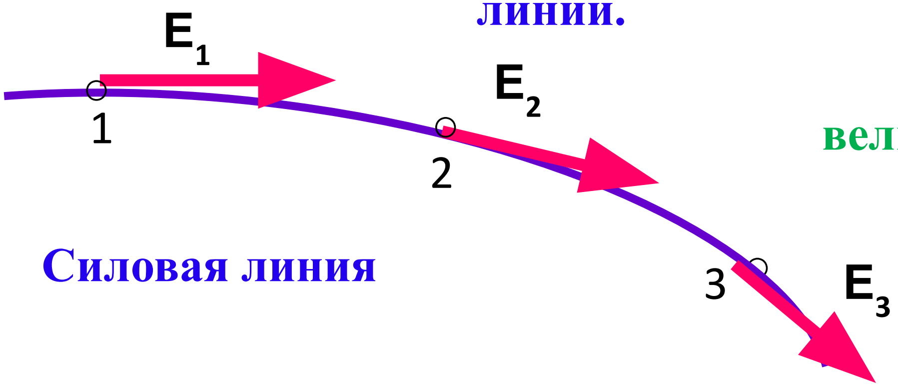
ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Для наглядного изображения электрических полей используют понятие силовых линий.

Электрические силовые линии

Это *математические* линии, проведенные в пространстве таким образом, чтобы вектор напряженности электрического поля был направлен *по касательной* в каждой точке этой линии.

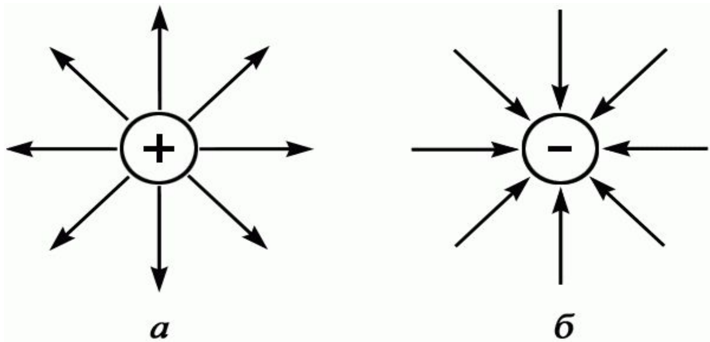


Силовая линия

По густоте силовых линий можно судить о величине напряженности электрического поля.

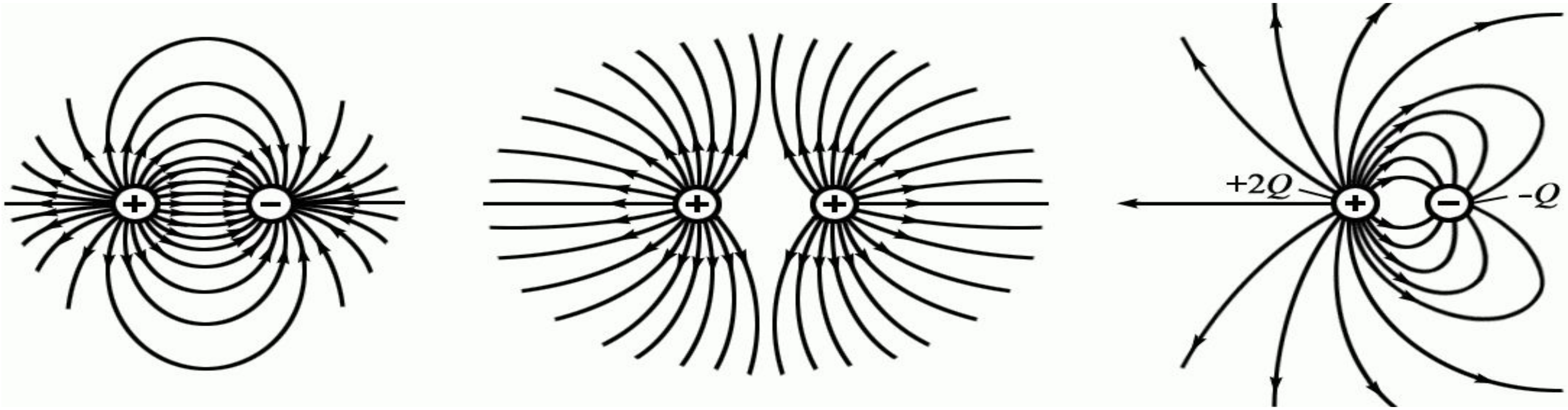
Положительным направлением силовой линии условно считается направление вектора **E**.

Поэтому для *неподвижных* или *неускоренных* зарядов силовые линии начинаются на положительных зарядах, а заканчиваются на отрицательных (или уходят на бесконечность).



ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле



Понятие о силовых линиях поля, к сожалению, не удовлетворяет основному принципу электродинамики – принципу суперпозиции.

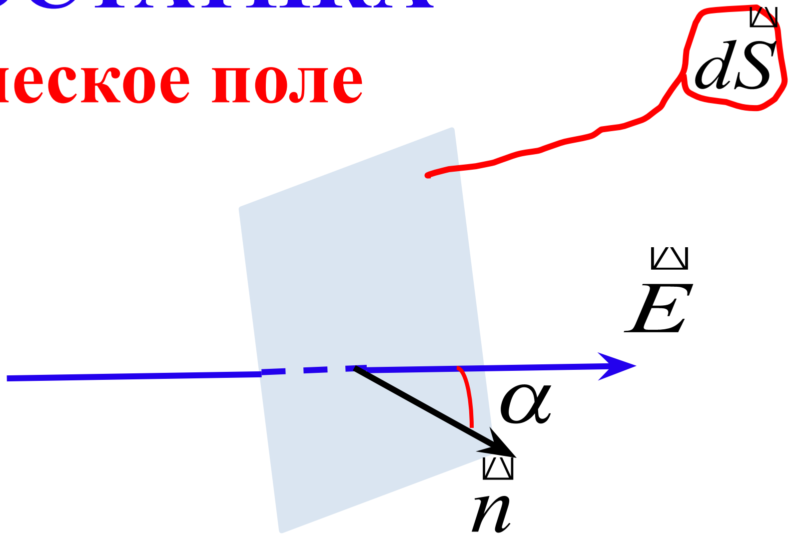
Если мы знаем, как выглядят силовые линии одной и другой совокупности зарядов, то мы тем не менее не получим из этих картин характера силовых линий, если эти совокупности зарядов действуют совместно.

Хотя силовые линии и дают наглядную картину поля, но такой способ описания не лишен недостатков.

Поле, силовые линии которого параллельные прямые и имеют одинаковую густоту, называется однородным, в противном случае – неоднородным.

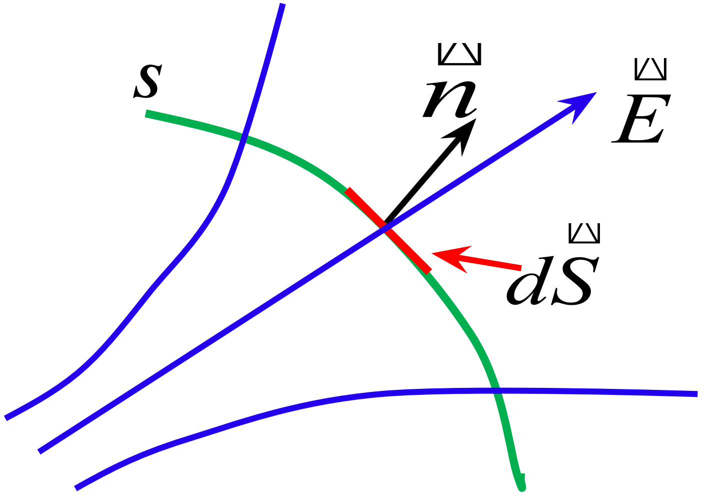
ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле



Поток вектора напряженности электрического поля

Элементарный поток



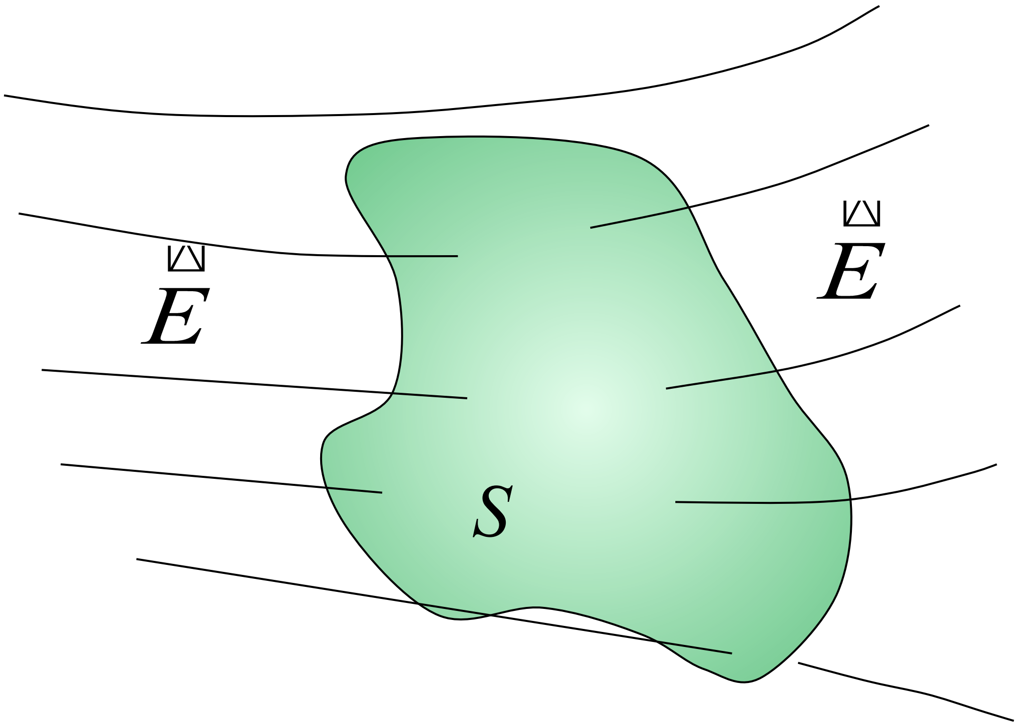
Поток через поверхность s

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Поток через замкнутую поверхность S

$$\Phi = \oint\limits_S \vec{E} d\vec{S} \cdot$$



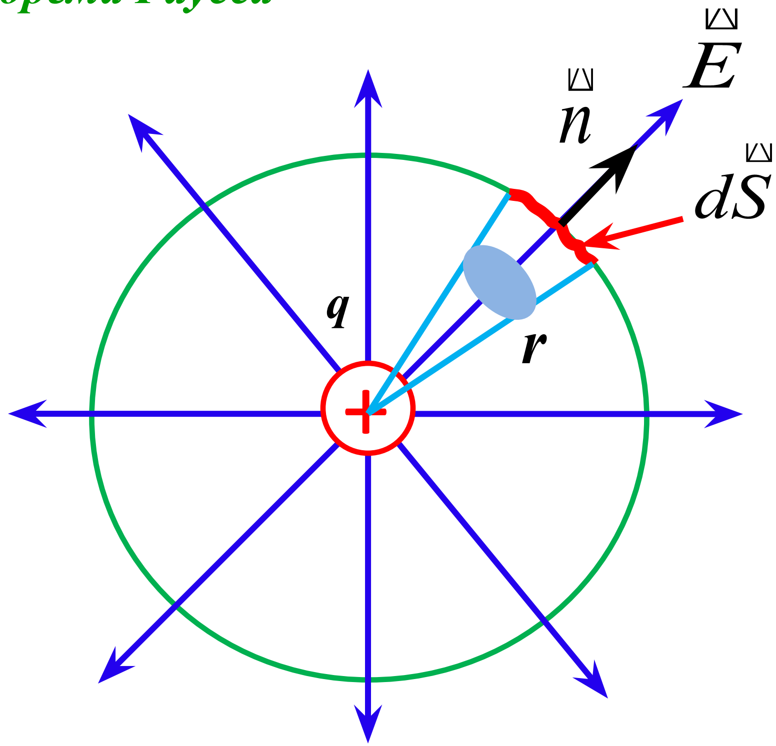
Величина Ф равна числу силовых линий, пересекающих поверхность S.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Теорема Гаусса

Покажем на примере точечного заряда, что число силовых линий (поток Ф) остается постоянным для любой замкнутой поверхности *S*.



Следует заметить, что полученный результат не зависит от *r* и поэтому справедлив для всех значений *r*. Таким образом, полное число силовых линий, выходящих из точечного заряда *q*, равно q/ε_0, и эти линии непрерывны на всем пути до бесконечности.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Теорема Гаусса

Число силовых линий равно $\Phi = q/\varepsilon_0$, даже если замкнутая поверхность не является сферой. Если поверхности dS и dS' пересекает одно и то же число линий, то

и, следовательно,

где S' – замкнутая поверхность любой формы, охватывающая заряд q.

Теперь допустим, что внутри замкнутой поверхности находятся n точечных зарядов

В силу принципа суперпозиций напряженность поля системы зарядов

Поэтому

=

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Следовательно

Теорема Гаусса

$$\Phi = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i.$$

Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0.

При переходе от системы зарядов к непрерывному их распределению в объеме *V*, окруженному замкнутой поверхностью *S*, заменим

$$\sum_i q_i \to \int dq.$$

Введем характеристику распределения зарядов – объемную плотность зарядов $\rho(x,y,z) = dq/dV$. Тогда

$$\int dq = \int_V \rho(x,y,z)dV.$$

Окончательно

$$\Phi = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(x,y,z)dV.$$

Теорема Гаусса в интегральной форме.

Теорема Гаусса позволяет, в ряде случаев, найти напряженность поля более простыми средствами, чем с использованием формулы для напряженности точечного заряда и принципа суперпозиции полей.

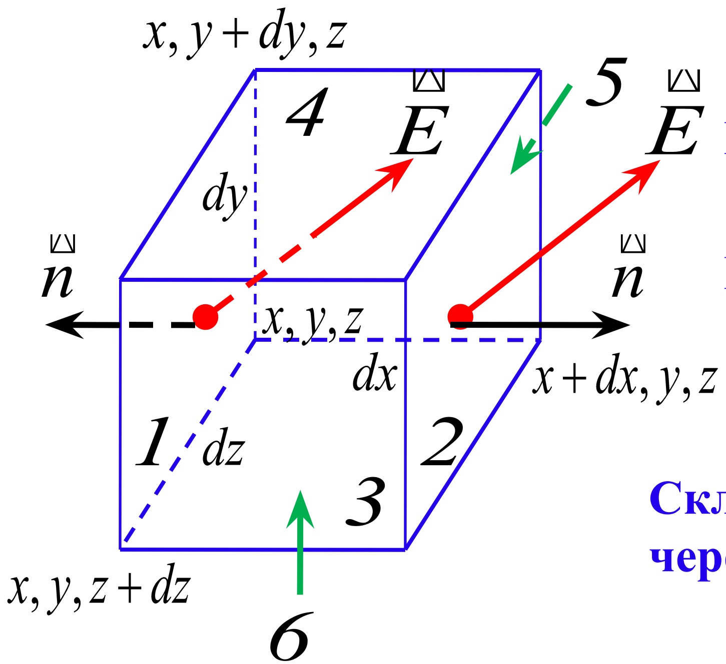
ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Теорема Гаусса

Для потока вектора $\vec{E}$ установим одно полезное соотношение.

Пусть dS представляет куб со сторонами dx, dy, dz, ориентированными вдоль осей x, y, z.



Поток через поверхность (*1*) $dS = dydz$ грани *1* куба равен

$$(\vec{E}d\vec{S})_1 = (E_x n_x + E_y n_y + E_z n_z)dydz = -E_x dydz.$$

На грани *1* вектор $\vec{n}$ сориентирован против оси x ($n_x = -1$, $n_y = 0$, $n_z = 0$).

