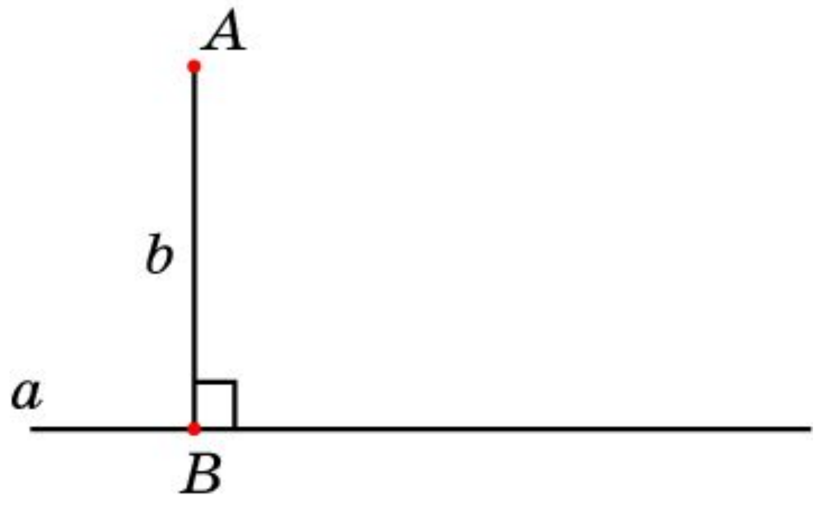
Перпендикуляр

Перпендикуляром, опущенным из точки *A* на прямую *a*, называется отрезок *AB*, соединяющий точку *A* с точкой *B* прямой *a*, перпендикулярный прямой *a*.

Точка *B* называется основанием перпендикуляра.

Длина перпендикуляра *AB* называется расстоянием от точки *A* до прямой *a*.

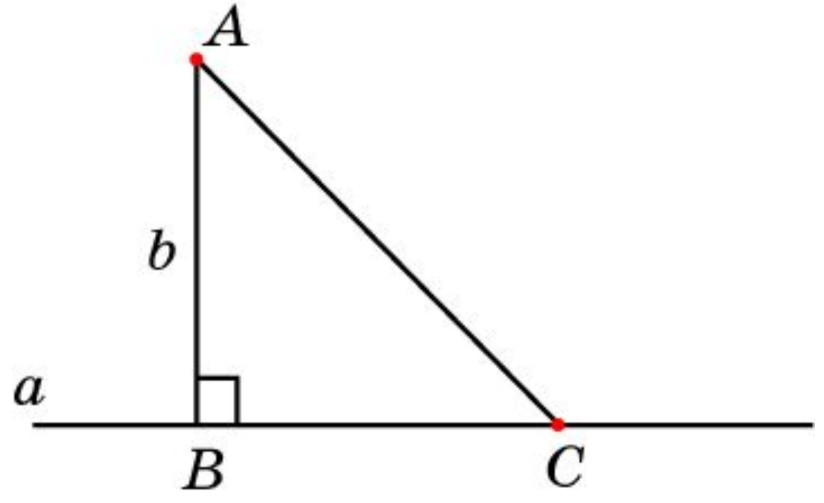


Наклонные

Для произвольной точки *C* прямой *a*, отличной от основания перпендикуляра *B*, отрезок *AC* называется **наклонной,** проведенной из точки *A* к прямой *a*.

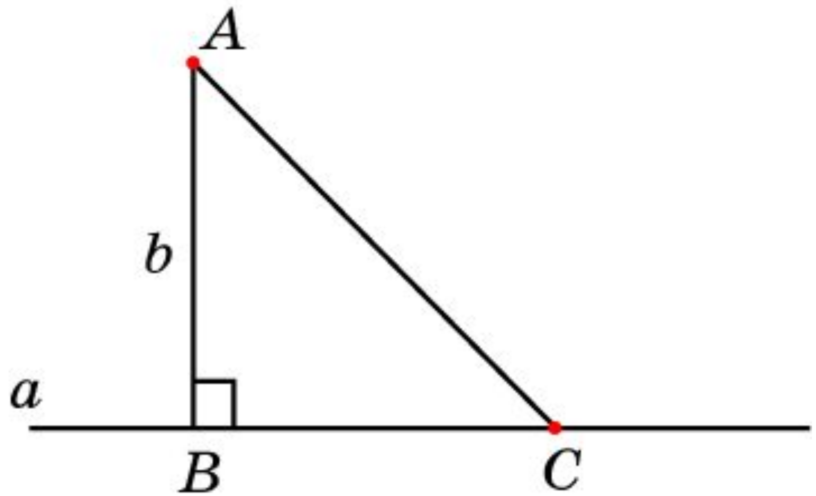
Точка *C* называется **основанием наклонной.**

