

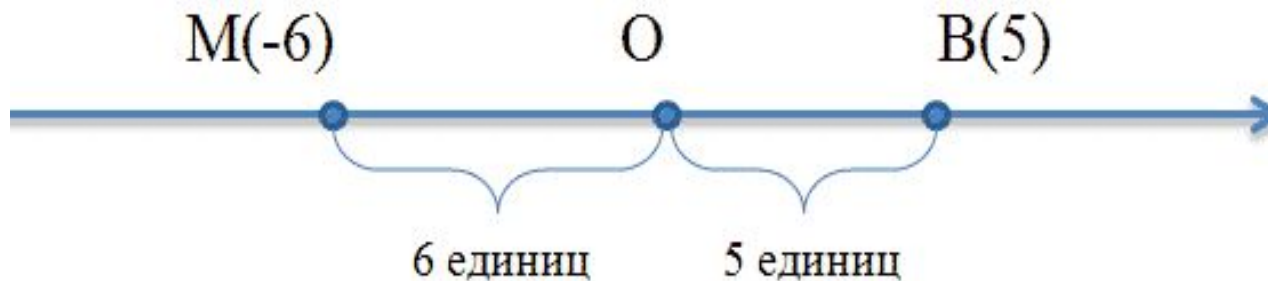
Тема урока:

**Геометрическая
интерпретация при
решении уравнений,
содержащих знак модуля**

**МОУ «Осташевская средняя
общеобразовательная школа»,
учитель математики Качайкина Н.Б.**

Основные понятия

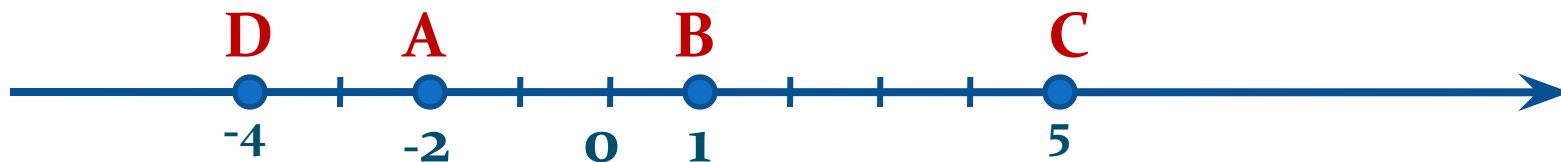
- **Модулем числа a** называют расстояние (в единичных отрезках) от начала координат до точки $A(a)$.



- Модуль числа **5** равен **5**. Пишут: $|5| = 5$.
- Число **6** называют модулем числа **-6**.
- Пишут: $|-6| = 6$.
- **Модуль числа не может быть отрицательным.**
- Противоположные числа имеют равные модули:
$$|-a| = |a|$$

Расстояние между двумя точками

- На координатной прямой точка с большей координатой лежит **правее** точки с меньшей координатой.



- Чтобы найти длину отрезка на координатной прямой, надо из координаты его **правого** конца **вычесть** координату его **левого** конца.
- $BC = 5 - 1 = 4$; $AC = 5 - (-2) = 7$; $AD = -2 - (-4) = 2$

Модуль

и расстояние между двумя точками



$$AB = |3 - 8| = |8 - 3| = 5$$



$$CD = |-4 - 5| = |5 - (-4)| = 9$$



$$MN = |-9 - (-3)| = |-3 - (-9)| = 6$$

Формула расстояния между двумя точками координатной

прямой с координатами x и a : $\rho(x, a) = |x - a|$

Решите уравнения:

■ $|x-2| = 3,$



■ $|3x+6| = 4,$



■ $|x-3| + |x-1| = 5,$



■ $|x+4| + |x-5| = 9,$



■ $|2x-3| + |2x+3| = 6,$



■ $|x+5| - |x-8| = 13,$



■ $|x+4| - |x-3| = 1,$



■ $|3x-8| - |3x-2| = 6.$



■ $|x+7| = |x-5|$



Проверь себя

- Сколько решений может иметь уравнение $|x-4| = a$, в зависимости от значений a ?



- Сколько решений может иметь уравнение $|x+3| + |x-1| = a$, в зависимости от значений a ?



- Сколько решений может иметь уравнение $|x+3| - |x-1| = a$, при положительных значениях a ?