Поток через грань *2* равен ($n_x = +1$, $n_y = 0$, $n_z = 0$)

$$(\vec{E}d\vec{S})_2 = E_x(x+dx, y, z)dydz = \left(E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x}dx\right)dydz.$$

Складывая потоки сквозь грани *1* и *2*, получаем поток через грани *1* и *2* наружу

$$(\vec{E}d\vec{S})_{1+2} = \frac{\partial E_x}{\partial x}dxdydz.$$

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Проведя аналогичные вычисления для граней *3*, *4*

Теорема Гаусса

$$(\vec{E}d\vec{S})_{3+4} = -E_y dxdz + \left(E_y + \frac{\partial E_y}{\partial y}dy\right)dxdz = \frac{\partial E_y}{\partial y}dxdydz$$

и граней *5*, *6*

$$(\vec{E}d\vec{S})_{5+6} = -E_z dxdy + \left(E_z + \frac{\partial E_z}{\partial z}dz\right)dxdy = \frac{\partial E_z}{\partial z}dxdydz,$$

получаем поток через все грани бесконечно малого куба (*dV = dxdydz*)

$$(\vec{E}d\vec{S}) = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)dV = (\nabla\vec{E})dV.$$

Если поверхность *S*, ограничивающая векторное поле $\vec{E}$, замкнута и конечна и конечен объем *V*, ограничиваемый этой поверхностью, то, разбивая этот объем на бесконечно малые объемы *dV* (на соседних соприкасающихся гранях потоки взаимно компенсируются в силу противоположного направления нормалей), получаем для полного потока вектора через замкнутую поверхность *S*

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \int_V (\nabla\vec{E})dV.$$

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Теорема Гаусса **Скалярное произведение оператора-набла на векторную функцию $\vec{E}$ называется дивергенцией вектора $\vec{E}$**

Таким образом

В последних двух равенствах интегрирование идет по одному объему, откуда следует, что подинтегральные функции равны. Следовательно

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(x, y, z).}$$

Теорема Гаусса в дифференциальной форме

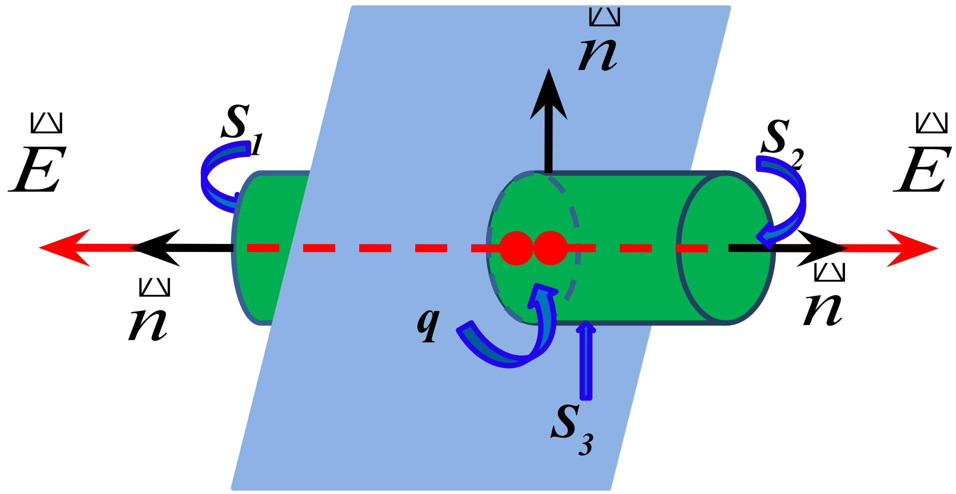
Дифференциальная форма теоремы Гаусса позволяет рассчитать электрическое поле при произвольном пространственном распределении зарядов.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Расчет полей с помощью теоремы Гаусса

Расчет поля бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью σ



Тогда

Если плоскость окружает среда с относительной диэлектрической проницаемостью ε, то

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.}$$

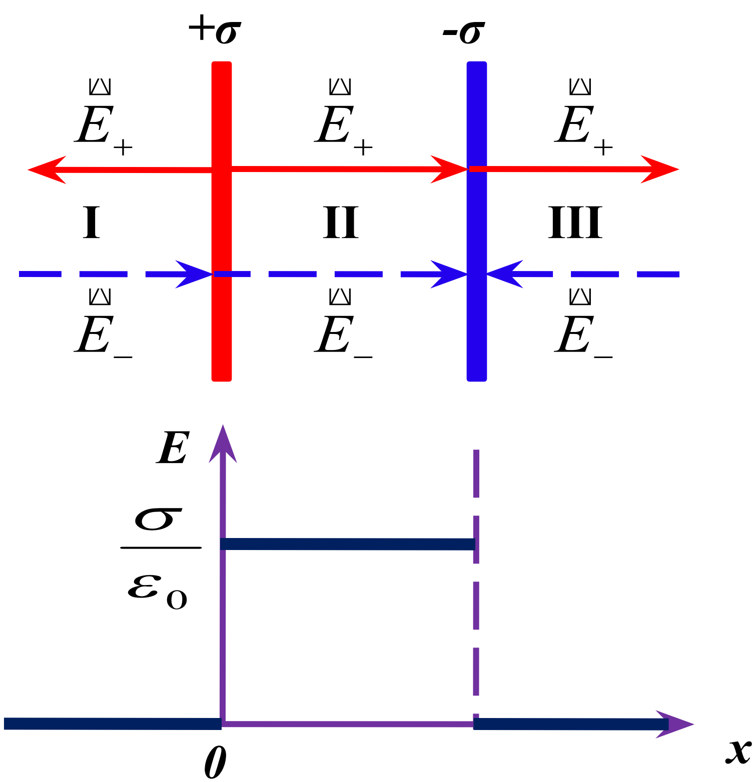
Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости является однородным.

Поле плоскости конечных размеров является неоднородным, возникают краевые эффекты.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Расчет поля двух параллельных бесконечных плоскостей равномерно заряженных с разноименной поверхностной плотностью σ.



Для простоты, применим в данной задаче принцип суперпозиций

Сложение полей проведем вдоль направления оси *x*.

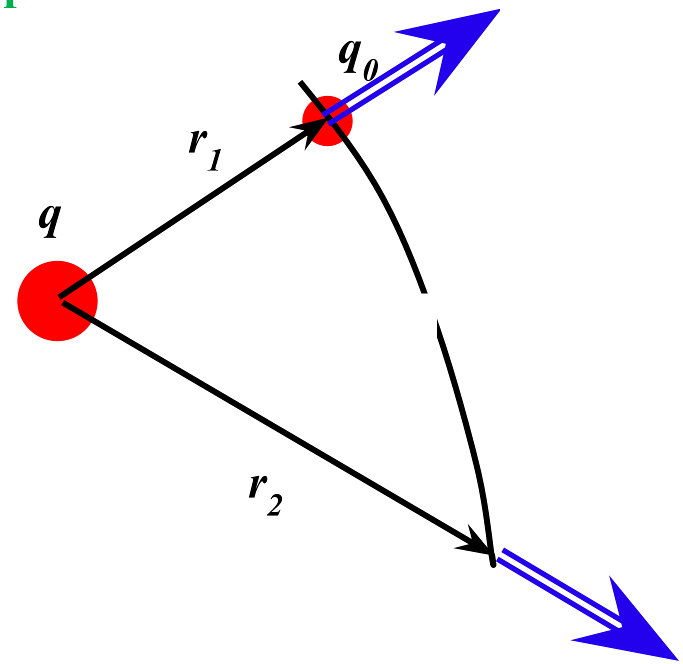
Плоскости делят пространство на 3 области. Сложение полей проведем в каждой из них.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Работа по переносу заряда в электрическом поле

Рассмотрим работу по переносу пробного заряда q_0 в поле точечного заряда q.



Работа зависит только от положения тела в начале (r_1) и в конце (r_2) пути, но совершенно не зависит от траектории перемещения тела из точки r_1 в точку r_2.

Электростатическое поле является *потенциальным*.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

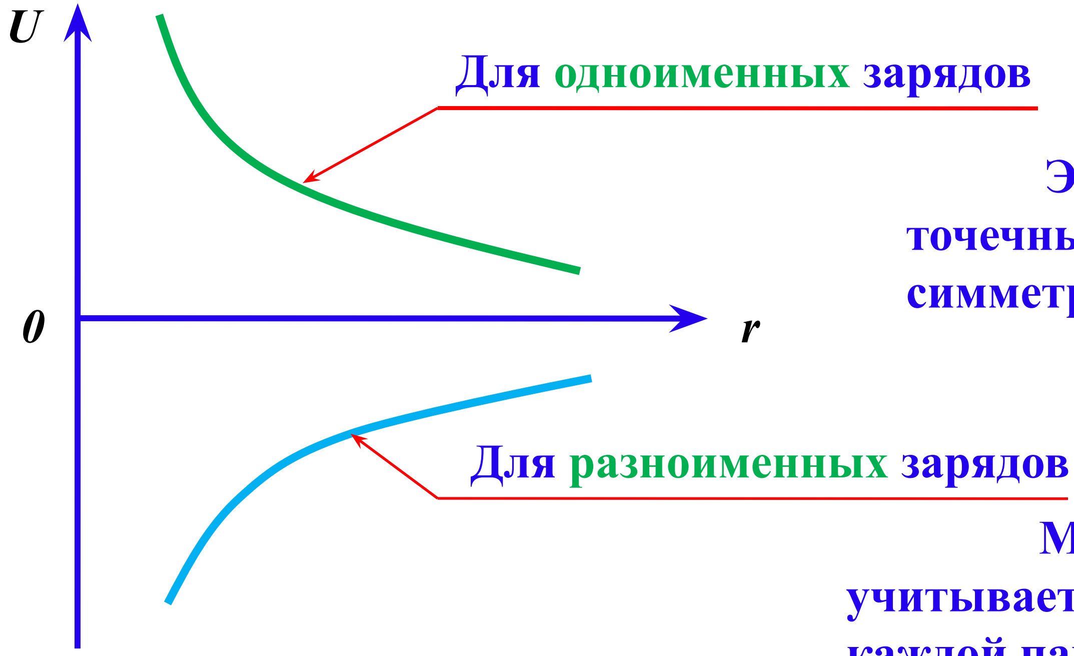
Потенциальная энергия

Потенциальная энергия определяется с точностью до *произвольной* постоянной.

Пусть при

Тогда

Потенциальная энергия взаимодействия точечных зарядов равна



Энергия взаимодействия системы *n* точечных зарядов может быть записана в симметричной форме:

Множитель 1/2 перед знаком суммы учитывает тот факт, что в эту сумму энергия каждой пары зарядов входит дважды.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Электрический потенциал

Потенциал электрического поля φ является *энергетической* характеристикой поля.

Потенциал - это физическая величина численно равная *потенциальной* энергии *единичного положительного* точечного заряда, переносимого из *бесконечности* в данную точку поля.

Отсюда следует, что потенциал поля созданного точечным зарядом q, определяется выражением

Используя связь между потенциальной энергией и работой, определим потенциал через работу.

Потенциал - это физическая величина численно равная *работе по перемещению единичного положительного* точечного заряда, из данной точки поля на *бесконечность*.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Электрический потенциал

Работа зависит только от положения тела в начале (r_1) и в конце (r_2) пути, но совершенно не зависит от траектории перемещения тела из точки r_1 в точку r_2.

В результате величина $A_{1,2}$ может быть выражена в виде разности двух чисел φ_1 и φ_2 – потенциалов электрического поля в точках r_1 и r_2 :

Данная формула используется для введения внесистемной единицы энергии, очень удобной при рассмотрении движения объектов в микромире: в атомной, ядерной физике и физике элементарных частиц.

Количество энергии, сообщаемой электрону (или другой частице с тем же зарядом) при перемещении в электрическом поле между точками с разностью потенциалов 1 В. Действующее на частицу электрическое поле увеличивает ее кинетическую энергию на величину в 1 электронвольт.

$$\Delta K = -\Delta U = e\,\Delta\phi. \qquad 1\ \text{эВ} = (1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл})\cdot(1\ \text{В}) = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля.

В интегральной форме эта связь следует из предыдущей формулы:

Отсюда следует очень важное свойство постоянного электрического поля – циркуляция напряженности электрического поля по замкнутому контуру равна нулю.

Соотношение между силой и потенциальной энергией позволит нам найти связь в дифференциальной форме:

Окончательно

Из этой формулы следует одно важное соотношение.

Согласно теореме Стокса, присутствует следующая связь между контурным и поверхностным интегралами:

где контур ℓ ограничивает поверхность S, ориентация которой определяется направлением вектора положительной нормали n.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Безвихревой характер электростатического поля

Следовательно

называется ротором или вихрем и является векторным произведением оператора «набла» и векторной функцией (вектор напряженности электрического поля)

Из условия и следует важное соотношение, а именно величина векторного произведения для стационарных электрических полей всегда равна нулю.

Действительно, по определению, имеем

поскольку определитель содержит две одинаковые строки. Следовательно электростатическое поле имеет безвихревой характер.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле

Эквипотенциальные поверхности

Эквипотенциальными поверхностями называются поверхности *равного* потенциала $\varphi(x,y,z)=const$ и предназначены для наглядного (графического) представления *энергетических* характеристик электрического поля в пространстве.

Через *равные приращения* потенциала $\Delta\varphi$ чертят эквипотенциальные поверхности, а затем для полноты картины проводят силовые линии, *перпендикулярные* эквипотенциальным поверхностям.

Там, где расстояние между эквипотенциальными поверхностями мало, напряженность поля велика и наоборот.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в веществе

Электрическое поле в проводниках

Изучить самостоятельно.

Электрическое поле в диэлектриках

Диэлектриками (или изоляторами) называются вещества не способные проводить постоянный электрический ток.

Идеальных изоляторов не существует. Все вещества, хотя бы в ничтожной степени, проводят электрический ток.

Однако, вещества, называемые диэлектриками, проводят постоянный ток в 10^{15}-10^{20} раз хуже, чем вещества, называемые проводниками.

Более точное разделение вещества на проводники, полупроводники и диэлектрики проведем позднее – в квантовой физике.

Слабая электропроводность диэлектриков связана с тем, что в них отсутствуют свободные носители зарядов – все заряды в диэлектриках жестко связаны друг с другом. То есть электроны в диэлектриках не обобществлены, а принадлежат отдельным атомам.

Внешнее электрическое поле E_0 лишь слегка смещает центр тяжести атомных ядер. Происходит поляризация диэлектрика.

Молекулы становятся электрическими диполями, ориентированными положительно заряженными концами в направлении электрического поля.

Само смещение зарядов диэлектрика в разные стороны называется электрической поляризацией.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

Заряды, появляющиеся в результате поляризации, называют индукционными или связанными.

В объеме однородного диэлектрика поляризационные заряды взаимно компенсируются, и заряд остается нескомпенсированным лишь на поверхности диэлектрика.

Полная поляризуемость диэлектрика включает составляющие – электронную, ионную и ориентационную (дипольную).

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

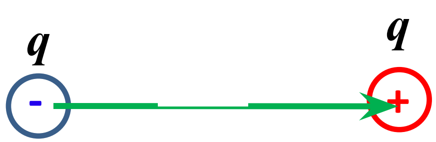
Электрическое поле в диэлектриках

Электронная поляризуемость обусловлена смещением электронной оболочки атома относительно ядра.

Ионная поляризуемость вызвана смещением заряженных ионов по отношению к другим ионам.

Ориентационная (дипольная) поляризуемость возникает, когда вещество состоит из молекул, обладающих постоянными электрическими дипольными моментами, которые могут более или менее свободно изменять свою ориентацию во внешнем электрическом поле.

Поэтому диэлектрик в электрическом поле можно представить себе состоящим из системы диполей (двойной электрический полюс).



Диполь характеризуется величиной, называемой моментом диполя

Вектора момента диполя направлен от отрицательного заряда к положительному.

В отсутствии внешнего электрического поля молекулы диэлектриков разделяются на неполярные и полярные молекулы.