Отрезок *BC* называется **проекцией наклонной.**



Теорема

Перпендикуляр, опущенный из данной точки на данную прямую, короче всякой наклонной, проведенной из этой точки к этой прямой. Иначе говоря, расстояние от точки до прямой является наименьшим из расстояний от этой точки до точек данной прямой.



Вопрос 1

Что называется перпендикуляром, опущенным из данной точки на данную прямую?

Ответ: Перпендикуляром, опущенным из данной точки A на данную прямую a, называется отрезок AB, соединяющий точку A с точкой B прямой a, перпендикулярный прямой a.

Вопрос 2

Что называется наклонной, проведенной из данной точки к данной прямой?

Ответ: Наклонной, проведенной из точки A к прямой a, называется отрезок AC, соединяющей точку A с произвольной точкой C прямой a, отличной от основания перпендикуляра B.

Вопрос 3

Что называется расстоянием от точки до прямой?

Ответ: Длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

Вопрос 4

Что больше, перпендикуляр или наклонная, проведенные из одной точки к данной прямой?

Ответ: Наклонная.

Упражнение 1

Сколько перпендикуляров можно опустить из данной точки на данную прямую.

Ответ: Один.

Упражнение 2

Сколько наклонных можно провести из данной точки к данной прямой.

Ответ: Бесконечно много.

Упражнение 3

Длина какого отрезка является расстоянием от вершины треугольника до его противоположной стороны?

Ответ: Высоты.

Упражнение 4

Могут ли неравные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь равные проекции?

Ответ: Нет.

Упражнение 5

Могут ли равные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь неравные проекции?

Ответ: Нет.

Упражнение 6

Чему равна проекция одной стороны равностороннего треугольника на прямую, содержащую другую его сторону?

Ответ: Половине стороны треугольника.

Упражнение 7

Чему равна проекция гипотенузы прямоугольного треугольника на его на прямую, содержащую его катет?

Ответ: Этому катету.

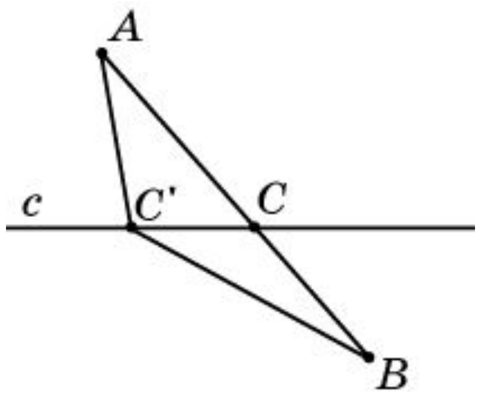
Упражнение 8

Чему равна проекция боковой стороны равнобедренного треугольника на его основание

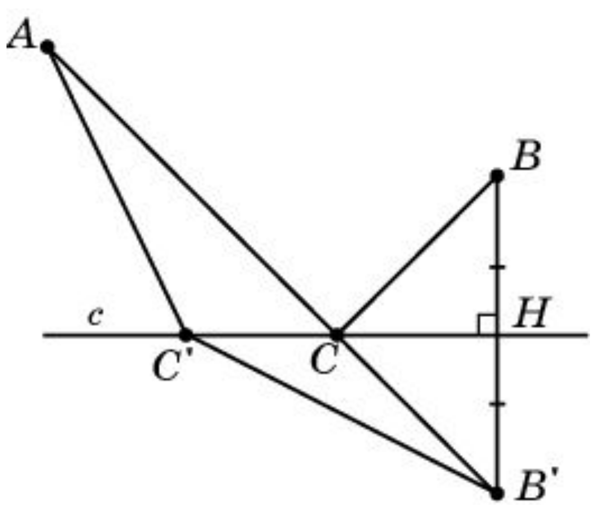
Ответ: Половине основания.

Задача Герона*

Задача. Дана прямая *c* и две точки *A* и *B* на плоскости. Найдите такую точку *C* на этой прямой, чтобы сумма расстояний *AC* + *CB* была наименьшей.