Число решений уравнения

вида:

$$|x - a| + |x - b| = c$$

- Если *сумма модулей c* больше *расстояния* между двумя точками a и b , то уравнение имеет *два решения*.
- Если *сумма модулей равна расстоянию* между двумя точками, то *уравнение имеет множество решений, которые принадлежат отрезку* между точками $[a; b]$.
- Если *расстояние* между двумя точками *меньше суммы модулей*, то *решений нет*.

Домашняя работа

Исследовать уравнения и *определить число корней* в зависимости от значения ***a*** :

- $|x - 4| - |x + 2| = a,$
- $|x + 1| - |x - 6| = a,$
- $|x - 3| - |x - 8| = a.$

Спасибо за внимание.

Проверь себя

Сколько решений может иметь уравнение

$$|x-4| = a,$$

в зависимости от значений a ?

Ответ:

- а) Если $a=0$, то уравнение имеет одно решение;
- б) Если $a>0$, то уравнение имеет **2** корня,
- в) Если $a<0$, то уравнение **не имеет** корней

Проверь себя

Сколько решений может иметь уравнение

$$|x+3| + |x-1| = a,$$

в зависимости от значений a ?

Ответ:

- а) Если $a=4$, то уравнение имеет множество решений – отрезок $[-3;1]$,
- б) Если $a>4$, то уравнение имеет **2** корня,
- в) Если $a<4$, то уравнение **не имеет** корней

Download

Проверь себя

Сколько решений может иметь уравнение

$$|x+3| - |x-1| = a,$$

при положительных значениях a ?

Ответ:

- а) если $a = 4$, то уравнение имеет множество решений $-[1; +\infty)$,
- б) если $0 < a < 4$, то уравнение имеет **1** решение, которое лежит внутри отрезка $[-3; 1]$,
- в) если $a > 4$, то уравнение **не имеет** решений.

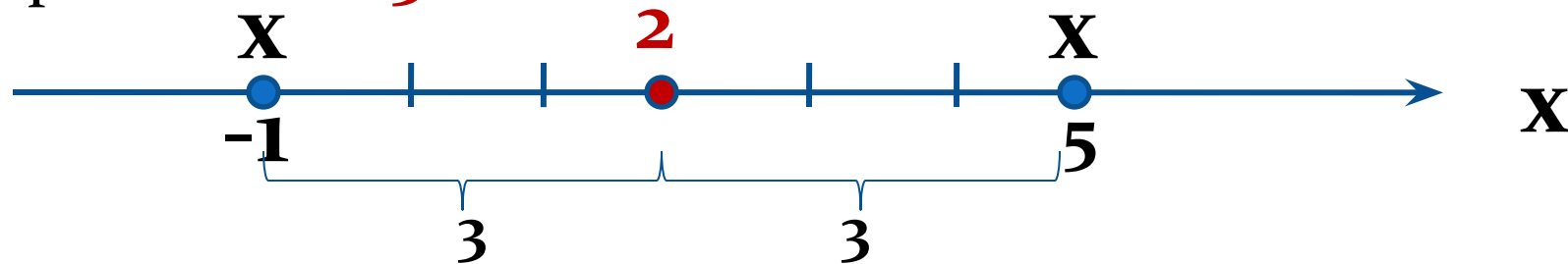
Решение уравнения $|x - 2| = 3$

Решить уравнение: $|x - 2| = 3$,

значит найти на координатной прямой такие точки

x , которые удовлетворяют условию $\rho(x; 2) = 3$;

другими словами удалены от точки с координатой 2 на расстояние 3 .



Ответ: $-1; 5$.