Неполярные молекулы не обладают собственным дипольным моментом в отсутствии внешнего электрического поля. Это симметричные молекулы O_2, N_2.

Это связано с тем, что центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают $l = 0$.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

У несимметричных молекул, таких как *H_2O*, *HCl* и др., центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают, поэтому эти молекулы обладают собственным дипольным моментом в отсутствии внешнего поля.

Такие молекулы называются полярными.

Для количественного описания поляризации диэлектриков вводится понятие вектора поляризации, или поляризованность

Вектором поляризации называют суммарный дипольный момент молекул диэлектрика в единице объема диэлектрика при его поляризации.

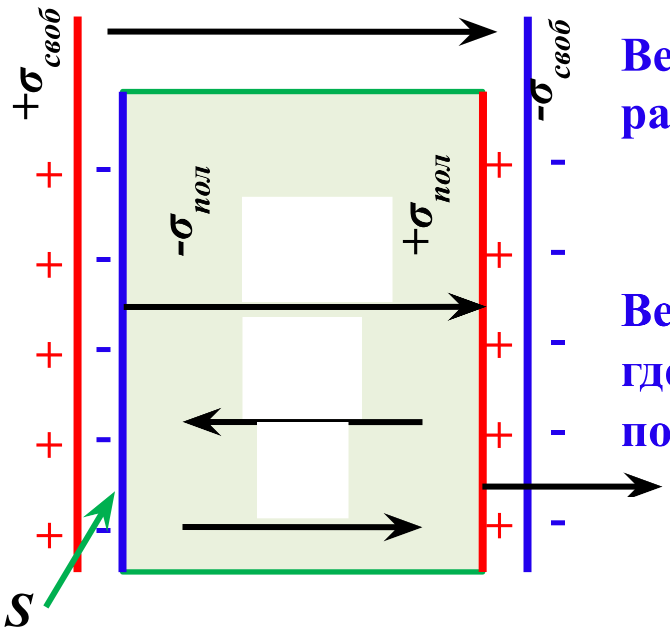
Для сплошной среды перейдем к интегралу, в изотропных условиях ненулевой вклад в этот интеграл дают заряды, сосредоточенные на поверхности диэлектрика:

Здесь где средний дипольный момент единицы объема, направленный вдоль вектора электрического поля; *n* – концентрация молекул; – средний дипольный момент одной молекулы.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

Если поместить диэлектрик в однородное электрическое поле то на поверхности диэлектрика появятся поляризационные заряды с поверхностной плотностью $\sigma_{пол}$.



Пусть S – площадь основания параллелепипеда.

– вектор, проведенный от отрицательного к положительному основанию.

Вектор поляризации диэлектрика, по определению, будет равен

Величина объема параллелепипеда равна

где – вектор нормали, проведенной к основанию положительно заряженного основания параллелепипеда.

Используя данное соотношение, получим

Последнее равенство справедливо для поверхности диэлектрика любой формы.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

Полный поляризационный заряд в объеме диэлектрика при неоднородной поляризации равен поверхностному поляризационному заряду с обратным знаком

С другой стороны,

Откуда получаем соотношение между плотностью поляризационного заряда и вектором поляризации

Если поляризация неоднородна, ее дивергенция определяет появляющуюся в материале результирующую плотность зарядов.

Эти заряды формируют вполне реальные заряженные области в объеме диэлектрика в присутствии внешнего электрического поля, но исчезают в отсутствие внешнего поля.

Величина напряженности поля в однородном поляризованном диэлектрике равна, согласно теореме Гаусса,

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

Для большинства диэлектриков в широком интервале величин справедлива линейная зависимость, выражаемая для изотропных веществ и кристаллов с кубической решеткой соотношением

Коэффициент пропорциональности *к* (каппа) называется диэлектрической восприимчивостью диэлектрика.

В результате получим

Отсюда поле в диэлектрике равно

Величина $\varepsilon = (1 + \kappa)$ называется относительной диэлектрической проницаемостью среды и характеризует электрические свойства диэлектрика.

Уравнения электростатики для диэлектриков

Одно из основных уравнений электростатики сформулировано в виде теоремы Гаусса, которая в дифференциальной форме связывает величину напряженности электрического поля с плотностью его источников – электрических зарядов ρ:

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

Уравнения электростатики для диэлектриков

Разделим полную плотность зарядов ρ на две составляющие – плотность свободных и поляризационных электрических зарядов:

$$\rho = \rho_{своб} + \rho_{пол}.$$

Поляризационные заряды появляются за счет неоднородной поляризации, а остальные заряды являются свободными. Обычно свободные заряды распределены на проводниках или размещены известным образом в пространстве.

Уравнение поля для диэлектрика в результате принимает вид

Собирая величины *E* и *P* под знаком дивергенции, запишем

Введем новый вектор **называемый вектором электрической индукции.**

С использованием *D* основные уравнения электростатики для диэлектриков примут вид

Уравнение для ротора не изменилось, то есть и в диэлектриках поле безвихревое.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

С другой стороны

Данное равенство справедливо для изотропных сред и, по существу, описывает свойства вещества в электрическом поле.

Теорема Гаусса для диэлектриков

Смысл введения вектора электрической индукции состоит в том, что поток вектора через любую замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами

а не всеми зарядами внутри объема, ограниченного данной поверхностью, подобно потоку вектора ***E***.

Это позволяет не рассматривать поляризационные заряды и упрощает решение многих задач.

Твердые диэлектрики. Электреты. Пьезоэлектрики.

Твердые диэлектрики обладают рядом интересных и практически важных особенностей.

Одна из них связана с наличием у ряда веществ постоянной поляризации, даже в отсутствие внешнего электрического поля.

Спонтанная поляризация является результатом несовпадения «центров тяжести» положительных и отрицательных зарядов и может быть получена искусственно.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в диэлектриках

Так, если растопить воск и поместить его в электрическое поле, то в процессе затвердевания дипольные моменты его молекул окажутся частично ориентированными по полю и останутся в таком положении в затвердевшем материале после снятия поля.

Вещество, обладающее поляризацией в отсутствие внешнего электрического поля, называется электретом. Электреты – электрические аналоги постоянных магнитов.

Однако свободные поляризационные заряды на поверхности электрета достаточно быстро нейтрализуются молекулами воздуха. Электрет «разряжается» и не создает заметного внешнего поля.

Изменение поляризации в диэлектриках может происходить и под действием механических напряжений, например при сгибе кристалла или при его сжатии и растяжении.

Наблюдаемый при этом слабый электрический эффект называется прямым пьезоэлектрическим эффектом.

Пьезоэлектрическими свойствами обладают только ионные кристаллы.

Если кристаллические решетки положительных и отрицательных ионов таких кристаллов при внешнем воздействии деформируются по-разному, то в противоположных местах на поверхности кристалла выступают электрические заряды разных знаков и наблюдается пьезоэлектрический эффект.

Важнейшим пьезоэлектриком является кварц. В нем можно возбудить поле до $3 \cdot 10^6$ В/м.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА
Электрическое поле в диэлектриках

Сегнетоэлектрические кристаллы

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле в проводниках

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электроемкость

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Энергия электрического поля

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Перейдем теперь к движущимся зарядам

Электрический ток представляет собой упорядоченное (направленное) движение электрически заряженных частиц или заряженных макроскопических тел.

За направление тока условно принято направление движения положительных зарядов.

Сила тока

Сила тока определяется как количество заряда, проходящего через выделенную поверхность в единицу времени:

Если $dq/dt = \mathrm{const}$, то такой ток принято называть *постоянным* и обозначать буквой I. Если ток меняется со временем, т.е. $dq/dt \neq \mathrm{const}$, то он называется *переменным* и обозначается буквой i.

Плотность тока

С током непосредственно связана плотность тока.

Выделим в проводящей среде бесконечно малый объем и обозначим через средний вектор скорости направленного движения зарядов e в данном объеме, объемная плотность которых равна $\rho = ne$, где n − концентрация зарядов; e − величина одного заряда. Обозначим плотность тока вектором определяющим количество зарядов, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную потоку заряженных частиц:

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Умножив плотность тока на величину площадки S, перпендикулярную вектору получим ток

где – единичный положительный вектор нормали к поверхности S.
Если в пределах поверхности S плотность тока меняется, то

Закон сохранения заряда

Количество зарядов ∂q, переносимых через элемент поверхности dS за время ∂t, равно

Знак «минус» указывает, что заряд уходит через поверхность dS. Заряд, проходящий через замкнутую поверхность S в единицу времени, равен

Символ частной производной отмечает тот факт, что поверхность S остается неподвижной. Рассмотрим левую и правую часть этого равенства.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Полный заряд под поверхностью *S*

равен интегралу от плотности электрического заряда *ρ*, находящегося в объеме *V*, ограниченном поверхностью *S*.

Изменение заряда равно

Поверхностный интеграл от плотности тока может быть с помощью теоремы Остроградского выражен через объемный интеграл:

В результате для произвольного объема *V* получим

это возможно лишь при условии

Это уравнение называется уравнением непрерывности и выражает закон сохранения заряда .

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Закон сохранения заряда выражает тот фундаментальный факт классической электродинамики, что электрический заряд неуничтожим, он никогда не теряется и не создается.

Электрический заряд перемещается с места на место, пересекает границы некоторых выделенных объемов, но никогда не возникает из ниоткуда и не исчезает иначе, как только выйдя из объема. Заряд сохраняется.

Постоянный ток

Если токи стационарны (постоянны), т.е. не зависят от времени, то и для замкнутой поверхности имеем

Разомкнув поверхность S, получаем, что в случае стационарных токов сумма токов, проходящих через замкнутую поверхность, равна нулю:

Стационарность токов означает, что плотность электрических зарядов в каждой точке пространства не изменяется со временем, хотя и происходит движение электричества, но на место уходящих зарядов непрерывно поступают новые.

Так как , то j не имеет источников, а это значит, что линии постоянного тока нигде не начинаются и нигде не заканчиваются.

Линии постоянного тока всегда замкнуты.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Законы постоянного тока

Закон Ома

Возбуждение и поддержание электрического тока в проводниках возможно при наличии в них электрического поля.

Немецкий учитель физики Георг Ом установил, что сила тока в проводнике пропорциональна разности потенциалов $\phi_1 - \phi_2 = U$ у начала и конца этого проводника, считая по направлению тока,

Величина R называется электрическим сопротивлением или просто сопротивлением определенного участка этого проводника.

Считается, что ток идет от участка с большим потенциалом к меньшему ($\phi_1 > \phi_2$), т.е. по направлению движения положительных зарядов.

Электрическое сопротивление характеризует противодействие проводника или электрической цепи электрическому току.

Для однородного по составу цилиндрического проводника можно записать $R = \rho l/S$, где l − длина участка проводника, обладающего сопротивлением R; S − площадь поперечного сечения проводника; ρ − удельное сопротивление, характеризующее вещество проводника.

Вместо ρ можно ввести обратную ему величину $\sigma = 1/\rho$, называемую удельной проводимостью или электропроводностью.

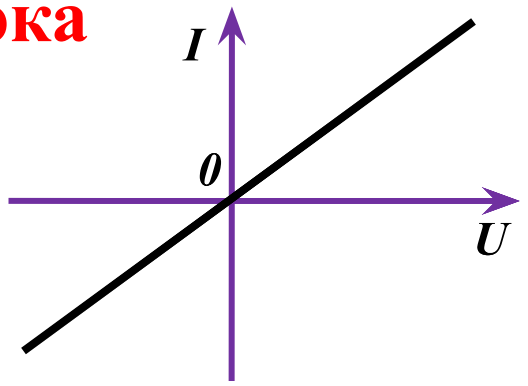
Электропроводность характеризует способность вещества пропускать электрический ток под действием электрического поля.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Законы постоянного тока

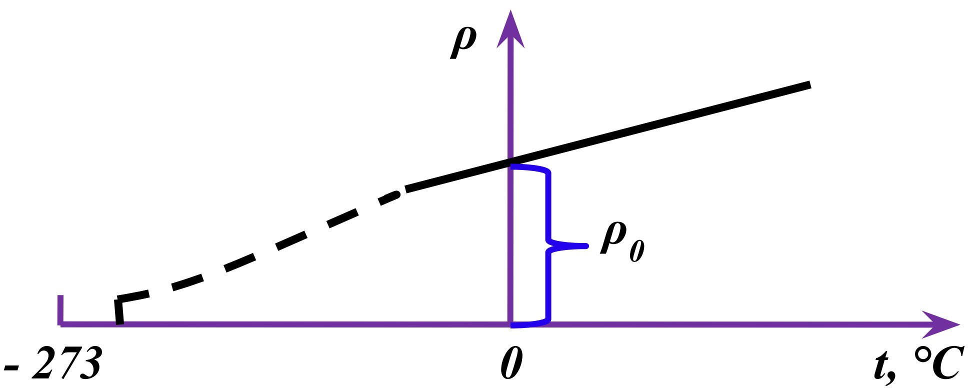
Вольтамперная характеристика проводника

Прямая пропорциональная связь между током и напряжением приводит к линейной зависимости вольтамперной характеристики проводников.



Зависимость сопротивления металлов от температуры

Удельное сопротивление металлов линейно растет с температурой: $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$, где ρ, ρ_0 – удельные сопротивления при t и $0°C$; t – температура в градусах Цельсия; α – температурный коэффициент сопротивления.



Линейная зависимость сопротивления металлов от температуры нарушается при сверхвысоких и сверхнизких температурах.

Особое значение эта зависимость имеет при сверхнизких температурах, когда появляется сверхпроводимость.

Сопротивление металла скачком становится равным нулю.

Явление сверхпроводимости имеет квантовую природу и проявляется не только в металлах.

Высокотемпературная сверхпроводимость.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

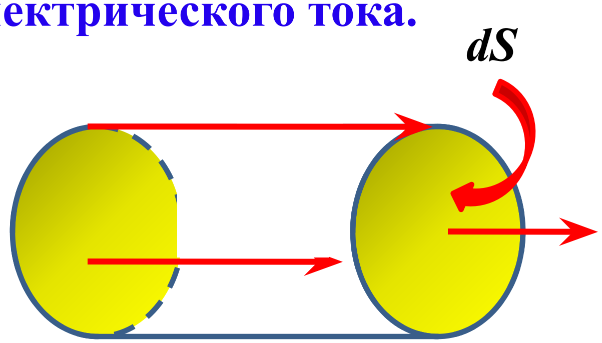
Законы постоянного тока

Закон Ома в дифференциальной форме

Закон Ома может быть выражен в локальной (дифференциальной) форме.

Разность потенциалов, входящую в закон Ома, можно выразить через линейный интеграл от напряженности поля взятый от начального до конечного сечения рассматриваемого участка проводника:

Применим закон Ома для бесконечно малого цилиндрического участка проводника с боковыми гранями, перпендикулярными вектору плотности электрического тока.



Имеем в этом случае

Поскольку все векторы параллельны, то из этого соотношения следует

- закон Ома в дифференциальной форме.

Эта формулировка наиболее проста и вместе с тем является наиболее общей. В такой формулировке устанавливается связь между величинами, относящимися к одной определенной точке проводника.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Законы постоянного тока

Закон Ома в дифференциальной форме

Если ток стационарный, то, по определению, для таких токов выполняется условие

Последнее равенство можно переписать в виде

Для однородной среды (σ = const, ε = const) получаем

С учетом теоремы Гаусса имеем − в случае стационарных токов макроскопические электрические заряды могут находиться только на поверхности или в местах неоднородности проводящей среды.

В этом состоит аналогия между полем стационарных токов и электростатическим полем.

Заряды, создающие стационарные токи, порождают в окружающей среде кулоновское поле, такое же, как и неподвижные заряды той же плотности.

Поэтому электрическое поле стационарных токов потенциально.

Но, в отличие от кулоновского поля, поле стационарных токов существует внутри проводников, иначе бы не было и токов.

