Тема урока:

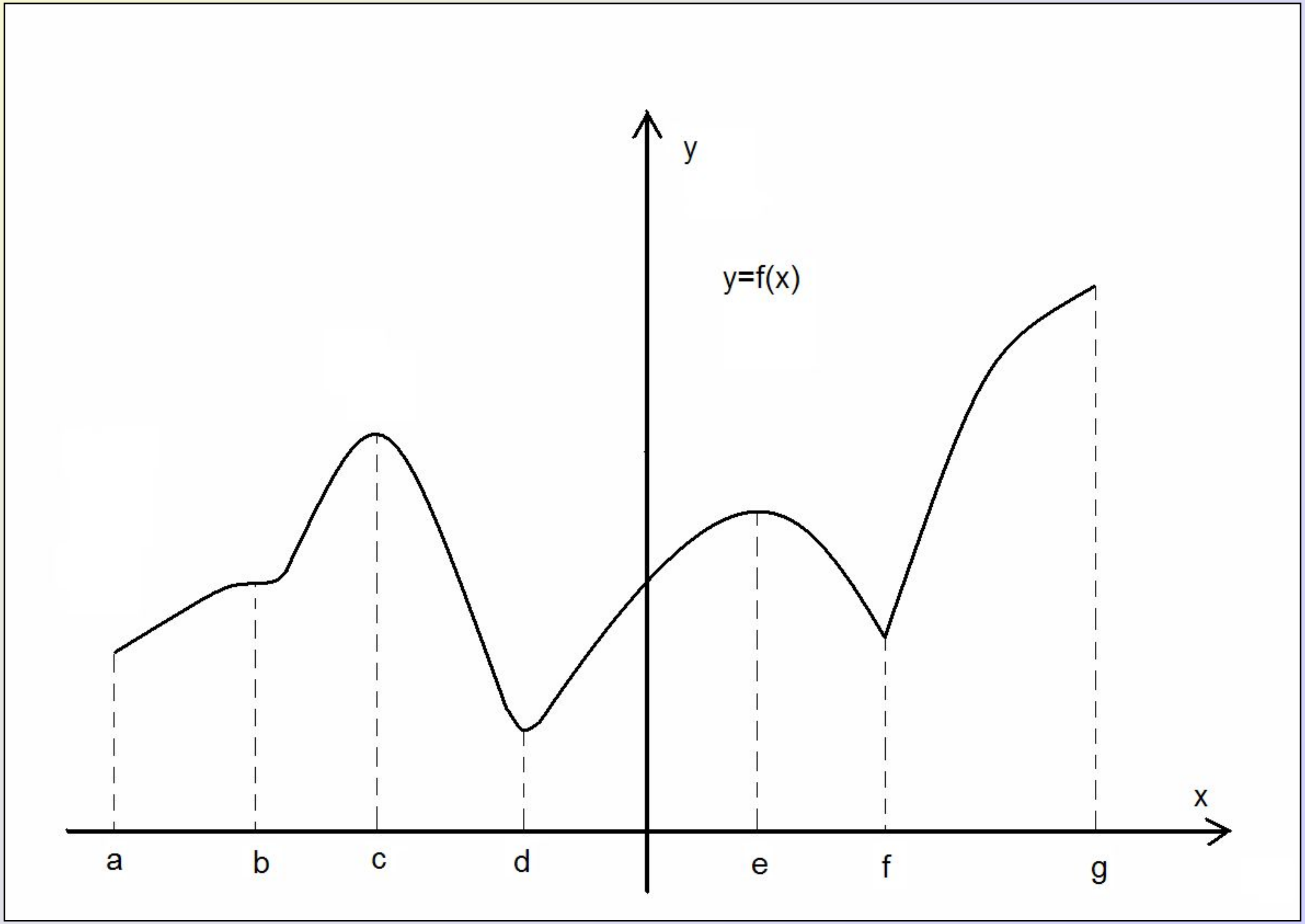
Применение производной для исследования функции на монотонность и экстремумы.