Download

Решение уравнения $|3x + 6| = 4$

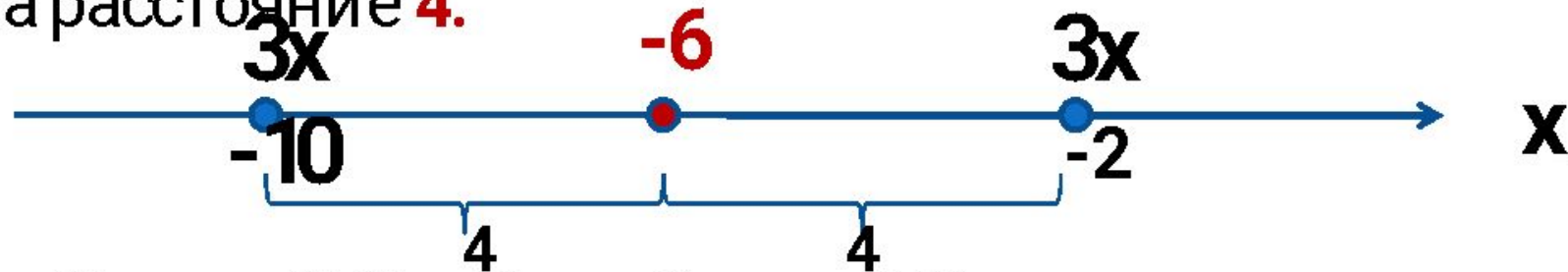
Решит ь уравнение: $|3x + 6| = 4,$

значит найти на координатной прямой такие точки

X , которые удовлетворяют условию $\rho(3x; -6) = 4;$

другими словами удалены от точки с координатой

-6 на расстояние $4.$



$$3x = -10, x = -10/3; \quad 3x = -2, x = -2/3.$$

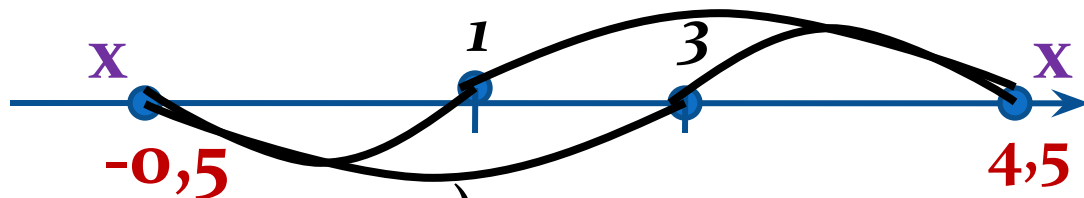
О твет: $-10/3; -2/3.$

Download

Решение уравнения $|x-3|+|x-1|=5$

- $|x-3| = \rho(x, 3)$; $|x-1| = \rho(x, 1)$
- Нужно найти такую точку $X(x)$,
что : $\rho(x, 3) + \rho(x, 1) = 5$.
- $\rho(3, 1) = 2$, $2 < 5$, следовательно, точка с координатой X находится вне отрезка $[1; 3]$ и *таких точек две*.

$$1) 1,5 + 3,5 = 5$$

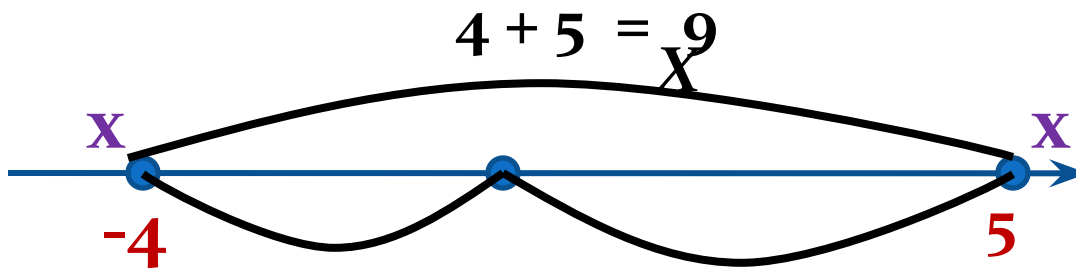


$$2) 3,5 + 1,5 = 5$$

Ответ: $[-0,5; 4,5]$.