Силовые линии электростатического поля всегда нормальны к поверхности проводника, что не обязательно выполняется для поля стационарных токов.

Возникает вопрос, какие силы поддерживают стационарные токи?

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Законы постоянного тока

Сторонние электродвижущие силы

Если бы все действующие в цепи электродвижущие силы сводились к кулоновским силам, то, двигаясь свободно в проводнике, разноименные заряды очень быстро бы нейтрализовались и разность потенциалов, а вместе с этим и ток исчезли.

Поэтому для поддержания постоянного поля токов в цепи требуется наличие поля сил неэлектростатического происхождения.

Для поддержания поля токов необходимы непрерывные затраты энергии, которые не дают электростатические поля, так в них не происходит взаимопревращений энергии.

Энергия, выделяющаяся в цепи тока, должна непрерывно компенсироваться за счет иных видов энергии − механической, химической, тепловой, световой и прочих источников сил неэлектростатического происхождения.

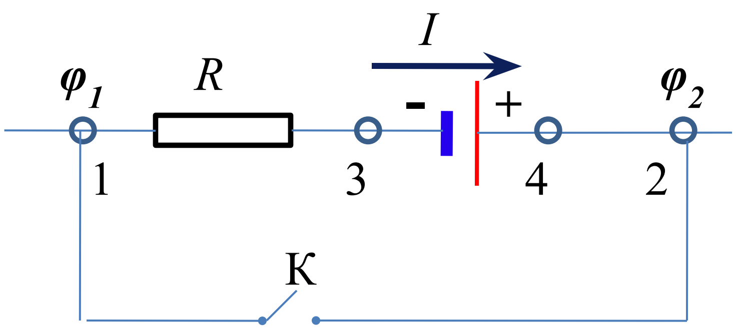
Эти силы называются сторонними (электростатическому полю) - $F_{\text{стор}}$, а их напряженность − сила, действующая на единичный положительный заряд, −

При одновременном действии электростатического поля и поля сторонних сил в проводнике возникает ток с плотностью

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК
Законы постоянного тока

Электродвижущая сила.
ЭДС

Пусть источником (тока) сторонних сил будет гальванический элемент, обозначаемый в цепи вертикальными линиями - «плюс» – длинная, тонкая, «минус» – короткая, толстая.



Подсоединим к источнику тонкие однородные проводники, общее сопротивление которых *R*, обозначим на схеме прямоугольником.

Выделим на схеме точки 1 и 2, потенциалы которых φ_1 и φ_2, точки 3 и 4, отделяющие источник от остальной цепи. Замкнем схему проводниками с ключом К, который вначале разомкнут.

Плотность тока в цепи $j = I/S$. Тогда, согласно закону Ома, имеем

Умножим это соотношение на элемент длины провода *dl* и проинтегрируем по участку проводника от точки 1 до точки 2:

Поле стационарных токов потенциально, и первый интеграл равен разности потенциалов $\phi_1 - \phi_2$ на рассматриваемом участке цепи 1−3−4−2.

Второй интеграл отличен от нуля лишь на участке 3−4, где есть источник сторонних сил, т.е. гальванический элемент.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Законы постоянного тока

Электродвижущая сила.
ЭДС

В области, где действуют сторонние силы, поле $E_{стор}$ потенциально и интеграл не зависит от прохождения пути интегрирования через гальванический элемент.

Значение этого интеграла характеризует свойства самого элемента и называется электродвижущей силой (ЭДС) элемента

Таким образом, при наличии в разомкнутой цепи ЭДС можем записать уравнение, определяющее величину тока на неоднородном участке цепи 1−3−4−2 (обобщенный закон Ома):

$$\phi_1 - \phi_2 + \mathcal{E} = IR_{12}.$$

Под $R_{12} = R + r$ подразумевается сопротивление всего участка цепи, включая сопротивление гальванического элемента r.

Частным случаем полученного обобщенного закона Ома является исходное соотношение $\phi_1 - \phi_2 = IR$ для однородного участка цепи, не содержащего ЭДС ($\mathcal{E} = 0$).

Если цепь замкнута (ключ K замкнут, $\phi_1 - \phi_2 = 0$) и ток лишен разветвлений, то интегрирование по всей замкнутой цепи 1−3−4−2−1 дает

Так как то получим закон Ома для полной цепи $I(R+r) = \mathcal{E}$.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Законы постоянного тока

Закон Джоуля – Ленца

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

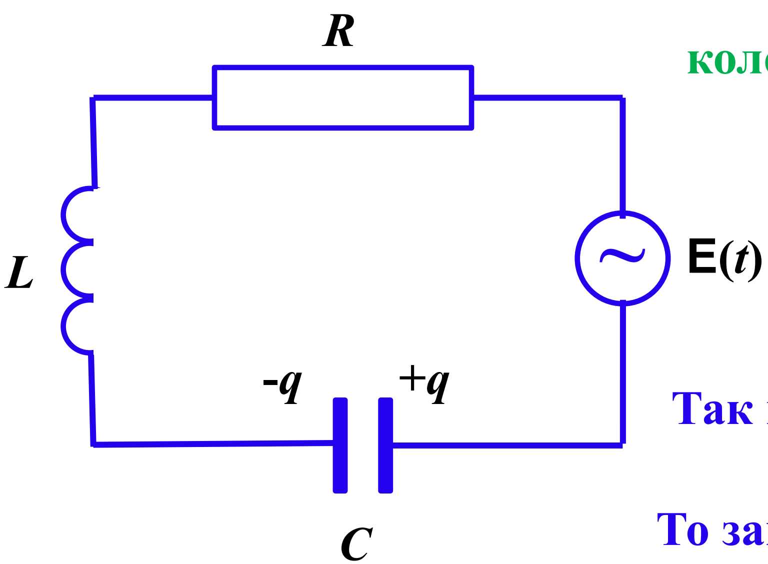
Электрические колебания

Колебательный контур

Всякая реальная электрическая цепь представляет собой колебательный контур, состоящий из распределенных по всей цепи параметров: сопротивления, емкости и индуктивности.

Распределенные параметры представим себе – локальными, пренебрегая соответствующими параметрами подводящих проводов.

Рассмотрим электрическую цепь (электрический контур), состоящую из сопротивления R, катушки индуктивности L, конденсатора C и генератора E(t).



Такая цепь называется электрическим колебательным контуром.

Запишем закон Ома для этой цепи

где φ_1 - φ_2 – разность потенциалов на конденсаторе, E – ЭДС самоиндукции.

Так как

То закон Ома запишем в виде

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

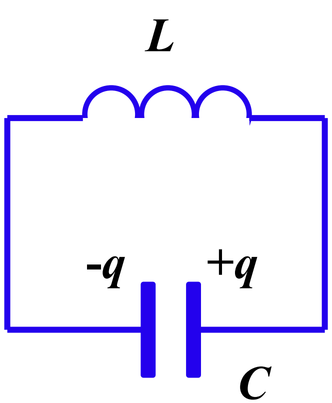
Уравнение колебательного контура

Процессы в электрическом колебательном контуре описываются уравнением, называемым - уравнением колебательного контура

Здесь

Незатухающие свободные колебания

Такие колебания реализуются, если в контуре нет генератора и омическое сопротивление $R = 0$.



Этот электрический аналог контура описывается уравнением

Решением этого уравнения является функция, которая, будучи дважды продифференцированной, перейдет вновь в себя, изменив знак и приобретя некоторый множитель.

Такими функциями являются $A\cos(\omega_0 t + \phi)$, $A\sin(\omega_0 t + \phi)$, $Ae^{i(\omega t+\varphi)}$ и их линейные комбинации. Но фактически это все одна функция, поскольку косинус всегда можно свести к синусу $\cos\alpha = \sin(\alpha + \pi/2)$, а синус может быть выражен через экспоненты с мнимым показателем:

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Домножим уравнение, описывающее изменение заряда в колебательном контуре, на dq/dt и преобразуем его к виду

Откуда следует, что величина, стоящая в квадратных скобках, не изменяется со временем:

где q_0 – константа (максимальный заряд на обкладках конденсатора).

Если переписать это уравнение в виде ($\omega_0^2 = 1/LC$, $I = dq/dt$)

то оно приобретает вид закона сохранения энергии: *в колебательном контуре без активного сопротивления сумма энергий электрического* $q^2/2C$ *и магнитного* $LI^2/2$ *полей, запасенных в конденсаторе и катушке индуктивности, остается постоянной*.

Преобразуем полученное уравнение к виду откуда получаем

После интегрирования находим

Следовательно, решение исходного уравнения, описывающего колебания заряда в LC-контуре, имеет вид $q = q_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Зная зависимость заряда на обкладках конденсатора от времени $q(t)$, можно найти все характеристики системы − ток, разность потенциалов на обкладках конденсатора, электрическую и магнитную энергии:

- ток **опережает** заряд по фазе на $\pi/2$.

Разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется в одной фазе с изменением заряда

Электрическая W_q и магнитная W_m энергии в контуре равны

Изменения электрической и магнитной энергий происходит с **удвоенной частотой** $2\omega_0$ по сравнению с частотой ω_0 изменения заряда, тока и разности потенциалов.

При достижении электрической энергией максимума магнитная энергия равна нулю и наоборот. Говорят, что величины W_m и W_q колеблются в противофазе.

Сумма этих энергий постоянна:

Период свободных колебаний

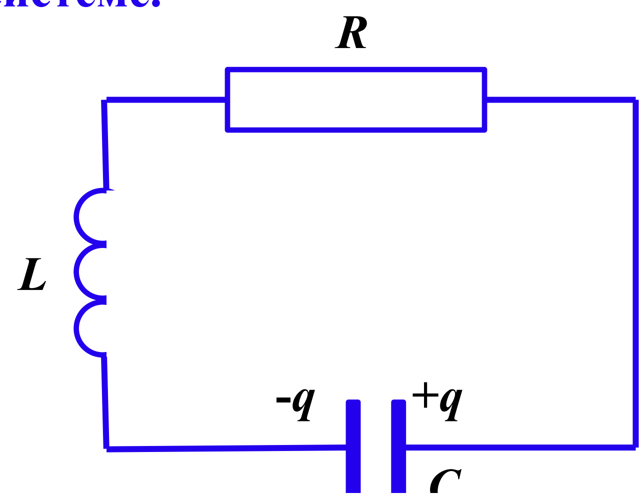
- формула Томсона.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Свободные затухающие колебания

Если подводящие провода и катушка индуктивности собраны не из сверхпроводящих материалов, то колебательный контур всегда обладает сопротивлением ***R***. Проходя по такой цепи, ток выделяет джоулево тепло, расходуя энергию, первоначально запасенную в колебательной системе.



Колебания в такой системе описываются уравнением, аналогичным незатухающим, но с добавлением слагаемого, описывающего потери энергии на сопротивлении ***R***:

Решение этого уравнения

где

Период затухающих колебаний равен

Напряжение на конденсаторе равно

Напряжение на конденсаторе совпадает по фазе с зарядом.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Свободные затухающие колебания

Сила тока в этом контуре меняется по закону

Умножим и разделим последнее выражение на

Введем угол ψ, *определяемый условиями:* и

так как

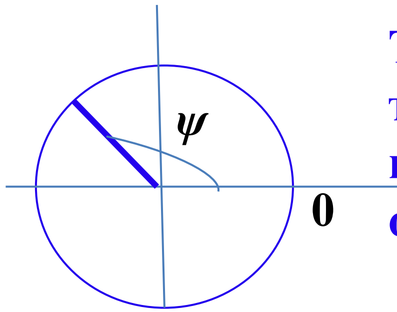
Тогда

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Свободные затухающие колебания

Поскольку $\cos\psi < 0$, а $\sin\psi > 0$, то ψ лежит в интервале $\pi/2 < \psi < \pi$.



Таким образом, при наличии в контуре R сила тока в цепи опережает напряжение на конденсаторе более чем на $\pi/2$ (при $R = 0$ – опережение равно $\pi/2$).

Логарифмический декремент затухания

Затухание колебаний характеризуется логарифмическим декрементом затухания λ, равным натуральному логарифму отношения амплитуд колебаний, отличающихся по времени измерения на период

Время τ, по истечении которого амплитуда колебаний убывает в e раз, называется временем затухания: $\tau = 1/\beta$.

За время τ система совершит N полных колебаний, где $N = \tau/T = 1/\beta T$.

Таким образом, логарифмический декремент затухания связан с числом колебаний N, приводящим к уменьшению амплитуды в e раз соотношением $\lambda = 1/N$.

С другой стороны

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Логарифмический декремент затухания

Если затухание невелико $\beta^2 << \omega_0{}^2$, тогда $\omega \approx \omega_0$ и

Добротность контура

Важнейшей характеристикой колебательного контура является добротность Q, величина, обратно пропорциональная логарифмическому декременту:

Чем выше добротность, тем большее число колебаний успеет совершить система, прежде чем амплитуда колебаний уменьшится в e раз. При слабом затухании

Величину Q можно связать с относительным изменением энергии W в колебательной системе за период. Энергия в контуре пропорциональна квадрату амплитуды тока или заряда $W \sim q^2$ Относительное изменение энергии за период равно

При слабом затухании $\lambda << \beta T << 1$, разложив экспоненту в ряд $e^x \approx 1 + x$ и выразив логарифмический декремент $\lambda = \beta T$ через добротность Q, находим

– добротность тем выше, чем меньше относительные потери энергии в контуре за период.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

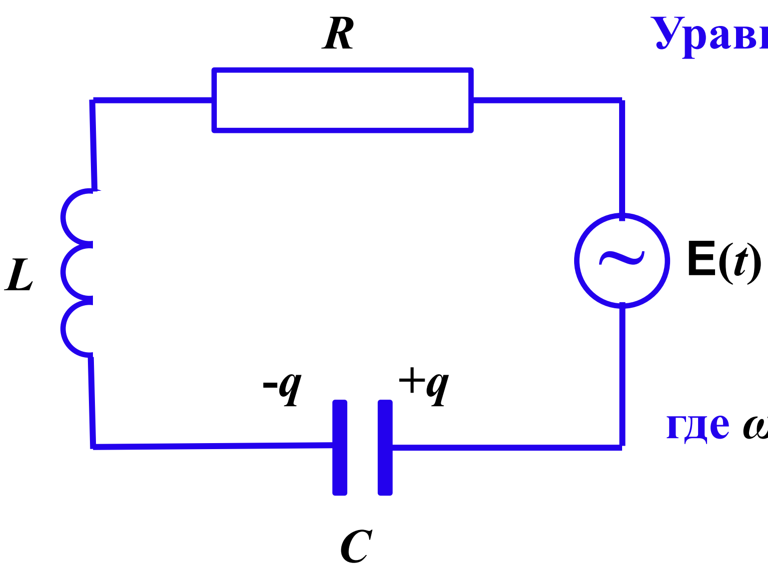
Свободные затухающие колебания

В случае сильного затухания $\beta^2 \gg \omega_0^2$, вместо колебаний происходит апериодический разряд конденсатора.

Сопротивление контура, при котором колебательный процесс переходит в апериодический, называется критическим

Вынужденные электрические колебания

Вынужденные колебания в контуре, состоящем из сопротивления R, емкости C, индуктивности L возникают, если эта цепочка подключена к источнику электродвижущей силы $\mathcal{E}(t)$, величина которой меняется со временем t.



Уравнение колебательного контура

Функцию $\mathcal{E}(t)$ представим в виде $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0\cos\omega t$, тогда

где ω – частота внешней вынуждающей силы.

Электрические колебания

Вынужденные электрические колебания

Общее решение этого неоднородного уравнения можно представить в виде суммы общего решения однородного уравнения (затухающие колебания) и любого частного решения $q(t)$ исходного неоднородного уравнения.

Периодическую функцию $\cos\omega t$ заменим в этом уравнении на функцию комплексного переменного $e^{i\omega t}$:

поскольку вещественная часть $e^{i\omega t}$, а только вещественная величина имеет физический смысл, равна $\cos\omega t$.