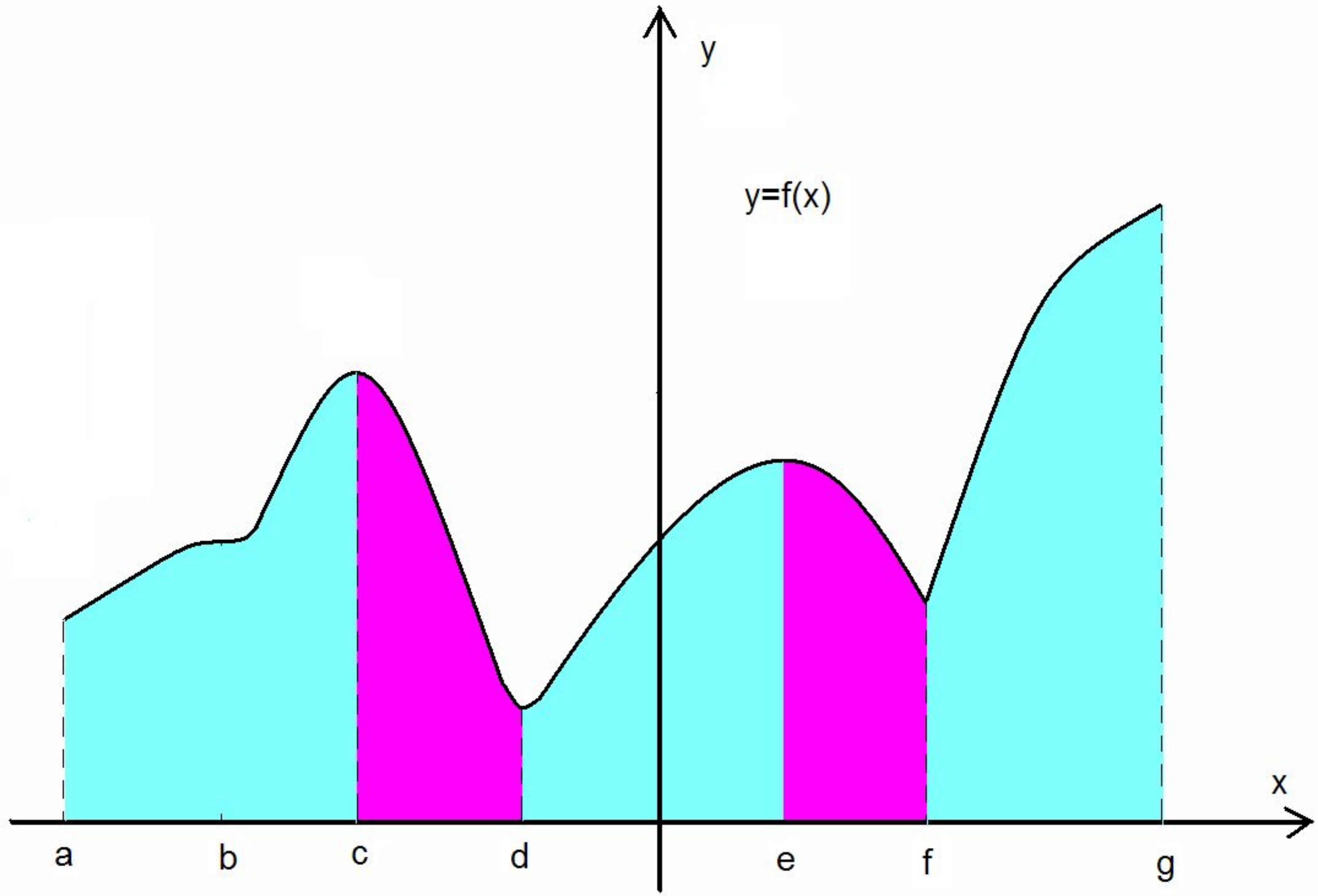
Математический диктант.