Решение уравнения $|x+4|+|x-5|=9$

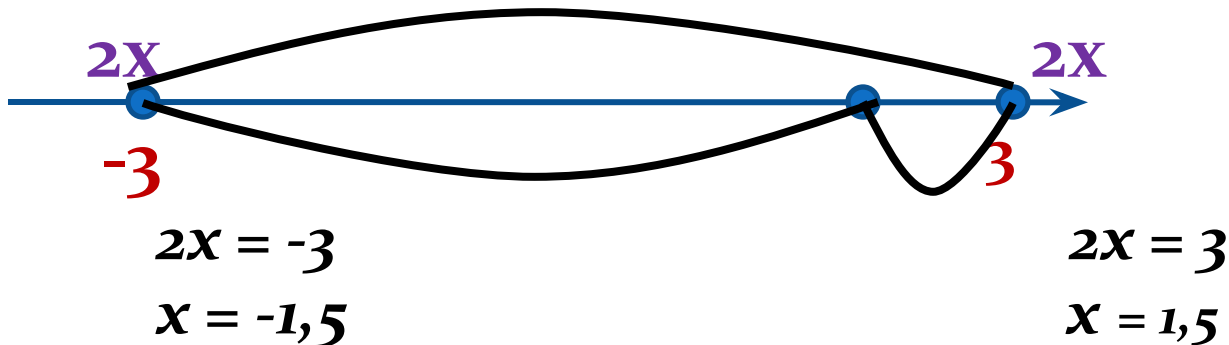
- $|x+4| = \rho(x, -4)$; $|x-5| = \rho(x, 5)$
- Нужно найти такую точку $X(x)$,
что : $\rho(x, -4) + \rho(x, 5) = 9$.
- $\rho(-4, 5) = 9$, $9 = 9$, следовательно, все точки этого промежутка удовлетворяют условию уравнения



Ответ: $[-4; 5]$.

Решение уравнения $|2x-3|+|2x+3|=6$

- $|2x-3| = \rho(2x, 3)$; $|2x+3| = \rho(2x, -3)$
- Нужно найти такую точку,
что: $\rho(2x, 3) + \rho(2x, -3) = 6$.
- $\rho(3, -3) = 6$, $6 = 6$, следовательно, все точки этого промежутка удовлетворяют условию уравнения

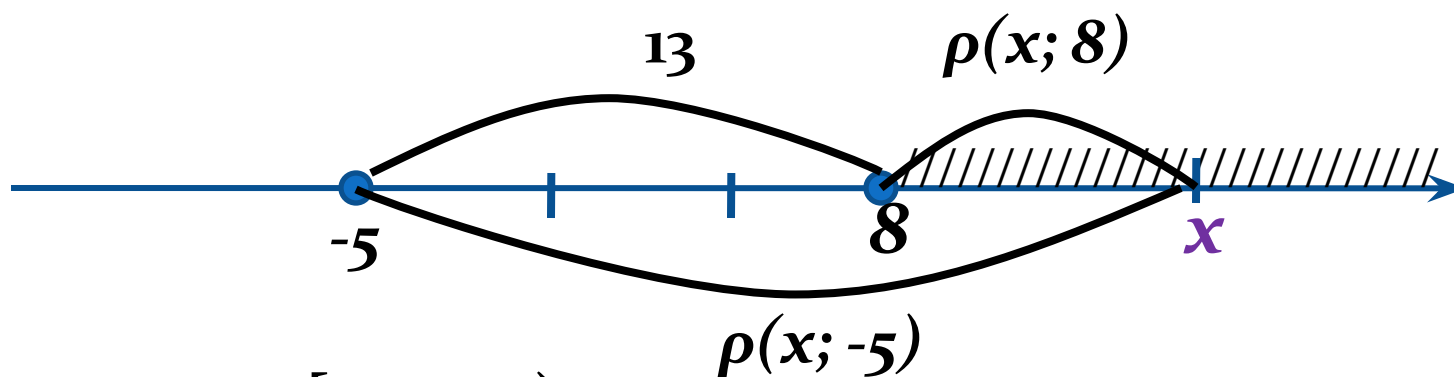


Ответ: $[-1,5; 1,5]$.

Решение уравнения $|x+5| - |x-8| = 13$

$$\rho(-5; 8) = 13, \quad \rho(x; -5) > \rho(x; 8)$$

$\rho(x; -5) - \rho(x; 8) = 13$ это множество точек координатной прямой, расположенных *правее* числа **8**.



