



Понятие графа. Простейшие свойства.

Учитель информатики Трубачева М.В., вторая
квалификационная категория



Графы

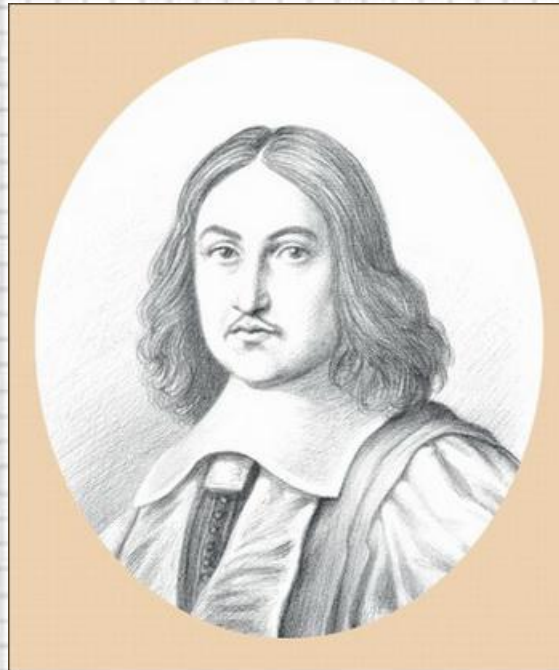
Кто может с уверенностью сказать, с чего началась теория чисел? С алгоритма, предложенного Евклидом (IV – III вв. н.э.), или с принадлежащего ему же доказательства теоремы о бесконечности множества простых чисел? Или с работ Диофанта (III в. н.э.) о решении уравнений в целых числах? Или с исследований Пьера Ферма (XVII в. н.э.), в которых изучение свойств целых чисел было основной и, самое важное, осознанной целью?

Кто может с уверенностью сказать, когда возникло понятие функции и кем оно введено? Тоже никто.



Ευκλείδης

by Eugen Weber
version 1.0.0
© 2010



Пьер ФЕРМА
(1601–1665)

$$2^9 - 7? \neq 2 + 1$$



Диофант



Теория графов

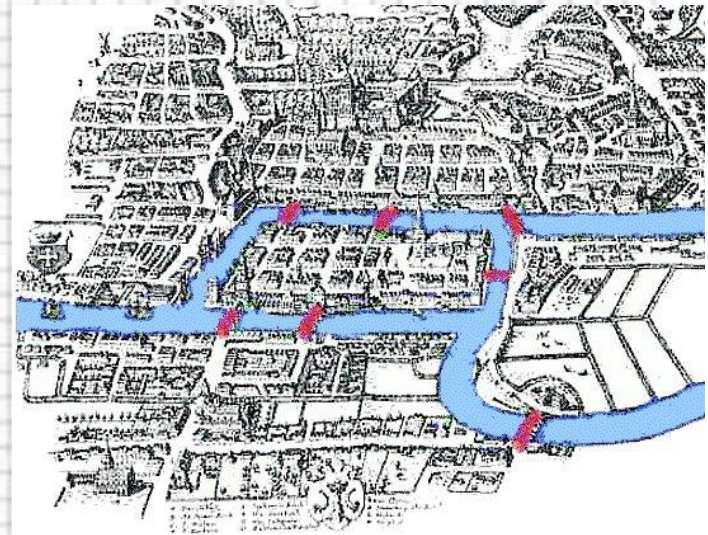
Теория графов – одна из немногих математических теорий, для которых точно известен ее создатель, время и место создания: Леонард Эйлер, 1736 год, г. Петербург. Именно в этом году Л.Эйлером в «Записках Петербургской академии наук» была опубликована статья, в которой приводилось решение широко теперь известной задачи о Кенигсбергских мостах. В ней великий математик сформулировал и обосновал критерий, позволяющий отвечать на данный вопрос для любого графа.