- 1) Функция f(x) возрастает на множестве X, если для любых x_1, x_2є X: $x_2>x_1$=>.... **$f(x_2)>f(x_1)$**
- 2) Если большему значению аргумента соответствует большее значение функции, то функция называется…. **возрастающей**
- 3) Функция f(x) убывает на множестве X,если для любых x_1,x_2є X: … **$x_2>x_1$** => f $(x_2)<f(x_1)$
- 4) Если …. **большему** значению аргумента соответствует …. **меньшее** значение функции, то f называется убывающей.
- 5) Точка x_0 называется точкой …. **минимума** функции f, если для всех x из …. **окрестности** x_0 выполняется неравенство $f(x)\geq f(x_0)$

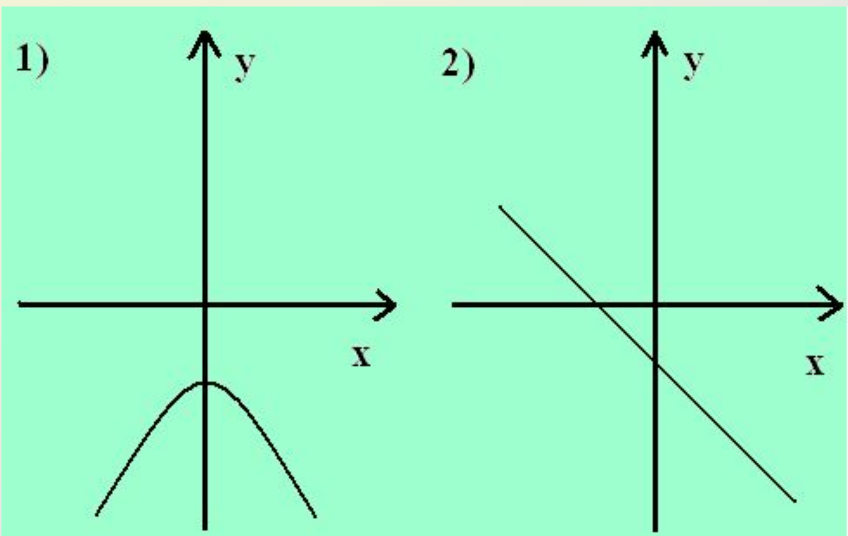
6) Точка x_0 называется точкой максимума функции, если для всех x из окрестности x_0 выполняется неравенство … **f(x)≤ f(x0)**

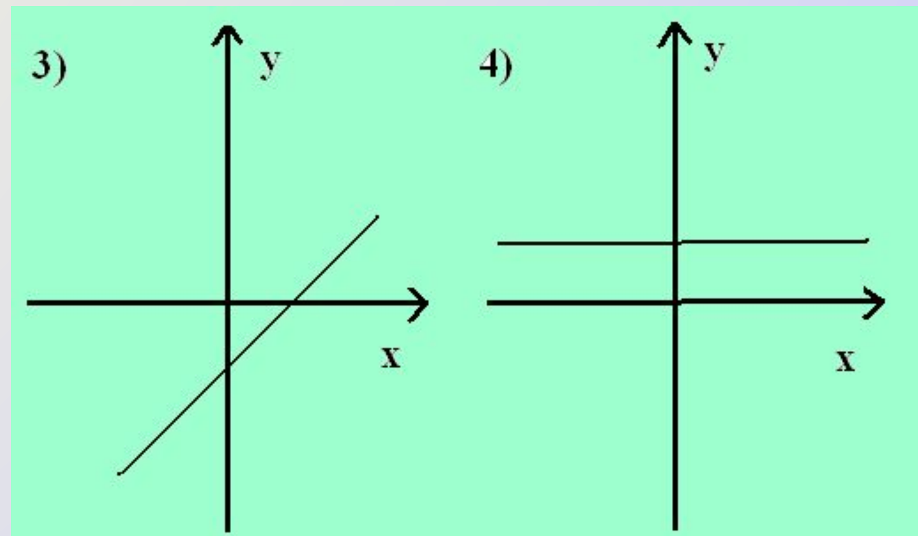
1) Назовите промежутки возрастания и убывания функции.
2) Назовите точки экстремума функции.




y
y=f(x)
x
a
b
c
d
e
f
g

Найдите эскиз графика производной функции y=f‘(x), если известно, что функция y=f(x)
а) убывает на всей числовой прямой;
б) возрастает на всей числовой прямой.