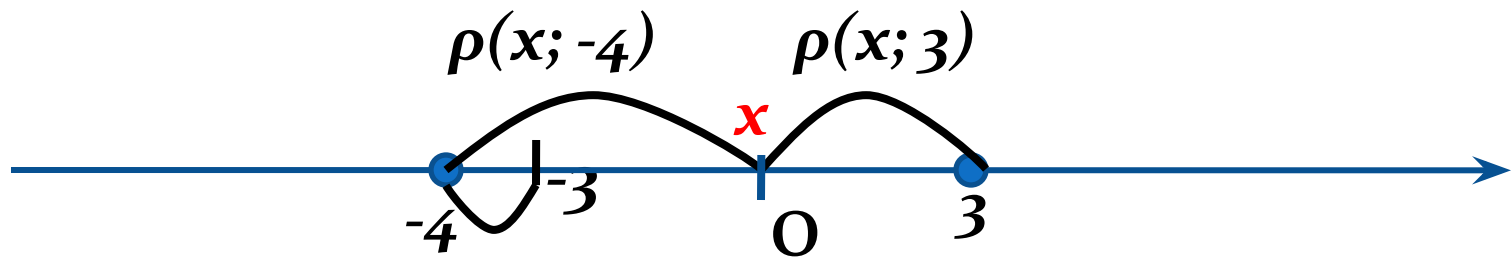
Ответ: $x \in [8; +\infty)$

Download

Решение уравнения $|x+4| - |x-3| = 1$

$\rho(x, -4) - \rho(x, 3) = 1$, где $\rho(x, -4) > \rho(x, 3)$

$\rho(-4, 3) = 7$, $7 > 1$, следовательно, точка с координатой x находится внутри отрезка $[-4; 3]$ и такая точка одна.



Ответ: **0**

Download

Решение уравнения $|3x-8| - |3x-2| = 6$

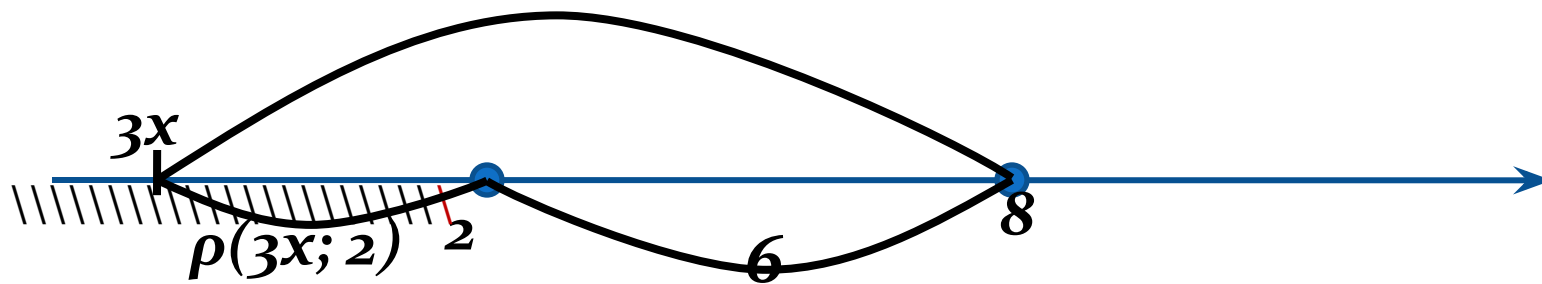
$$\rho(8; 2) = 6, \quad \rho(3x; 8) > \rho(3x; 2)$$

$\rho(3x; 8) - \rho(3x; 2) = 6$ это множество точек координатной прямой, расположенных *левее* числа **6**.

$$\rho(3x; 8)$$

$$3x < 2$$

$$x < 2/3$$



Ответ: $x \in (-\infty; 2/3]$

Download

Решение уравнения $|x+7|=|x-5|$

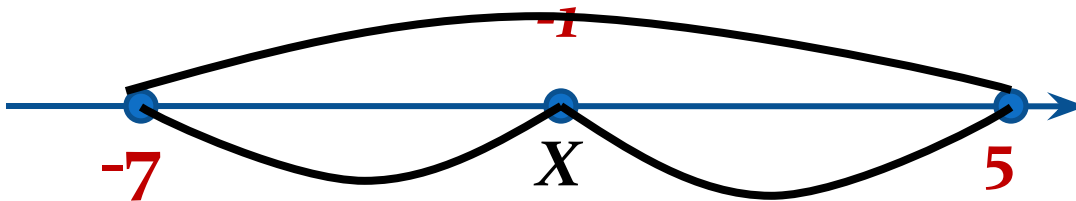
$$|x+7| = \rho(x, -7); \quad |x-5| = \rho(x, 5)$$

Нужно найти такую точку $X(x)$,

$$\text{что : } \rho(x, -7) = \rho(x, 5).$$

$\rho(-7, 5) = 12$, следовательно, середина промежутка $[-7; 5]$ удовлетворяет условию уравнения

$$\rho(-7, 5) = 12$$



Ответ: -1.

Download