Задача о Кенигсбергских мостах

Философ Иммануил Кант, гуляя по городу Кенигсбергу (сейчас этот город называется Калининград), поставил задачу (1736), известную в математике как задача о семи кенигсбергских мостах: можно ли пройти по всем этим мостам и при этом вернуться в исходную точку так, чтобы по каждому мосту пройти только один раз.





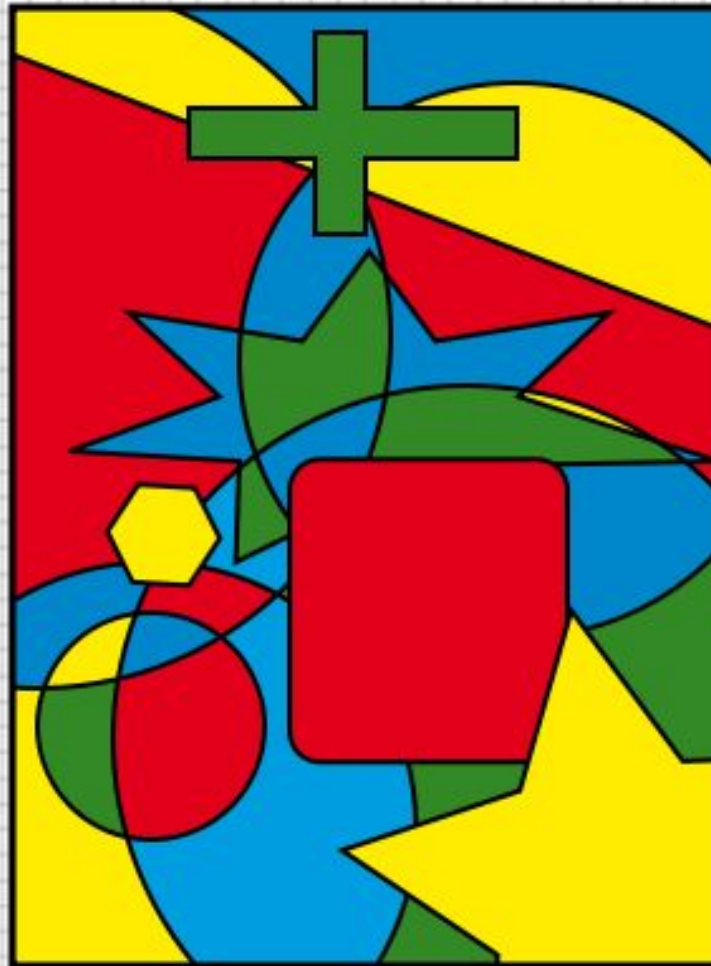
Интерес к теории графов

Однако эта статья была единственной в течение почти столетия. Лишь в середине XIX века возродился интерес к теории графов. Исследование электрических сетей, структур молекул и строения кристаллов, применения к решению проблем в биологии и психологии послужили мощным катализатором в становлении данного раздела математики. Графы оказались удобным средством для описания самых разнообразных систем и явились эффективным инструментом структурного анализа. Графы успешно применяются для решения разнообразных задач планирования – выбор оптимального маршрута (транспортная задача), построение сетевого графика, исследование потоков в сетях и т.п. Одной из самых знаменитых задач, которая вызвала фейерверк остроумных работ в области теории графов, была предложенная де Морганом (около 1850 г.) проблема четырех красок.





Проблема четырех красок





Понятие графа

Граф — это конечная совокупность *вершин*, некоторые из которых соединены *ребрами*.

Если ребро соединяет вершину саму с собой, то такое ребро называют *петлей*.

Если две различные вершины графа соединены ребром, то такие вершины называются *смежными*.

Количество ребер, выходящих из одной вершины, называют *степенью* этой вершины.



Свойство графа

- Сумма степеней всех вершин графа равна удвоенному числу его ребер.

