

*Подготовлено к.п.н.,*

*доцент кафедры физика*

**ДИНАМИКА**

*Шабуниной*

*Натальей Владимировной*

1. Наклонная плоскость, образующая угол  $\alpha = 30^\circ$  с плоскостью горизонта, имеет длину  $l = 2$  м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время  $t = 2$  с. Определить коэффициент трения  $\mu$  тела о плоскость.

**Дано:**

$$\alpha = 30^\circ$$

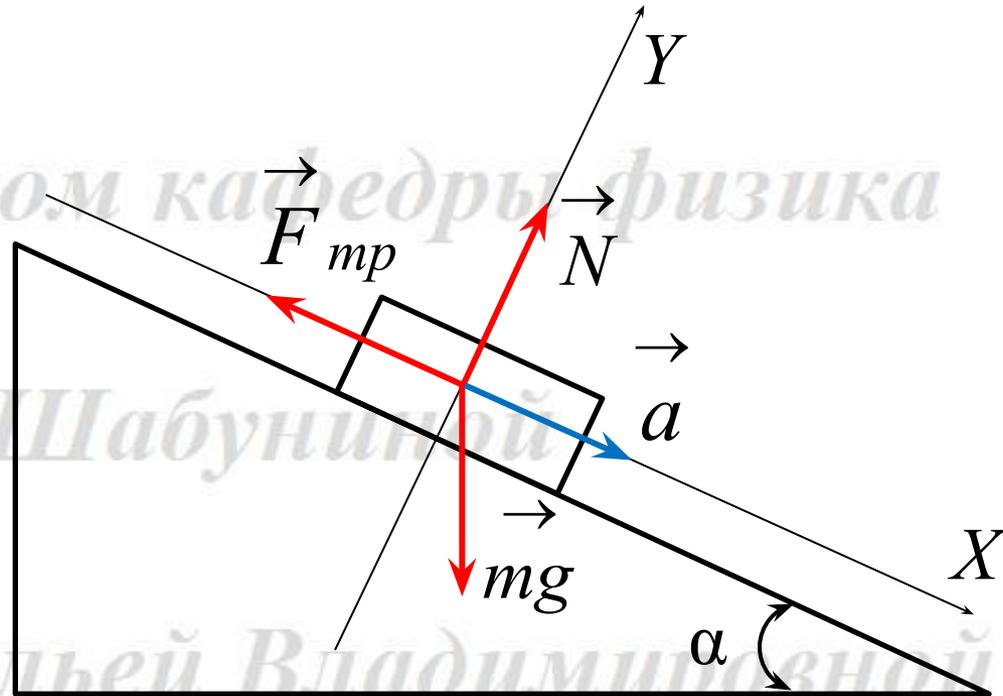
$$l = 2 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

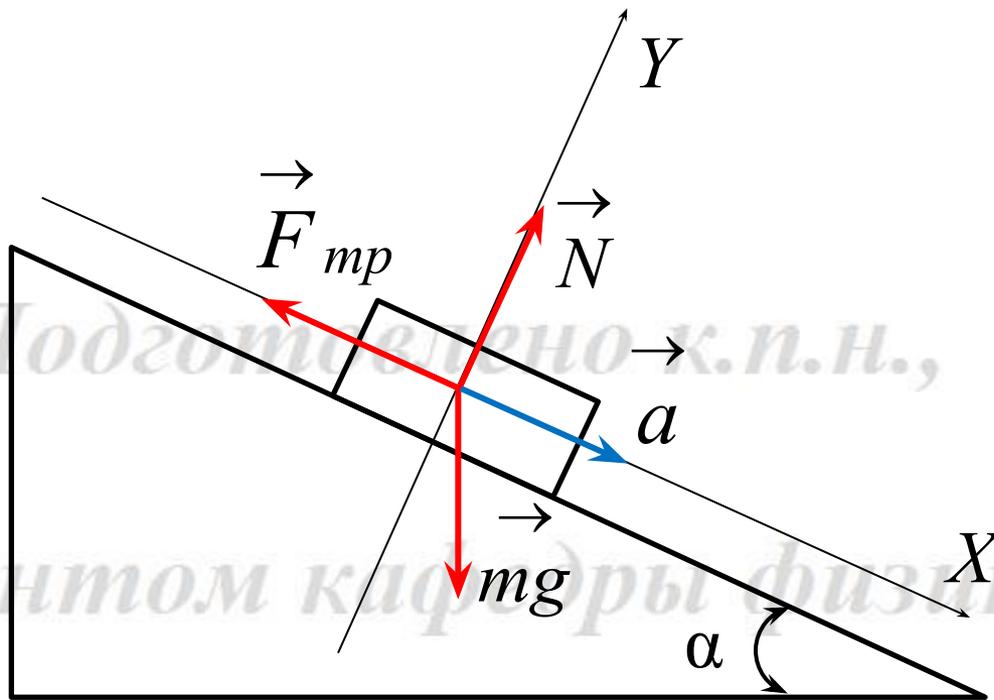
**Найти:**

$\mu$

**Решение:**



$$\vec{F}_{\text{рез}} = m \cdot \vec{a}$$



$$\vec{N} + \vec{mg} + \vec{F}_{mp} = m \cdot \vec{a}$$

$$x: mgsin\alpha - F_{mp} = ma$$

$$y: N - mg\cos\alpha = 0$$

$$mgsin\alpha - F_{mp} = ma$$

$$N = mg\cos\alpha$$

*Подготовлено к.п.н.*

$$F_{mp} = \mu N$$

*доцентом кафедры физика*

$$mgsin\alpha - F_{mp} = ma$$

$$F_{mp} = \mu mg\cos\alpha$$

*Натальей Владимировной*

$$mgsin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$

$$gsin\alpha - \mu g\cos\alpha = a$$

$$g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = a$$

$$\mu = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha}$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{g \cos \alpha}$$