Будем искать частное решение этого уравнения в виде $q(t) = q_0 e^{i\omega t}$.

Подставив это выражение в неоднородное уравнение, продифференцировав его по t и сократив на $e^{i\omega t}$, находим

Любое комплексное число представимо в виде $q = a + ib$, а комплексно-сопряженное как $q^* = a - ib$, *тогда, с учетом* $e^{i\omega tb} = \cos\omega t + i\cdot\sin\omega t$, вещественная часть $q(t)$ равна

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Вынужденные электрические колебания

где q_a – амплитуда вынужденных колебаний

ψ – сдвиг фаз вынужденного колебания

Подставив значения β и ω_0 через параметры колебательного контура, получим

Теперь найдем силу тока:

где $I_a = q_a\omega$. Запишем последнее выражение в виде

где $\varphi = \psi - \pi/2$ – сдвиг по фазе между током и приложенным напряжением

Электрические колебания

Вынужденные электрические колебания

Отсюда следует, что ток отстает по фазе от напряжения $\varphi > 0$, если $\omega L > 1/\omega C$ и опережает напряжение $\varphi > 0$, если $\omega L < 1/\omega C$.

Далее

С другой стороны, падение напряжений в колебательном контуре запишем в виде

Тогда

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

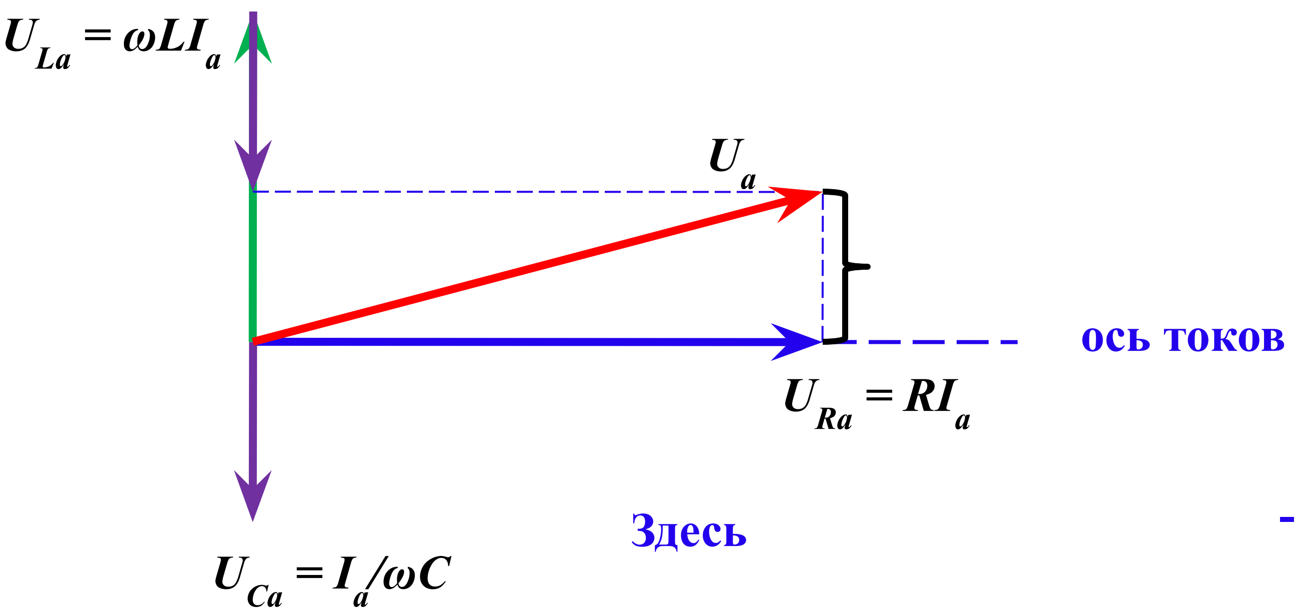
Электрические колебания

Вынужденные электрические колебания

Сопоставление формул показывает, что:

напряжение на сопротивлении *R* изменяется в фазе с током;
напряжение на емкости отстает по фазе от силы тока на *π/2*;
напряжение на индуктивности опережает по фазе ток на *π/2*.

Фазовые соотношения можно наглядно представить с помощью фазовой диаграммы



Здесь

- импеданс электрической цепи.

Электрические колебания

Вынужденные электрические колебания. Резонанс

Необычным и новым в полученных выражениях является немонотонная зависимость амплитуды колебаний в системе от частоты вынуждающей силы ω.

При приближении частоты вынуждающей силы ω к резонансной частоте колебаний ω_p амплитуда колебаний начинает очень сильно возрастать – наступает резонанс.

Резонансная частота для заряда и напряжения на конденсаторе определяется из выражений:

При слабом затухании $\beta^2 << \omega_0^2$ резонансная частота для заряда и напряжения на конденсаторе можно положить равной ω_0, $\omega_p L - 1/\omega_p C \approx 0$.

Тогда отношение амплитуды напряжения на конденсаторе к амплитуде внешнего напряжения будет равно

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

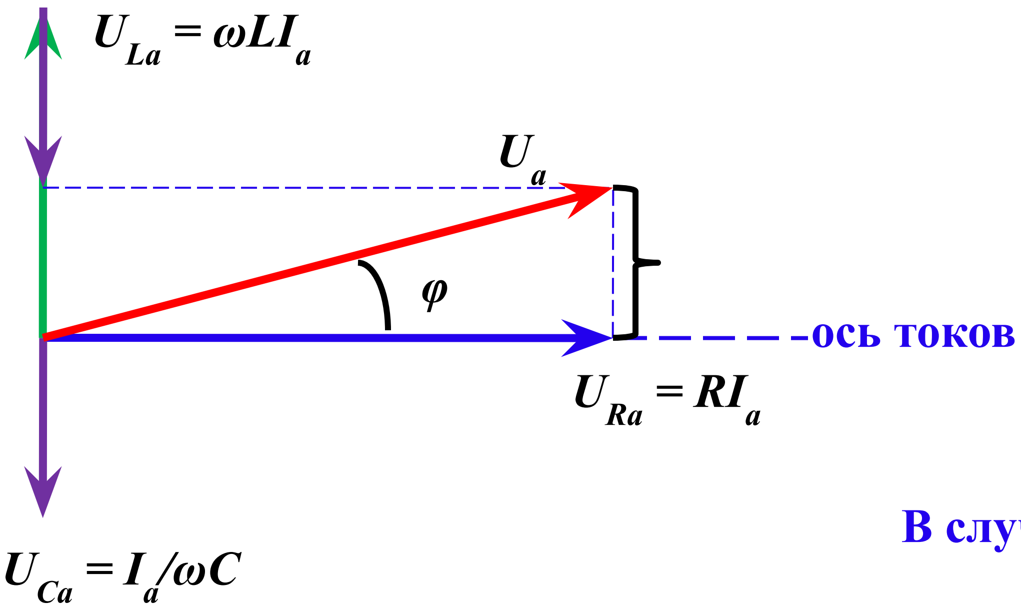
Вынужденные электрические колебания. Резонанс

Следовательно, добротность контура Q показывает, во сколько раз напряжение на конденсаторе при резонансе превышает приложенное напряжение.

Переменный электрический ток

Ток, протекающий в цепи содержащей R, L и C, обусловленный переменным напряжением $U = U_a\cos\omega t$ называется переменным током.

Амплитуда тока определяется амплитудой напряжения U_a, параметрами цепи R,L,C и частотой ω.



Ток отстает по фазе от напряжения на угол φ, определяемый из выражения

В случае $\varphi < 0$, ток опережает напряжение.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Переменный электрический ток

- полное электрическое сопротивление или импеданс цепи.

Всякая реальная цепь обладает конечными значениями R, L и C. В отдельных случаях их значения могут быть таковы, что их влиянием на ток можно пренебречь.

Пусть цепь состоит из одного активного сопротивления R, то есть $L = 0$, а $C = \infty$, закон Ома имеет вид $IR = U_a \cos \omega t$.

Отсюда следует, что ток изменяется в фазе с напряжением, а амплитуда тока равна $I_a = U_a/R$. R – активное сопротивление.

Пусть $R = 0$, $C = \infty$, тогда $I_а = U_a/\omega L = U_a/X_L$ а $\mathrm{tg}\varphi = \infty$, $\varphi = \pi/2$.

Ток в этом случае отстает от напряжения на $\pi/2$.

Величину $X_L = \omega L$ называют реактивным индуктивным сопротивлением (индуктивным сопротивлением).

Пусть $R = 0$, $L = 0$, тогда

$X_C = 1/\omega C$ – реактивное емкостное сопротивление (емкостное сопротивление).

$\mathrm{tg}\varphi = - \infty$, $\varphi = - \pi/2$. Ток опережает напряжение на конденсаторе на $\pi/2$.

Наконец, пусть $R = 0$, тогда

- называется полным реактивным сопротивлением или реактансом цепи.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электрические колебания

Переменный электрический ток. Мощность

Мгновенное значение мощности, выделяемой в цепи равно

Воспользуемся формулой

Тогда

Практический интерес представляет среднее по времени значение $P(t)$.

Среднее значение

Тогда

Подставим $\cos\varphi$ в P:

Такую же мощность развивает постоянный ток I_{∂}:

отсюда - называется действующим или эффективным значением силы переменного тока.

Тогда средняя мощность переменного тока $P = U_{\partial} I_{\partial} \cos\varphi$.

Входящий в это выражение $\cos\varphi$ – называют коэффициентом мощности.

В технике стремятся увеличить $\cos\varphi$ как можно больше. При малом $\cos\varphi$ для выделения необходимой мощности нужно пропускать ток большой силы, что приводит к возрастанию потерь в подводящих проводах.

ВОЛНЫ

Механические волны

Упругие волны

Если в каком-нибудь месте упругой (твердой, жидкой или газообразной) среды возбудить колебания её частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться от частицы к частице с некоторой скоростью *v*.

Процесс распространения колебаний в пространстве *называется волной*.

Частицы среды, в которой распространяется волна, не вовлекаются волной в поступательное движение, они лишь совершают колебания возле своего положения равновесия.

В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения волны, различают *продольные* и *поперечные* волны.

Упругие поперечные волны могут возникать лишь в среде, обладающей сопротивлением к сдвигу.

Поэтому в жидкой и газообразной средах могут возникать только продольные волны.

В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые части пространства.

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени *t*, называется *фронтом волны*.

ВОЛНЫ

Механические волны

Упругие волны

Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области в которой колебания еще не возникли.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется *волновой поверхностью*.

Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченную волновым процессом.

Следовательно волновых поверхностей существует *бесконечное множество*, тогда как волновой фронт в каждый момент времени *только один*.

Волновые поверхности остаются *неподвижными* (они проходят через положение равновесия частиц, колеблющихся в одинаковой фазе).

Фронт волны все время *перемещается*.

Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы.

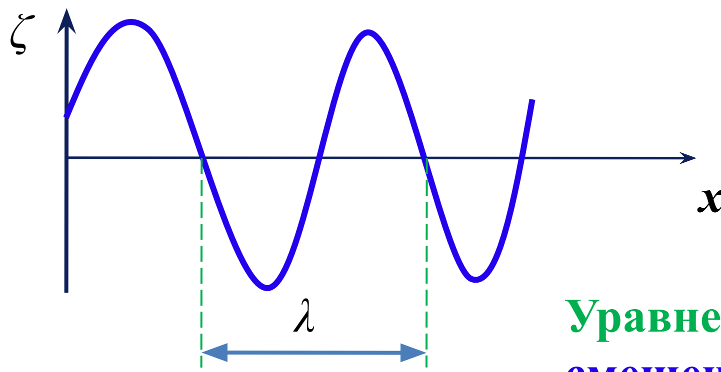
Соответствующая волна в этих случаях называется *плоской* или *сферической*.

ВОЛНЫ

Механические волны

Уравнение плоской волны

Пусть плоская волна распространяется вдоль оси x. Тогда все точки среды имеющие одинаковую координату x (но разные y и z) колеблются в одинаковой фазе.



Здесь ζ – смещение точек среды с различными значениями x в некоторый момент времени t.

λ – длина волны, $\lambda = \upsilon T = \upsilon/\nu$.

Это не волна, это график функции $\zeta(x,t)$ для некоторого фиксированного момента времени t.

Уравнением волны называется выражение, которое дает смещение колеблющейся частицы как функцию её координат и времени $\zeta(x,y,z,t)$.

Эта функция должна быть периодичной как относительно координат так и времени.

Периодичность по координате означает, что точки отстоящие друг от друга на расстояние λ колеблются одинаковым образом.

Периодичность во времени означает, что ζ описывает колебания частиц с координатами x, y, z.

Найдем вид функции ζ в случае плоской волны, предполагая, что колебания носят гармонический характер.

Ось x направим по направлению распространения волны, тогда волновые поверхности будут x, следовательно $\zeta = \zeta(x,t)$.

ВОЛНЫ

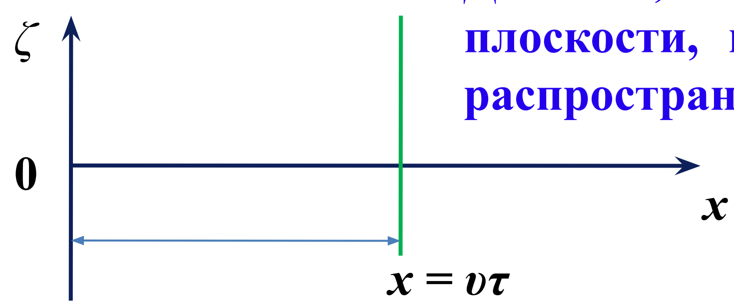
Механические волны

Уравнение плоской волны

Пусть в т. $x = 0$ $\zeta(0, t) = A\cos(\omega t + \alpha)$.

Найдем вид колебаний точек в плоскости, соответствующей произвольному значению x.

Для того, чтобы волне пройти путь от плоскости $x = 0$ до этой плоскости, волне требуется время $\tau = x/\upsilon$ (υ – скорость распространения волны).



Следовательно, колебания частиц, лежащих в плоскости x будут отставать по времени на τ от колебаний частиц в плоскости $x = 0$.

Здесь A – амплитуда волны, α – начальная фаза волны, определяется выбором начал отсчета x и t.

Для одной волны обычно $\alpha = 0$, для многих волн уравнять начальные фазы нулю не удается.

Зафиксируем какое-либо значение фазы

Это выражение определяет связь между временем t и тем местом x, в котором фаза имеет фиксированное значение.

Следовательно, вытекающее из этого выражения dx/dt – дает скорость, с которой перемещается данное значение фазы

откуда

Таким образом, скорость распространения волны υ в уравнении волны, есть скорость перемещения фазы, поэтому υ – называют фазовой скоростью.

ВОЛНЫ

Механические волны

Уравнение плоской волны

Так как *dx/dt* > *0*, то волна распространяется в сторону возрастания *x*. Уравнение волны, распространяющейся в обратном направлении, имеет вид откуда *dx/dt* = - *υ*.

Уравнению плоской волны можно придать симметричный вид относительно *x* и *t*, если ввести величину $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

откуда

При выводе формулы мы предполагали, что амплитуда волны *A* не зависит от *x*.

Для плоской волны это наблюдается в том случае, когда энергия волны не поглощается средой.

При распространении волны в поглощающей среде – интенсивность с удалением от источника колебаний постепенно уменьшается – наблюдается затухание волны.

Для затухающих колебаний тогда уравнение плоской волны имеет вид

Уравнение сферической волны

Всякий источник колебаний имеет некоторую протяженность. Однако на расстоянии *r* – значительно превышающем размеры источника r_0, источник можно считать точечным.

В изотропной, однородной среде, волна – порождаемая точечным источником будет сферической, следовательно все точки на волновой поверхности будут колебаться с одинаковой фазой.

ВОЛНЫ

Механические волны

Уравнение сферической волны

Однако амплитуда колебаний в этом случае не остается постоянной, если даже энергия волны не поглощается средой.