Функция определена на [-7;8]. На рисунке изображен график её производной. Найдите наибольшую из длин промежутков возрастания функции

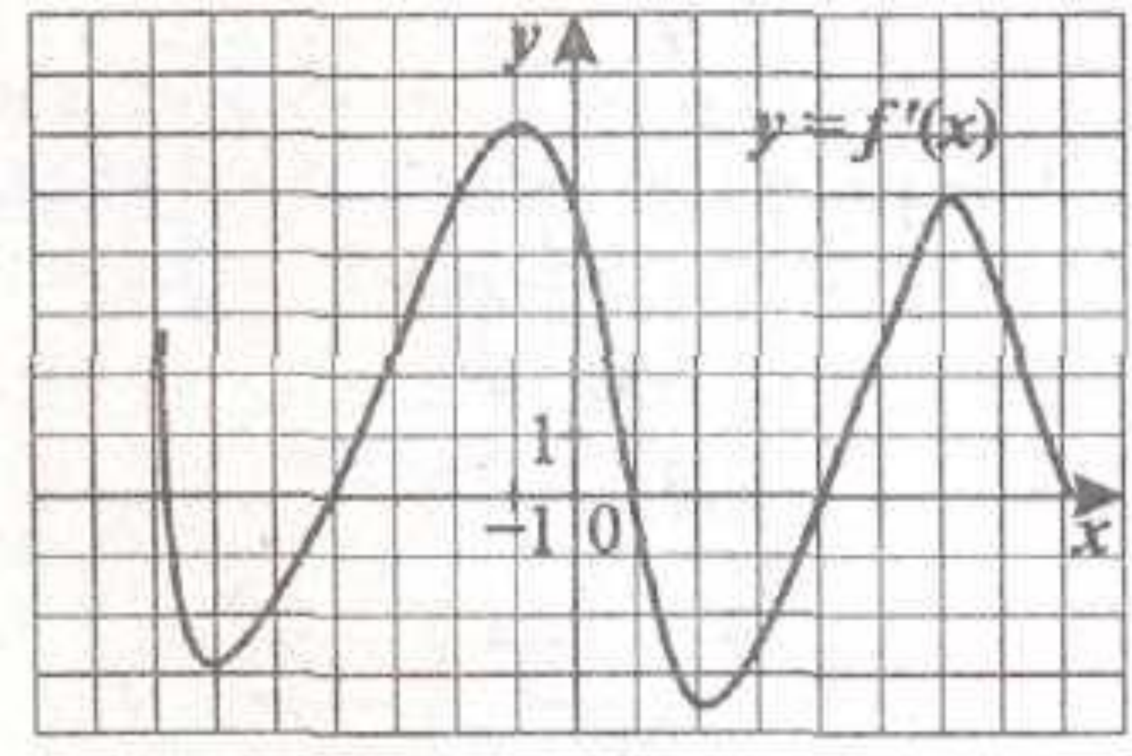
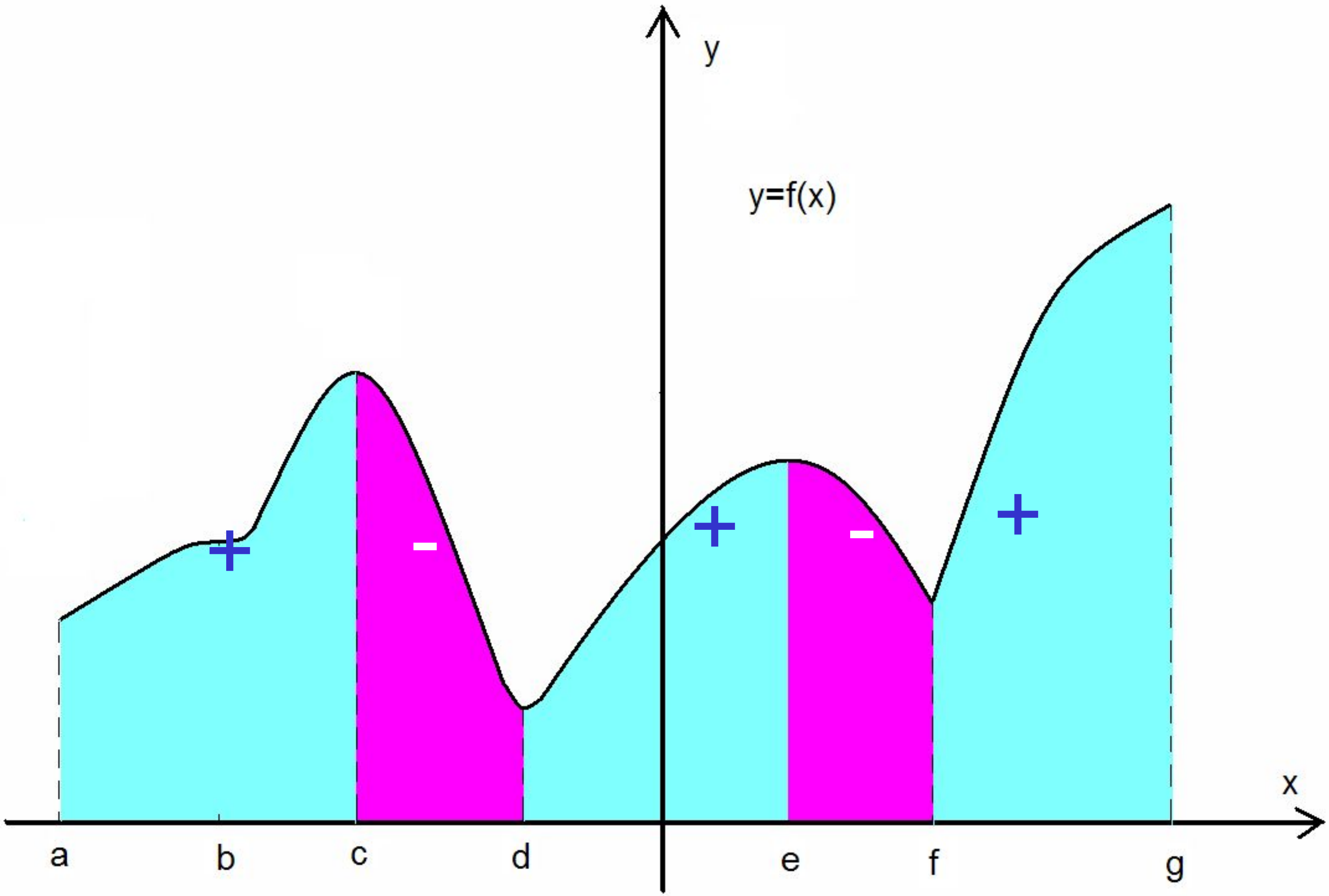