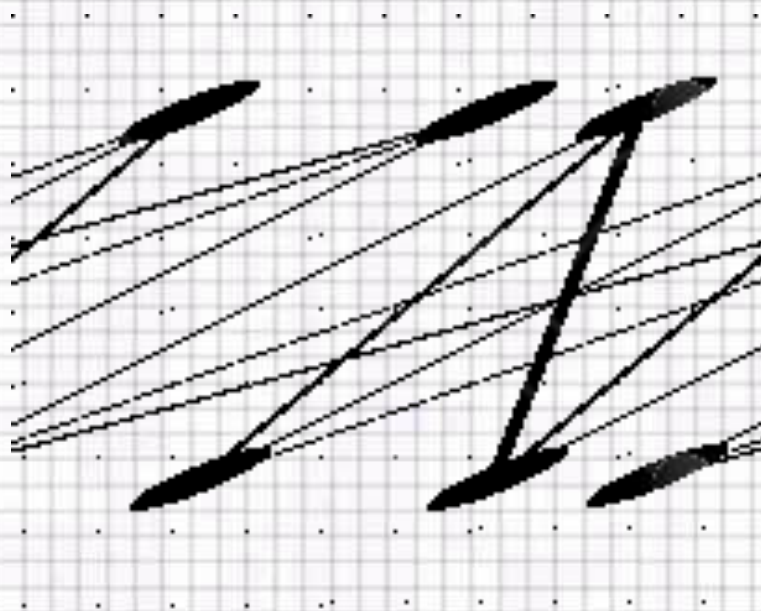
Доказательство:

- Когда подсчитывается сумма степеней всех вершин, каждое ребро в этой сумме фигурирует ровно два раза.



Лемма о рукопожатиях

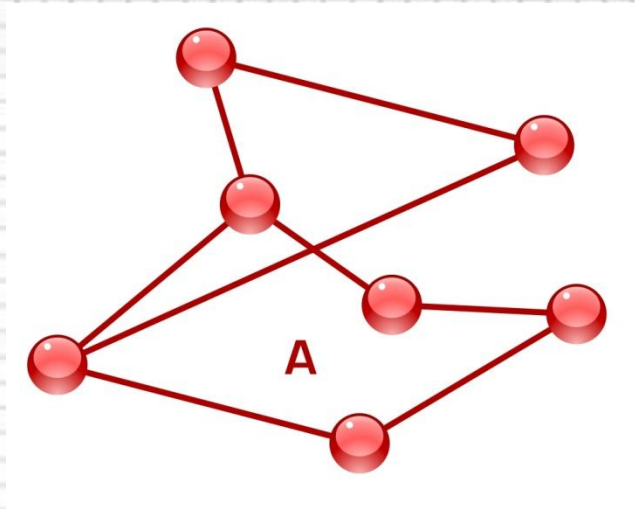
- Количество вершин нечетной степени любого графа всегда четно.





Свойство графа

- В любом графе есть по крайней мере две вершины, имеющие одинаковую степень.





Задание 1

- Существует ли граф с пятью вершинами и следующим набором степеней вершин
а) 0, 1, 2, 3, 4; б) 1, 1, 2, 3, 4; в) 1, 1, 2, 2, 4; г) 1, 1, 2, 3, 3? При ответе «Да» надо предъявить соответствующий граф, ответ «Нет» надо обосновать.



Задание 2

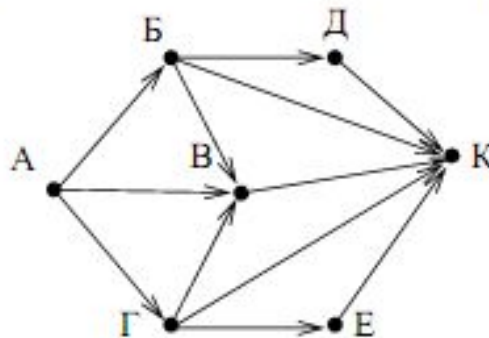
- Может ли в государстве, в котором из каждого города выходит ровно три дороги, быть ровно сто дорог?



Домашнее задание

- Задача о Кенигсбергских мостах.

11 На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



Ответ: _____.



Раскрась жизнь своими красками
ведь ты ХОЗЯИН СВОЕЙ ЖИЗНИ