Для непоглощающей среды энергия, излученная источником с его поверхности остается постоянной.

Тогда $N_0 = I_0S_0 = IS$. $I_0 4\pi r_0^2 = I4\pi r^2$. $I \sim A^2$, $I_0 \sim A_0^2$. $A \sim A_0/r$. Следовательно,

Для поглощающей среды

Уравнение плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении

Найдем уравнение волны, распространяющейся в направлении, образующем с осями координат x, y, z углы α, β, γ.

Пусть уравнение колебаний, проходящей через начало координат, имеет вид

Возьмем волновую поверхность (плоскость), отстающей от начала координат на расстояние l

ВОЛНЫ

Механические волны

Уравнение плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении

Колебания в этой точке будут отставать от колебаний в начале координат на время $\tau = l/v$.

Выразим l через радиус-вектор

точек рассматриваемой поверхности

Вектор ый по модулю $2\pi/\lambda$, направленный по нормали к волновой поверхности и определяющий направление распространения и пространственный период плоской монохроматической волны, называется волновым вектором.

В направлении волнового вектора происходит наибыстрейшее изменение фазы волны. Для перехода от к x, y, z выразим

Где

ВОЛНЫ

Механические волны

Волновое уравнение

Уравнение любой волны является решением дифференциального уравнения , называемого волновым.

Чтобы установить вид волнового уравнения, сопоставим вторые частные производные по координатам и времени от функции *ζ*(*x*, *y*, *z*), описывающей плоскую волну

Сложение производных по координатам дает

где **-оператор Лапласа.**

Волновому уравнению удовлетворяет любая функция, имеющая аргумент

ВОЛНЫ

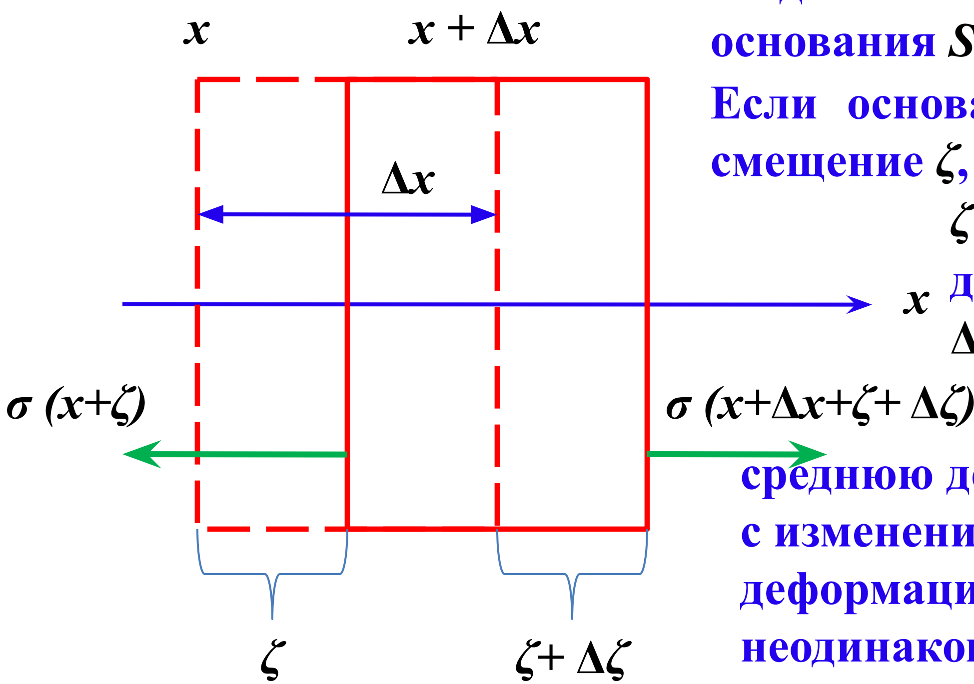
Механические волны

Скорость упругих волн в твердой среде

Пусть в направлении оси x распространяется продольная плоская волна.

Выделим в среде цилиндрический объем с площадью основания S и высотой Δx.

Если основание цилиндра с координатой x имеет смещение ζ, то смещение с координатой $x + \Delta x$ *равно* $\zeta + \Delta\zeta$. Рассматриваемый объем деформируется, он получает удлинение $\Delta\zeta > 0$ или сжатие, если $\Delta\zeta < 0$.



Относительное удлинение $\Delta\zeta / \Delta x$ дает среднюю деформацию цилиндра, так как ζ меняется с изменением x не по линейному закону, то истинная деформация в разных сечениях цилиндра будет неодинаковой.

Чтобы получить деформацию в сечении x надо $\Delta x \rightarrow 0$, тогда

Наличие деформации растяжения (сжатия) свидетельствует о существовании нормального напряжения σ, при малых деформациях пропорционального величине деформации

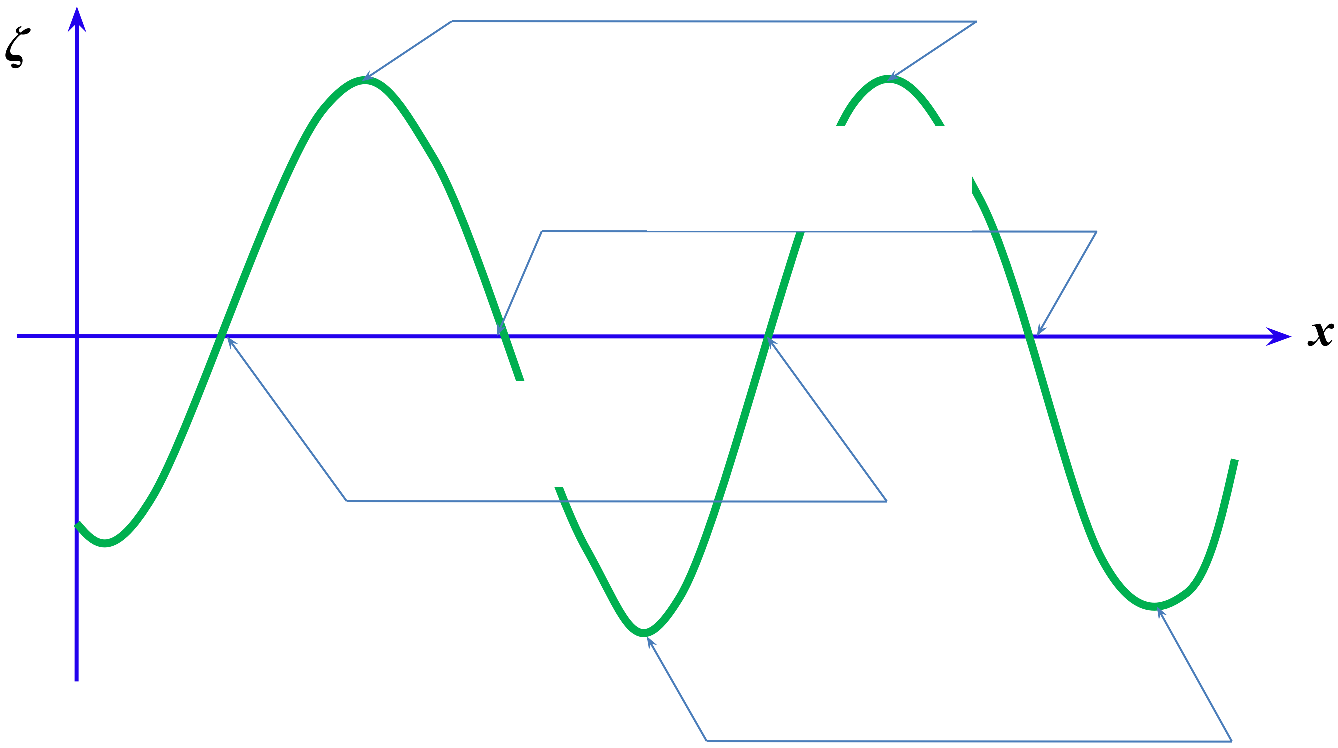
где E – модуль Юнга.

ВОЛНЫ

Механические волны

Скорость упругих волн в твердой среде

Относительная деформация, а следовательно и σ зависит от x.



Следовательно положительные и отрицательные деформации чередуются друг с другом (растяжение и сжатие).

Поэтому продольная волна состоит из чередующихся разрежений и сгущений среды.

ВОЛНЫ

Механические волны

Скорость упругих волн в твердой среде

Запишем теперь для нашего цилиндрического объема уравнение движения.

Полагая Δx очень малым будем считать, что проекция ускорения на ось x будет одинаковой для всех точек цилиндра и равной

Масса цилиндра равна где ρ – плотность недеформируемой среды.

Проекция силы на ось x

Значение производной в сечении $x + \delta$, где $\delta << 1$ можно считать с большой точностью

В виду малости Δx, ζ и $\Delta\zeta$

ВОЛНЫ

Механические волны

Скорость упругих волн в твердой среде

Фазовая скорость продольных упругих волн зависит от модуля Юнга и плотности среды.

Для поперечных волн где G – модуль сдвига.

ВОЛНЫ

Механические волны

Энергия упругой волны

Пусть в некоторой среде распространяется в направлении оси x плоская продольная волна

Выделим в среде элементарный объем ΔV настолько малым, чтобы производные были одинаковыми во всех точках этого объема.

Выделенный объем обладает кинетической энергией

Потенциальная энергия упругой деформации равна

Полная энергия

Объемная плотность энергии

Найдем производные

ВОЛНЫ

Механические волны

Энергия упругой волны

Тогда

так как

то

Из этой формулы следует, что мгновенные значения плотности энергии в каждый момент времени в разных точках пространства различны.

Найдем среднее значение плотности энергии

Подобная зависимость имеет место для всех видов волн, распространяющихся в непоглощающих и поглощающих средах.

Итак, среда, в которой распространяется волна, обладает дополнительным запасом энергии. Эта энергия доставляется от источника колебаний в различные точки среды самой волной.

Следовательно, волна переносит с собой энергию.

ВОЛНЫ

Механические волны

Поток энергии

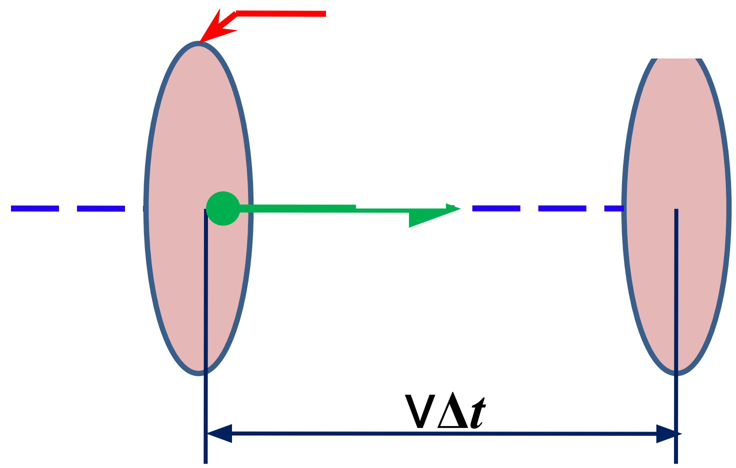
Количество энергии, переносимой волной через некоторую поверхность в единицу времени, называется потоком энергии через эту поверхность

Плотность потока энергии. Вектор Умова

Поток энергии в разных точках среды может обладать различной интенсивностью. Поэтому вводится векторная (локальная) величина, называемая плотностью потока энергии (вектором Умова).

Эта величина численно равна потоку энергии через единичную площадку, помещенную в данную точку среды перпендикулярно к направлению, в котором переносится энергия волны.

Направление вектора плотности энергии совпадает с направлением переноса энергии



Тогда **или**

- вектор Умова.

ВОЛНЫ

Механические волны

Интенсивность волны

Вектор Умова меняется со временем по величине

Найдем среднее по времени значение плотности потока энергии (вектора Умова)

Эта формула, справедливая для всех видов волн, определяет интенсивность волны, то есть энергию, переносимую волной через единичную площадку в единицу времени.

С другой стороны, поток энергии через элементарную площадку равен

Через поверхность S

Через замкнутую поверхность S

Аналогично для средних значений потока, например

ВОЛНЫ

Механические волны

Стоячие волны

Если в среде распространяются одновременно несколько волн, то колебания частиц среды оказываются геометрической суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности.

Следовательно волны просто накладываются одна на другую, не возмущая друг друга.

Это, вытекающее из опыта утверждение, называется *принципом суперпозиции* (*наложения*) волн.

При наложении большого количества волн с разной частотой от суммирования переходят к интегрированию. Этот интеграл называется интегралом Фурье.

Наибольший интерес представляет наложение когерентных волн, в результате сложения которых возникает явление интерференции.

Частный, но очень важный случай интерференции наблюдается при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой частотой и амплитудой.

Запишем уравнения этих волн, распространяющихся вдоль оси x в противоположных направлениях

ВОЛНЫ

Механические волны

Стоячие волны

В результате сложения этих волн

-мы получили уравнение стоячей волны.

Упростим это выражение: выберем начало отсчета x так, чтобы $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$, а начало отсчета t – так, чтобы $\alpha_2 + \alpha_1 = 0$.

Из уравнения следует, что колебания происходят с той же частотой, что и у встречных волн, а амплитуда зависит от x

Если то $A(x) = 2A = max$.

Эти точки называются пучностями стоячей волны.

ВОЛНЫ

Механические волны

Координаты пучностей

Получим значение координат пучностей из условия, что $\cos n\pi = \pm 1$, тогда

Следует иметь ввиду, что эта координата не одной точки плоской волны, а плоскости, точки которой имеют координату определяемую формулой для x_n.

Если $\cos(2\pi x/\lambda) = 0$, то эти точки называются узлами стоячей волны.

Координаты узлов

Координаты узлов стоячей волны определим из условия

Следует также иметь ввиду, что узел не точка, а плоскость.

Расстояние между соседними пучностями

Расстояние между соседними узлами

ВОЛНЫ

Механические волны

Расстояние между узлом и пучностью

Из уравнения стоячей волны, координат пучностей и узлов, а также расстояний между ними следует, что по разные стороны от узла частицы среды колеблются в противофазе, а все частицы среды, заключенные между соседними узлами колеблются в фазе (синфазно).

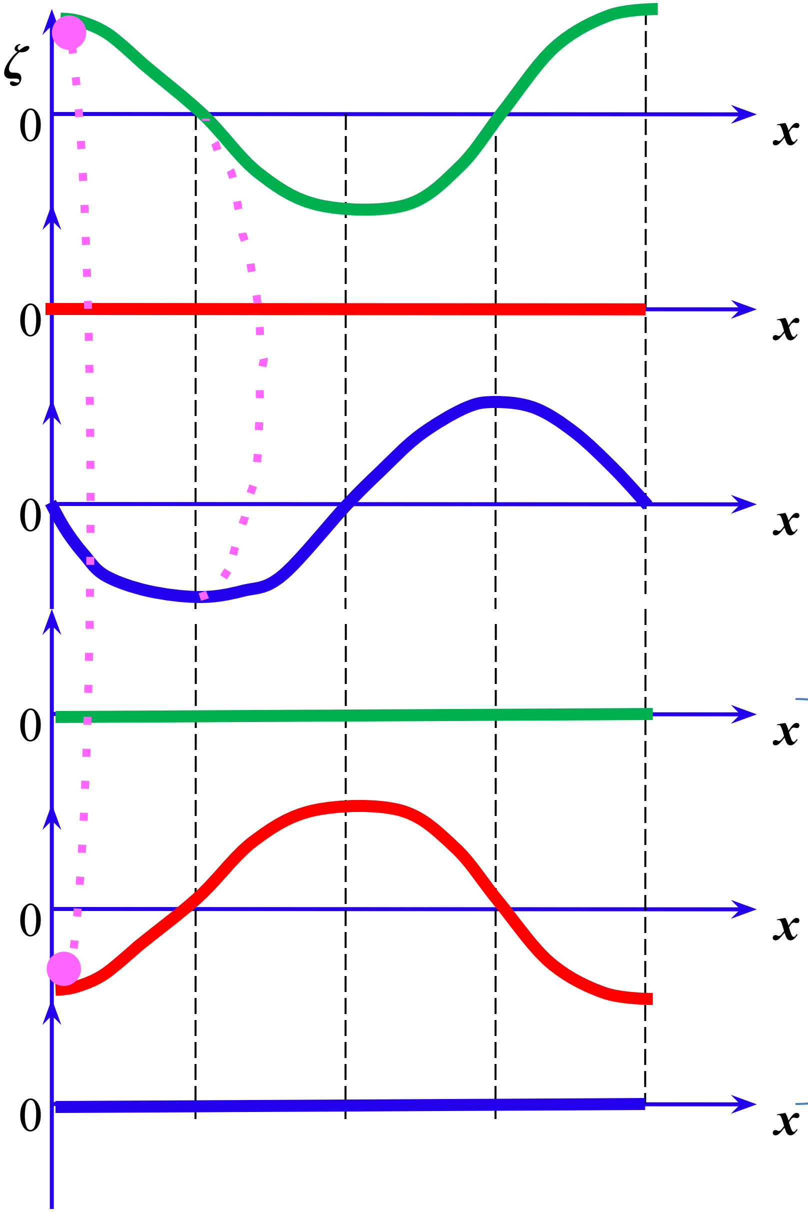
Рассмотрим поведение скорости и относительной деформации частиц среды

Представим графически поведение смещения, скорости и относительной деформации частиц среды в два момента времени.