Рис. 130.

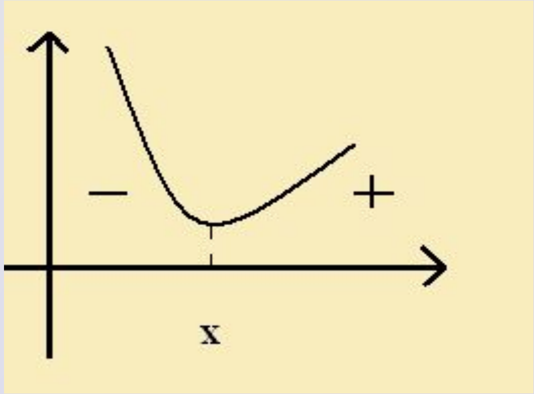


y
y=f(x)
+
-
+
-
+
x
a
b
c
d
e
f
g

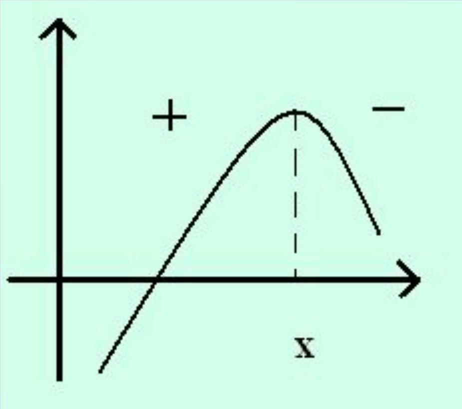
Признак max и min функции:

ТЕОРЕМА (достаточные условия экстремума).

Пусть функция y=f(x) непрерывна на промежутке X и имеет внутри промежутка стационарную или критическую точку $x=x_0$. Тогда:

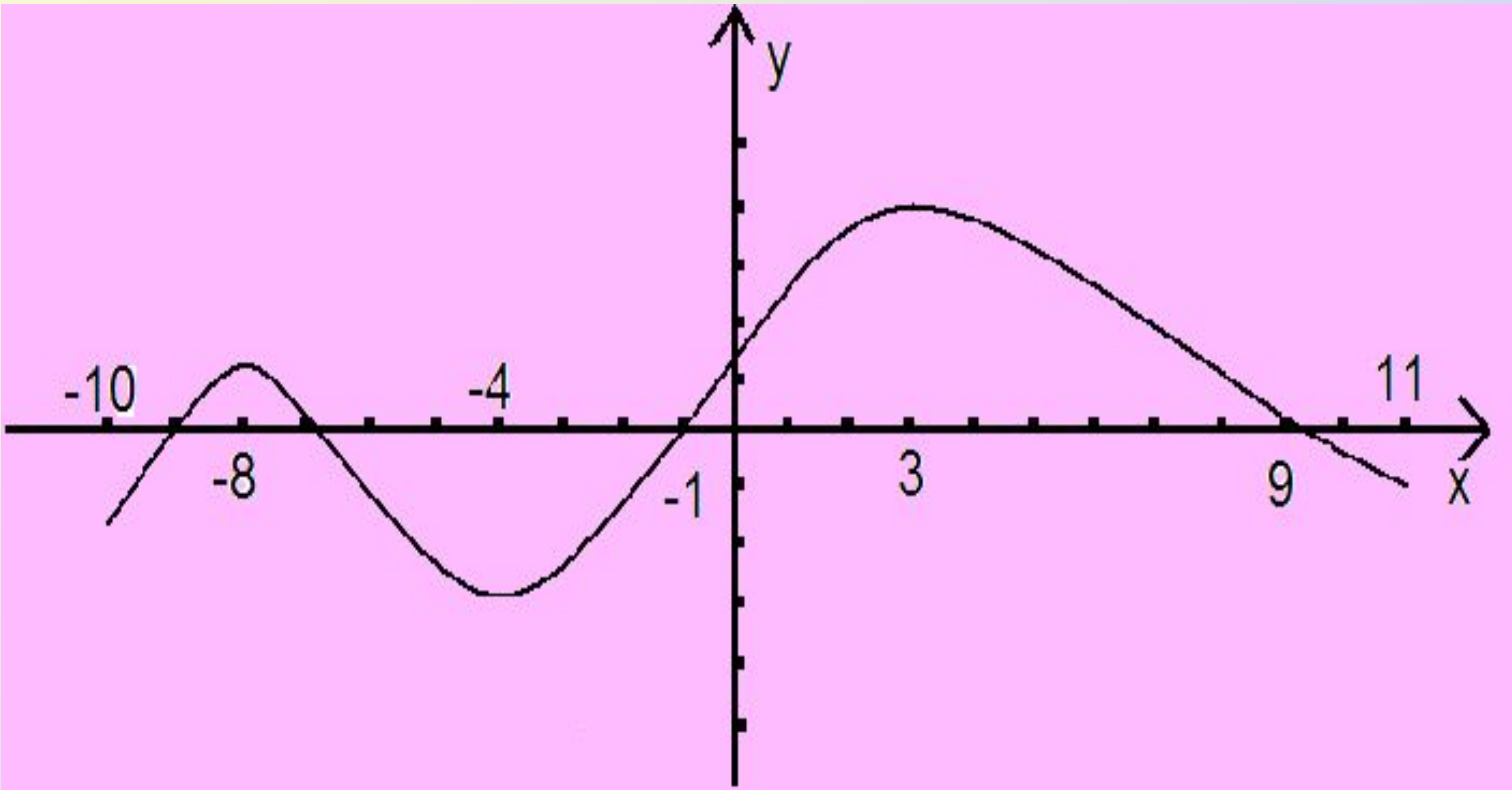


а) если в окрестности этой точки при $x<x_0$ выполняется неравенство $f'(x)<0$, а при $x>x_0$ - неравенство $f'(x)>0$, то x_0- точка минимума функции f(x)



б) если в окрестности этой точки при $x<x_0$ выполняется неравенство $f'(x)>0$, а при $x>x_0$ - неравенство $f'(x)<0$, то x_0-точка максимума функции f(x)

По графику производной функции y=f'(x) назовите точки минимума и максимума функции y=f(x)



Найдите промежутки возрастания и убывания функции, точки экстремума и экстремумы

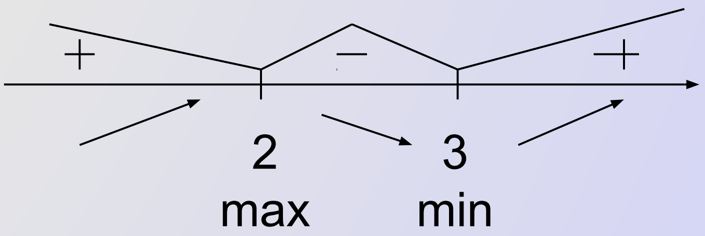
$$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1$$

D(f)=R

f(x)=x^2-5x+6

f‘(x)=0 x^2-5x+6=0

x_1=2 x_2=3



f(x) возрастает на (-∞;2], [3;+∞)