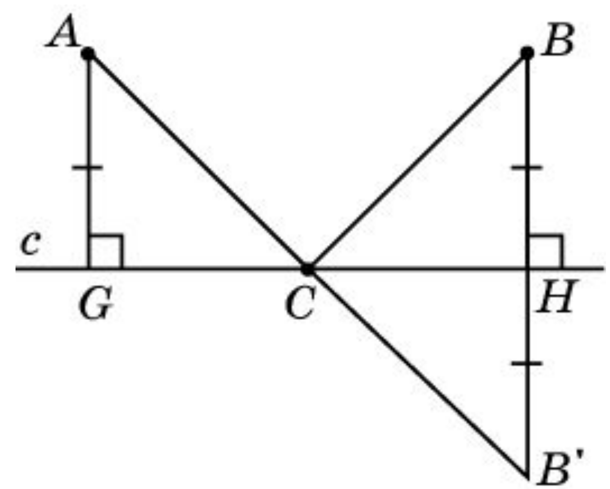
Решение. В случае, если точки *A* и *B* лежат по разные стороны от прямой *c*, то искомой точкой *C* является точка пересечения отрезка *AB* и прямой *c*. Действительно, для любой другой точки *C’* прямой *c* имеем: *AC’*+*C’B* >*AC* + *CB*.



Если точки *A* и *B* лежат по одну сторону от прямой *c*, то для нахождения искомой точки *C* заменим точку *B* на точку *B'*, симметричную *B* относительно прямой *c*. Тогда *BC*=*B’C* и этот случай сводится к предыдущему.

Упражнение 9

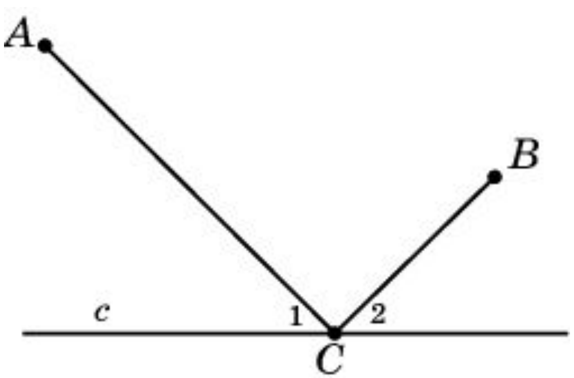
Задача. Точки A и B расположены по одну сторону и на одинаковом расстоянии от прямой c. Где на прямой c расположена точка C, для которой сумма расстояний $AC + CB$ наименьшая?

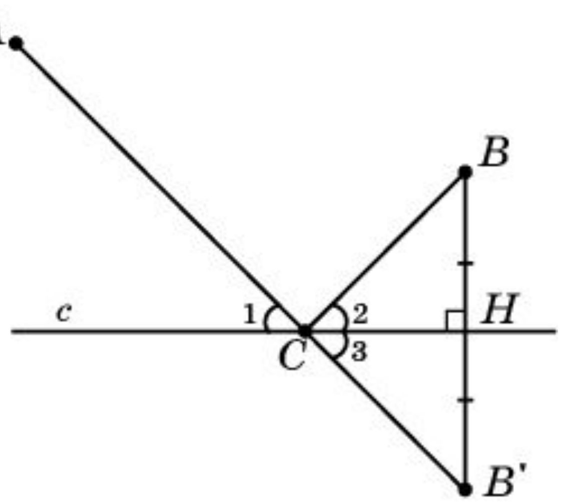


Ответ. Искомой точкой C является середина отрезка GH.

Упражнение 10

Дана прямая *c* и две точки *A* и *B* по одну сторону от нее. Точка *C* на прямой *c* обладает тем свойством, что сумма расстояний *AC* + *CB* – наименьшая. Докажите, что угол 1 равен углу 2.





Доказательство. Рассмотрим точку *B’*, симметричную точке *B* относительно прямой *c*. Углы 1 и 3 равны, как вертикальные. Углы 2 и 3 равны, как соответственные углы в равных треугольниках *BCH* и *B’CH*. Следовательно, угол 1 равен углу 3.

Отражение света

Известно, что луч света распространяется по кратчайшему пути. Поэтому, если луч света исходит из точки A, отражается от прямой c и приходит в точку B, то точка C, найденная в задаче Герона, будет точкой отражения и, таким образом, имеет место закон отражения света: угол падения светового луча равен углу отражения.