ВОЛНЫ

Механические волны

Стоячие волны



Из графиков видно, что узлы и пучности скорости совпадают с узлами пучностями смещения ζ.

$t = 0$

Узлы и пучности деформации ε совпадают с пучностями и узлам смещения ζ.

В то время, когда $\varepsilon = max$ и наоборот. Соответственно, дважды за период происходит превращение энергии стоячей волны то полностью в потенциальную вблизи узлов волны (или пучностей деформации), то полностью в кинетическую в пучностях волны (пучностях скорости).

$t = T/4$

ВОЛНЫ

Механические волны

Стоячие волны

В результате происходит переход энергии волны от каждого узла к соседним пучностям и наоборот.

Отсюда следует, что средний поток энергии в любом сечении волны равен нулю.

Это свойство стоячей волны играет очень важную, можно сказать фундаментальную роль в Природе.

Стоячая волна является квазистационарной в том смысле, что она неподвижна (в отличии от бегущей волны) и сосредоточена (локальна) в той области пространства, где эта волна находится.

Если система, в которой возбуждена эта волна, не взаимодействует с окружающей средой, то энергия этой волны может оставаться постоянной (система не излучает энергию в окружающее ее пространство).

Взаимодействие с окружающей средой может перевести систему с другим состоянием стоячей волны.

Поясним это на примере.

Колебания струны

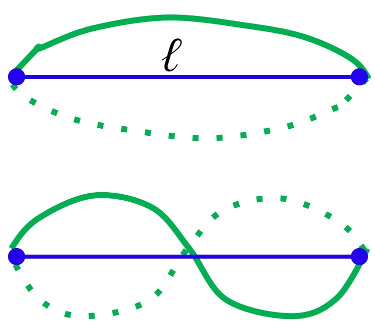
В закрепленной с обеих концов натянутой струне при возбуждении поперечных колебаний возникают стоячие волны, причем в местах крепления струны всегда располагаются узлы.

Поэтому с заметной интенсивностью возбуждаются в струне такие колебания, половина длины волны которых укладывается на длине струны целое число раз.

ВОЛНЫ

Механические волны

Колебания струны



Обобщаем -

Тогда

Здесь - фазовая скорость волны, зависящая от силы натяжения струны и значения массы струны на единицу ее длины ***m/ℓ*** (см. Тюрин Ю.И. «Электродинамика»).

А теперь перейдем к - это собственные частоты колебаний (гармоники) струны.

Частота при $n = 1$) называется основной частотой или основным тоном. Частоты с $n > 1$ называются высшими тонами или обертонами.

Таким образом, колебания струны замечательны тем, что для них по классическим представлениям получаются *дискретные* значения частоты.

Для классической физики это *исключение*.
Для квантовой физики это *правило*, чем исключение.

Посмотрим, качественно, как это получается.

ВОЛНЫ

Механические волны

Колебания струны Обратите внимание на второй рисунок, где в центре струны постоянно существует узел, а струна в этом месте не закреплена.

Что произойдет, если линейную струну превратить в кольцо? Конечно возбудить стоячие волны в такой струне достаточно сложно, поэтому возьмем жесткое кольцо.

Стукните колечко и оно зазвучит, возникает линейная стоячая волна, *замкнутая* сама на себя.

Постройте на этом кольце полусферу – колокол (о звучании я уже не говорю), можно дополнить систему до полной сферы, звучание вне которой достаточно слабое (интересно послушать, что там внутри?). Возникает *объемная* стоячая волна.

Таким образом, возможно возникновение замкнутых самих на себя (пространственно ограниченных) линейных, плоских (бубен) и объемных стоячих волн.

А теперь перейдем от исключения в макроскопическом мире - к правилу в микромире.

Из уравнений Максвелла следует, что при движении свободного заряда (например, электрона) с ускорением этот заряд теряет энергию в виде электромагнитных волн.

Электроны в атоме (микромир ~ 0,1 нм), казалось бы, двигаясь по замкнутым траекториям и, следовательно, с ускорением - должны излучать энергию, что приводит к невозможности существования атомов.

ВОЛНЫ

Колебания атома

Электроны в атоме, находясь в связанном состоянии из-за взаимодействия с ядром атома и остальными электронами, создают свои собственные объемные «коконы» стоячих волн де Бройля (корпускулярно-волновой дуализм).

Такая электронная система атома находится в квазистационарном состоянии, поэтому не излучает и проявляет себя только при внешнем воздействии.

Электрон, поглотив извне фотон с определенной порцией энергии (кратной n), создает новый «кокон» стоячей волны, а затем, испустив фотон, может вернуться в свой прежний «кокон».

Звуковые волны

Если упругие волны, распространяющиеся в воздухе, имеют частоту от 16 до 20000 Гц, то достигнув человеческого уха, они вызывают ощущение звука.

В соответствии с этим упругие волны в любой среде, имеющие частоту в указанном диапазоне, называются звуковыми волнами или просто звуком.

Вне этого диапазона, при $\nu < 16$ Гц – называют инфразвуком, при $\nu > 20000$ Гц – ультразвуком.

Воспринимаемые звуки люди различают их по высоте, тембру и громкости. Каждой из этих субъективных характеристик соответствует определенная объективная физическая характеристика звуковой волны.

Всякий реальный звук представляет собой наложение гармонических колебаний с определенным набором частот.

ВОЛНЫ

Звуковые волны

Набор частот колебаний, присутствующих в данном звуке, называют его акустическим спектром.

Если в звуке присутствуют колебания всех частот от ν_1 до ν_2, то спектр называется сплошным. Сплошным акустическим спектром обладают шумы.

Если звук состоит из колебаний дискретных частот ν_1, ν_2, …, ν_i, …, ν_n, то спектр называют линейчатым.

Колебания с линейчатым спектром вызывают ощущения звука, с более или менее определенной частотой. Такой звук называется тональным.

Высота тонального звука определяется основной (наименьшей) частотой.

Набор колебаний с более высокими частотами называется обертонами. Их относительная интенсивность определяет окраску или тембр звука.

Под интенсивностью звука понимают среднее значение по времени плотности потока энергии, которую несет с собой звуковая волна.

Для того, чтобы вызвать звуковое ощущение, звуковая волна должна обладать некоторой минимальной интенсивностью, которая называется порогом слышимости.

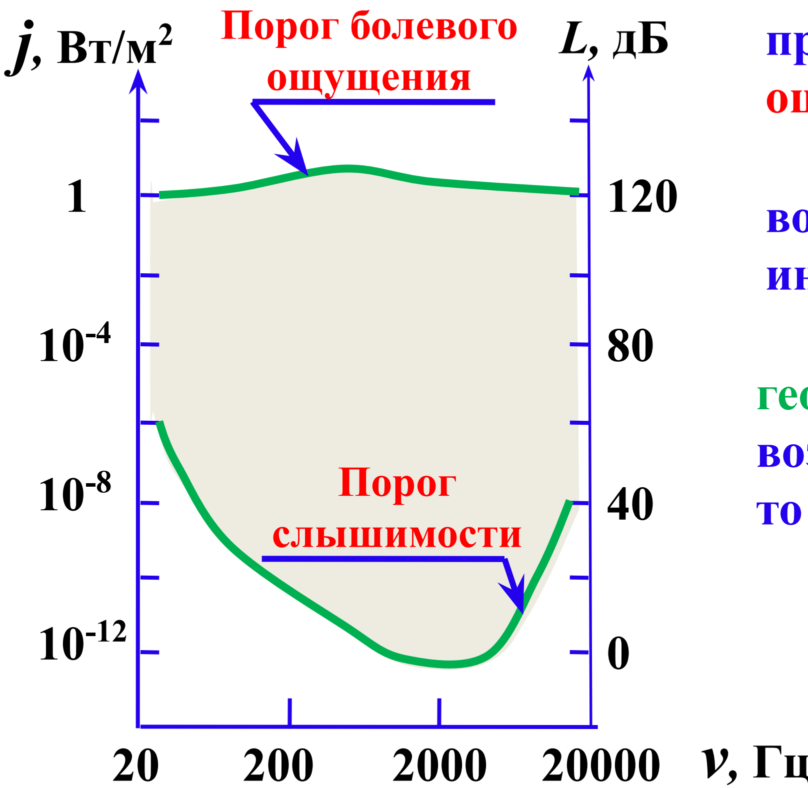
Порог слышимости различен для разных людей и сильно зависит от частоты звука.

Наиболее чувствительно человеческое ухо к частотам от 1000 до 4000 Гц. В этой области частот порог слышимости составляет в среднем ~ 10^{-12} Вт/м^2.

ВОЛНЫ

Звуковые волны

При интенсивности ~ 1 ÷ 10 Вт/м^2 волна перестает восприниматься как звук, вызывая лишь давление и болевое ощущение в ушах.



Значение интенсивности, при котором это происходит называется **порогом болевого ощущения**.

Субъективно оцениваемая громкость звука возрастает гораздо медленнее, чем интенсивность звуковой волны.

При возрастании интенсивности в геометрической прогрессии громкость возрастает приблизительно в арифметической, то есть линейно.

На этом основании уровень громкости определяется как логарифм отношения интенсивности данного звука I к интенсивности I_0, принятой за исходную

Единица уровня громкости, определяемая этой формулой называется белом (Б).

Обычно пользуются в 10 раз большими единицами – децибелами (дБ)

Исходная интенсивность $I_0 \approx 10^{-12}$ Вт/м^2, так что порог слышимости при частоте ~ 1000 Гц лежит на нулевом уровне ($L = 0$).

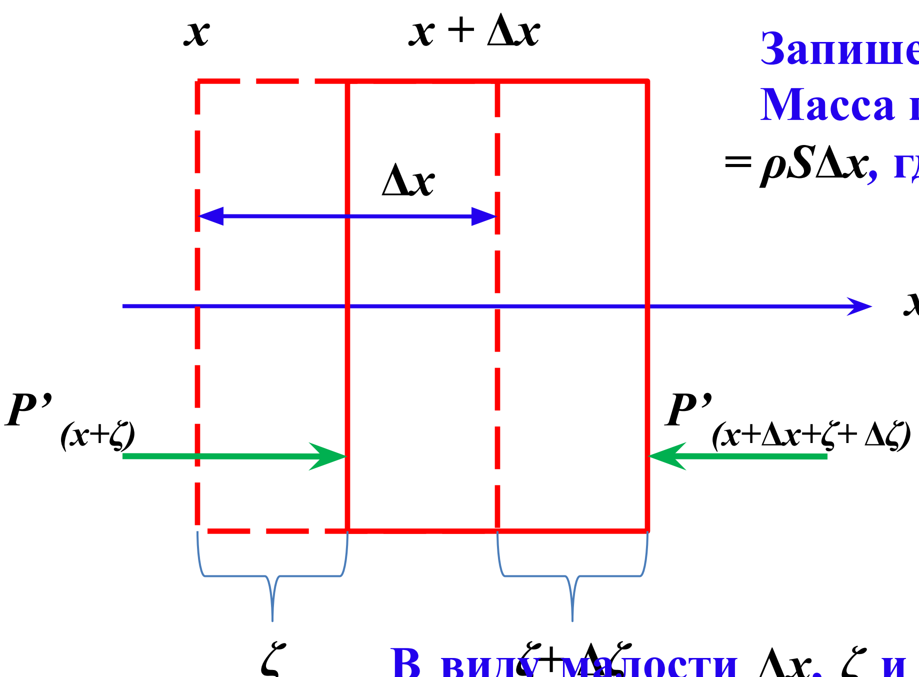
ВОЛНЫ

Скорость звука в газах

Звуковая волна в газах представляет собой распространяющуюся в пространстве последовательность чередующихся областей сжатия и разрежения газа.

Следовательно, давление в каждой точке пространства испытывает периодически изменяющееся отклонение ΔP от среднего значения P в данной точке пространства в отсутствии волны

Пусть плоская волна распространяется вдоль оси x. Выделим в среде цилиндр площадью S и высотой Δx.



Запишем уравнение движения $F_x = ma_x$.

Масса газа, заключенная в этом объеме, равна $m = \rho S\Delta x$, где ρ – плотность невозмущенной среды.

Полагая Δx очень малым будем считать, что проекция ускорения на ось x будет одинаковой для всех точек цилиндра и равной

Проекция силы на ось x

В виду малости Δx, ζ и $\Delta\zeta$ значение P' в сечении $(x+ \delta)$, где $\delta << 1$ можно считать с большой точностью

ВОЛНЫ

Скорость звука в газах Тогда

С учетом уравнения движения запишем

Тогда $\boxed{}$

Теперь найдем связь между P' и ζ.
Эта связь зависит от характера процесса сжатия (или расширения) газа.

В звуковой волне сжатие и расширение происходят так часто, что смежные участки среды не успевают обмениваться теплом. поэтому эти процессы можно считать адиабатическими

Тогда, для нашего цилиндра

Так как то после разложения в ряд получим

Продифференцируем последнее выражение по ∂x.

ВОЛНЫ

Скорость звука в газах

Подставим это выражение в

Мы получили волновое уравнение где

Окончательно, фазовая скорость звука в газе (при адиабатическом распространении волны) равна

Если сравнить скорость волны в газе с ее скоростью в твердых телах

то видно, что в числителе дроби стоит модуль соответствующей упругой деформации.

Рассмотрим это подробнее. Тело называется упругим, а его деформации, вызываемые внешними воздействиями, называются упругими деформациями, если они полностью исчезают после прекращения этих воздействий. При достаточно малых деформациях все тела практически можно считать упругими.

Упругие свойства тел зависят от характера теплового движения молекул и сил их взаимодействия.

Упругость твердого тела обусловлена силами взаимного притяжения и отталкивания частиц (ионов, атомов или молекул), образующих это тело и совершающих беспорядочные тепловые колебания около узлов его кристаллической решетки.

ВОЛНЫ

Скорость звука в газах

Силы взаимодействия частиц препятствуют деформациям кристаллической решетки, связанным с изменением как объема тела, так и его формы. Поэтому твердые тела помимо *объемной упругости* обладают *упругостью формы*, которая проявляется в сопротивлении деформации сдвига.

Следовательно, в твердых телах могут распространяться как продольные, так и поперечные волны.

Газообразное тело беспрепятственно изменяет свою форму в соответствии с формой занимаемого им сосуда – газ не обладает *упругостью формы*.