f(x) убывает на [2;3]

Xmax=2   Xmin=3

Ymax=32/3   Ymin=3,5

Алгоритм исследования непрерывной функции y=f(x) на монотонность и экстремумы

1. Найти область определения функции D(f).
2. Найти производную функции f‘(x).
3. Найти стационарные и критические точки.
4. Решить неравенства f‘(x)>0 и f‘(x)<0 методом интервалов.
5. Сделать вывод о монотонности функции и о её точках экстремума.

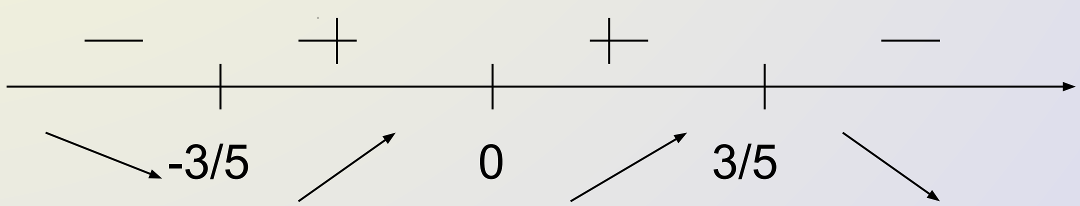
Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x)=-5x^5+3x^3$.

$D(f)=R$

$f'(x)=-25x^4+9x^2=x^2(-25x^2+9)$

$f'(x)=0 \qquad x^2(-25x^2+9)=0$

$x=0 \qquad x=\pm 3/5$



f(x) возрастает на [-3/5;3/5]

f(x) убывает на (-∞;-3/5], [3/5;+∞)

Xmax=3/5 Xmin=-3/5