В то же время газу присуща *объемная упругость*, то есть сопротивляться изменению его объема вследствие теплового движения молекул.

Следовательно, в газах не возникают деформации сдвига и, поэтому, в этой среде распространяются только продольные волны.

Жидкое тело занимает, по своим физическим свойствам, промежуточное положение между твердыми и газообразными телами.

Из-за очень малой средней продолжительности τ оседлого существования молекул жидкости она, подобно газам, обладает только *объемной упругостью*. Поэтому в объеме жидкости могут распространяться только продольные волны.

Однако поверхность жидкости (толщиной 1~2 радиуса молекулярного действия) обладает физическими свойствами, отличающимися от свойств объема.

В этом слое определяющую роль играют силы поверхностного натяжения, которые наряду с силами тяготения приводят к распространению *поверхностных волн*, возникающих под влиянием внешних воздействий (падения тел, ветра и т.д.).

ВОЛНЫ

Скорость звука в газах

В *поверхностных волнах* частицы жидкости одновременно совершают поперечные (*упругость формы* поверхности) и продольные колебания, сложение которых приводит к эллиптическим или более сложным траекториям.

Окончательно, скорость звука в газах равна

где ***K*** – *модуль объемной упругости* газа, зависящий от термодинамического процесса. При очень медленном изменении объема газа процесс можно считать изотермическим, а при очень быстром – адиабатическим.

В первом случае $K = P$, а во втором $K = \gamma P$

Оценим скорость распространения звуковой волны в газах.

При атмосферном давлении и обычных температурах большинство газов близки по своим свойствам к идеальному газу, тогда

Сравним скорость волны со средней скоростью движения молекул газа

Отсюда, скорость волны в газе немногим меньше средней скорости хаотического движения молекул этого газа.

ВОЛНЫ

Эффект Доплера для звуковых волн

Пусть в газе или жидкости находятся источник и приемник звуковых волн.

Если источник и приемник неподвижны относительно среды в которой распространяется волна, то принимаемая частота колебаний приемником будет равна частоте колебаний источника ν_0.

Если же источник или приемник, либо оба, движутся относительно среды, то частота колебаний, воспринимаемая приемником ν, может отличаться от частоты источника ν_0. Это явление называется *эффектом Доплера*.

Предположим, что источник и приемник движутся вдоль соединяющей их прямой.

Скорость источника $v_{ист}$ будем считать положительной, если источник движется к приемнику, и отрицательной, если источник движется от приемника.

Аналогично, скорость приемника $v_{пр}$ положительна, если приемник движется к источнику, и отрицательной, если приемник движется от источника.

Электромагнитные волны

Уравнения Максвелла

Закон		Интегр. форма	Диффер. форма
Гаусса	Эл. поле		
	Маг. поле		
Полного тока			
Электромагнитной индукции			
Соотношения			

Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла.

0

Рассмотрим случай однородной, нейтральной ($\rho = 0$), непроводящей среды ($j = 0$) с постоянными ε и μ, тогда, с учетом соотношений, получим

Электромагнитные волны

1 2

3 4

Возьмем ротор от обеих частей уравнения 1

Перепишем полученное уравнение с учетом 3

Теперь преобразуем левую часть полученного выражения, используя правило двойного векторного произведения

Здесь , согласно 4 .

Следовательно Так как окончательно получим

5

Электромагнитные волны

Теперь возьмем ротор от уравнения 3

Левая часть полученного выражения равна

Окончательно 6

Уравнения 5 6 **неразрывно связаны друг с другом и представляют собой типичные волновые уравнения.**

Всякая функция, удовлетворяющая этим уравнениям, описывает некоторую волну, фазовая скорость которой равна

В вакууме $\varepsilon = \mu = 1$, следовательно

Электромагнитные волны

Найдем решение уравнений в общем виде, а затем перейдем к упрощениям. Начнем с уравнения для электромагнитной индукции.

Уравнение Гаусса

Теперь от векторных уравнений перейдем системе уравнений в скалярной форме.

Электромагнитные волны

Теперь перейдем к упрощениям.

Опять рассмотрим случай однородной, нейтральной ($\rho = 0$), непроводящей среды ($j = 0$) с постоянными ε и μ.

Направим ось x перпендикулярно волновым поверхностям. Тогда векторы E и H и их компоненты по координатным осям не будут зависеть от y и z.

Тогда частные производные от всех компонент векторов E и H по координатам y и z будут равны нулю и уравнения упростятся следующим образом (с учетом соотношений)

♥ ♥♥

♥ ♥♥

Уравнения (♥) и (♥♥) показывают, что H_x и E_x не зависят от x и t. Следовательно, отличные от нуля H_x и E_x могут быть обусловлены постоянными, однородными магнитными и электрическими полями, накладывающиеся на электромагнитное поле волны. В дальнейшем будем считать, что $H_x = E_x = 0$.

Электромагнитные волны

Отсюда следует очень важный вывод, что само поле электромагнитной волны не имеет составляющей вдоль оси x.

Отсюда вытекает, что векторы E и H перпендикулярны направлению распространения волны, то есть электромагнитные волны – поперечны.

Оставшиеся уравнения объединим в две независимые группы.

7

8

Первая группа уравнений связывает компоненты E_y и H_z – вторая E_z и H_y. Для описания плоской электромагнитной волны достаточно взять одну систему уравнений. Положим $E_z = H_y = 0$

7 продифференцируем по x.

Аналогично

Электромагнитные волны

Одним из возможных решений полученной системы волновых уравнений, относительно E_y и H_z, является синусоидальная гармоническая электромагнитная волна, распространяющаяся от источника в положительном направлении оси x:

$$E_y = E_0\cos(\omega t - kx + \delta_1),$$
$$H_z = H_0\cos(\omega t - kx + \delta_2),$$

где ω − частота; k − волновое число; δ_1, δ_2 − начальные фазы колебаний; E_0, H_0 − амплитуды колебаний.

Подставляя решения в исходную систему уравнений, получаем

$$kE_0\sin(\omega t - kx + \delta_1) = \mu\mu_0\omega H_0\sin(\omega t - kx + \delta_2),$$
$$kH_0\sin(\omega t - kx + \delta_2) = \varepsilon\varepsilon_0\omega E_0\sin(\omega t - kx + \delta_1).$$

Для того чтобы эта система удовлетворялась, необходимо равенство фаз $\delta_1 = \delta_2$ и выполнение соотношений

$$kE_0 = \mu\mu_0\omega H_0,$$
$$\varepsilon\varepsilon_0\omega E_0 = kH_0.$$

Отсюда следует соотношение между амплитудными значениями E_0 и H_0 и, аналогичное ему между мгновенными значениями E и H.

Электромагнитные волны

Таким образом, в электромагнитной волне колебания электрического и магнитного полей происходят с одинаковой фазой ($\delta_1 = \delta_2$) и между амплитудами колебаний в вакууме ($\mu = 1$, $\varepsilon = 1$) выполняется соотношение (в СИ)

Электромагнитные волны

Электромагнитная волна переносит энергию, плотность потока которой определяется вектором Умова – Пойнтинга

(Вт/м^2).

Вектор S может быть записан через удельную плотность энергии *w*:

где (Дж/м^3).

Поскольку энергия и масса связаны соотношением Эйнштейна $E = mc^2$, то электромагнитное поле обладает массой с плотностью $m/V = w/c^2$ и импульсом с плотностью:

Импульс электромагнитных волн проявляется, в частности, в световом давлении

(Па).

Здесь r − коэффициент отражения, который можно определить как отношение квадратов амплитуд напряженностей электрического поля в отраженной E_0' и падающей E_0 волнах: $r = (E_0'/E_0)^2$ или как отношение потока излучения, отражённого телом, к упавшему на него потоку излучения.

Электромагнитные волны

Электромагнитные волны

Световая волна

Абсолютный показатель преломления

Оптическую плотность среды, при прохождении в ней электромагнитной волны, характеризует абсолютный показатель преломления n, определяемый из фазовой скорости волны

Для подавляющего большинства прозрачных веществ $\mu \sim 1$, поэтому

Для воды значение ε, полученное из электростатических измерений, равно 81, однако $n = 1{,}33$. Отсюда следует, что в быстропеременных электрических полях ε – становится иным, и зависит от частоты колебаний $n = n(\nu)$, в этом заключается *явление дисперсии света*.

Длины волн видимого света лежат в пределах $\lambda = (0{,}4 \div 0{,}78)$ мкм. Эти значения относятся к вакууму, в веществе длины световых волн будут иными.

Вакуум	Среда
ν_0	ν
λ_0	λ
c	v

При переходе света из вакуума в среду его частота не изменяется $\nu_0 = \nu$. Тогда

Длина световой волны в среде уменьшается в n раз по отношению к вакууму.

Электромагнитные волны

Световая волна

Частота изменения вектора плотности потока энергии, переносимой волной, ~ 2*ν*. Поэтому ни глаз, ни какой-либо прибор не может уследить за столь частыми изменениями потока энергии. Следовательно они регистрируют усредненный по времени поток.

Модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой волной, носит название *интенсивности света* *I* в данной точке пространства.

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны, поэтому

В оптических явлениях основную роль играет электрическое поле, поэтому вектор *E* называется – световым вектором. Влияние магнитного поля в *c* раз меньше.

Следовательно

Световой луч

Линия, вдоль которой распространяется световая энергия, называется световым лучом.

Усредненный вектор Умова-Пойтинга направлен в каждой точке пространства по касательной к лучу.

Электромагнитные волны

Световая волна

В изотропных средах направление совпадает с нормалью к волновой поверхности, то есть с направлением - волнового вектора.

Отсюда следует, что в изотропных средах лучи перпендикулярны волновым поверхностям.

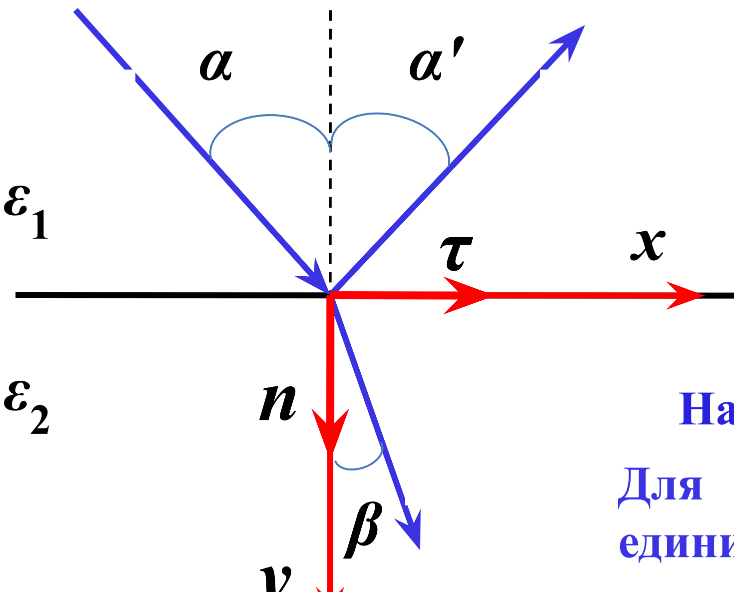
В анизотропных средах нормаль к волновой поверхности в общем случае не совпадает, с в этом случае лучи не ортогональны к волновым поверхностям.

Электромагнитные волны

Отражение и преломление

плоской волны на границе двух диэлектриков

Пусть плоская электромагнитная волна падает на плоскую границу раздела двух однородных и изотропных диэлектриков.



Диэлектрик, в котором распространяется падающая волна – характеризуется ε_1, второй – проницаемостью ε_2.

Определим направление распространения падающей волны с помощью волнового вектора

, отраженной волны с помощью вектора

и преломленной -

Наша задача – найти связь между k' и k'' с k.

Для этого выберем систему координат и введем единичные орты τ и n.

Далее воспользуемся тем, что на границе раздела двух диэлектриков тангенциальные составляющие напряженности электрического поля волны в первой и второй среде равны $E_{1\tau} = E_{2\tau}$.

Плоскость, в которой лежат векторы **k** и **n** назовем плоскостью падения волны.

Электромагнитные волны

Отражение и преломление плоской волны на границе двух диэлектриков

Колебания вектора падающей волны запишем с помощью экспоненциальной функции

Так же определим напряженность поля в отраженной и преломленной волнах

Результирующее поле в первой среде равно

Результирующее поле во второй среде равно

Согласно равенству тангенциальных составляющих на границе раздела двух сред ($y = 0$) получим

Электромагнитные волны

Отражение и преломление плоской волны на границе двух диэлектриков

Для того, чтобы это равенство выполнялось при любом *t*, необходимо равенство всех частот

Отсюда вывод: частоты отраженной и преломленной волн совпадают с частотой падающей волны.

Для того, чтобы это равенство выполнялось при любом *x*, необходимо равенство

Из рисунка следует, что

Отсюда следует, что - *закон отражения*:

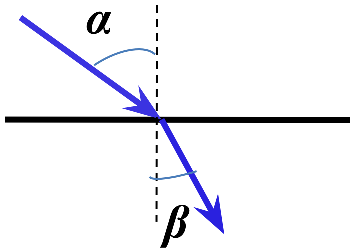
Угол падения равен углу отражения и лучи падающий и отраженный лежат в плоскости падения.

Электромагнитные волны

Отражение и преломление плоской волны на границе двух диэлектриков

Далее следует - *закон преломления:*

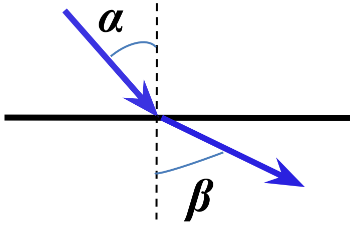
Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно относительному коэффициенту преломления. Лучи падающий и преломленный лежат в плоскости падения.

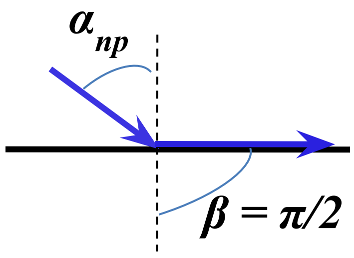


При преломлении света возможны 2 случая:

1. Пусть $n_2 > n_1$, тогда

2. Пусть $n_2 < n_1$, тогда





При $\alpha > \alpha_{пр}$ возникает явление *полного внутреннего отражения*.

Электромагнитные волны

Отражение и преломление плоской волны на границе двух диэлектриков

Соотношения между амплитудами и фазами падающей, отраженной и преломленной волн.

Для простоты ограничимся случаем нормального падения волны на поверхность раздела диэлектриков.

Пусть колебания вектора E совпадает с осью x, тогда орт τ совпадет с ортом i.

Тогда уравнение непрерывности тангенциальной составляющей примет вид

1

Для мгновенных значений $H \sim nE$, тогда, вследствие закона сохранения энергии,

2

Из 1 найдем и подставим в 2

3

Электромагнитные волны

Для нахождения амплитуды отраженной волны подставим 3 в 1

4

Из 3 следует, что проекции векторов **E** и **E''** имеют в каждый момент времени одинаковые знаки. Следовательно, колебания в падающей и в прошедшей во вторую среду волнах на границе раздела происходят в одинаковой фазе – при прохождении волны через границу раздела – *скачка фазы не происходит*.

Другая ситуация для отраженной волны. Из 4 следует, что:

1. При $n_2 < n_1$ и E_x имеют одинаковые знаки и скачка фазы не происходит при отражении от оптически менее плотной среды.
2. При $n_2 > n_1$ и E_x противоположны по знаку, следовательно колебания в падающей и отраженной волнах на границе раздела происходят в противофазе.

При отражении света от оптически более плотной среды *происходит скачок фазы на* π.

Полученный результат справедлив и при наклонном падении световой волны.

Электромагнитные волны

Соотношения, полученные для мгновенных значений проекций световых векторов справедливы и для амплитуд световых векторов.

Коэффициенты отражения и пропускания

Найдем коэффициент отражения ρ и коэффициент пропускания τ световой волны при нормальном падении света.