*доцентом кафедры физика*

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}$$

*Шабуниной*

$$l = \frac{at^2}{2}$$

*Натальей Владимировной*

$$l = \frac{at^2}{2}$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$a = \frac{2l}{t^2}$$

*доцентом кафедры физика*

$$a = \frac{2 \cdot 2}{2^2} = 1 \text{ м/с}^2$$

*Шабуниной*

$$\mu = \text{tg} \alpha - \frac{a}{g \cos \alpha}$$

*Натальей Владимировной*

$$\mu = \text{tg} 30^\circ - \frac{1}{10 \cdot \cos 30^\circ} = 0,46$$

2. Автомобиль массой  $m = 5$  т движется со скоростью  $v = 10$  м/с по выпуклому мосту. Определить силу давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус кривизны моста  $R = 50$  м.

**Дано:**

$$m = 5 \text{ т}$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$$R = 50 \text{ м}$$

**Найти:**

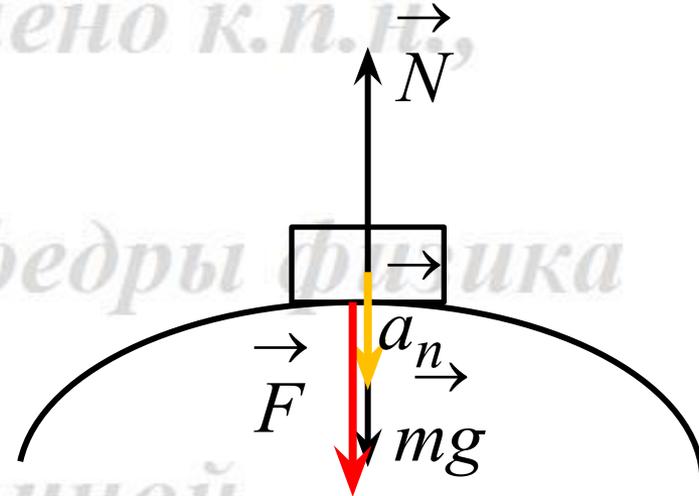
$F$ .

**Си:**

$$5 \cdot 10^3$$

кг

**Решение:**



$$\vec{F}_{рез} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{N} + m\vec{g} = m \cdot \vec{a}_n$$

$$-N + m \cdot g = m \cdot a_n$$

$$-N + m \cdot g = m \cdot a_n$$

$$N = m \cdot (g - a_n)$$

*Подготовлено к.п.н.,  
доцентом кафедры физика*

$$\left. \begin{array}{l} \vec{-N} = \vec{F} \\ N = F \end{array} \right\} \text{- 3 закон Ньютона}$$

$$F = m \cdot (g - a_n)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$F = m \cdot \left( g - \frac{v^2}{R} \right)$$

$$F = m \cdot \left( g - \frac{v^2}{R} \right)$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$F = 5 \cdot 10^3 \cdot \left( 10 - \frac{10^2}{50} \right) = 40 \cdot 10^3 = 40 \text{ кН}$$

*доцентом кафедры физика*

*Шабуниной*

*Натальей Владимировной*

3. Материальная точка массой  $m = 2$  кг движется под действием некоторой силы  $F$  согласно уравнению  $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ,  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>,  $D = -0,2$  м/с<sup>3</sup>. Найти значение этой силы в момент времени  $t = 2$  с. В какой момент времени сила равна нулю?

**Дано:**

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$C = 1 \text{ м/с}^2$$

$$D = -0,2 \text{ м/с}^3$$

$$t = 2 \text{ с}$$

**Найти:**

$$F = f(t);$$

$$F(t) = 0$$

**Решение:**

$$x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = B + 2C \cdot t + 3D \cdot t^2$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 2C + 6D \cdot t$$

$$a_x = 2C + 6D \cdot t$$

$$F = m \cdot a_x$$

$$F(t) = m \cdot (2C + 6Dt)$$

$$F(2) = 2 \cdot (2 \cdot 1 - 6 \cdot 0,2 \cdot 2) = -0,8 \text{ Н}$$

$$F(t) = m \cdot (2C + 6Dt) = 0$$

$$t = -\frac{2C}{6D} = -\frac{C}{3D}$$

$$t = -\frac{2C}{6D} = -\frac{C}{3D}$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$t = -\frac{1}{3 \cdot (-0,2)} \approx 1,7\text{с}$$

*доцентом кафедры физика*

*Шабуниной*

*Натальей Владимировной*

4. Мотоциклист в цирке едет вдоль внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом  $R = 15$  м. Центр масс мотоцикла с человеком отстоит на  $a = 1$  м от места соприкосновения колёс со стенкой. Коэффициент трения шин о стенки  $\mu = 0,5$ . Определить:  
 1) минимальную скорость с которой должен ехать мотоциклист;  
 2) угол  $\alpha$  наклона мотоциклиста к горизонтальной поверхности.

**Дано:**

$$R = 15 \text{ м}$$

$$a = 1 \text{ м}$$

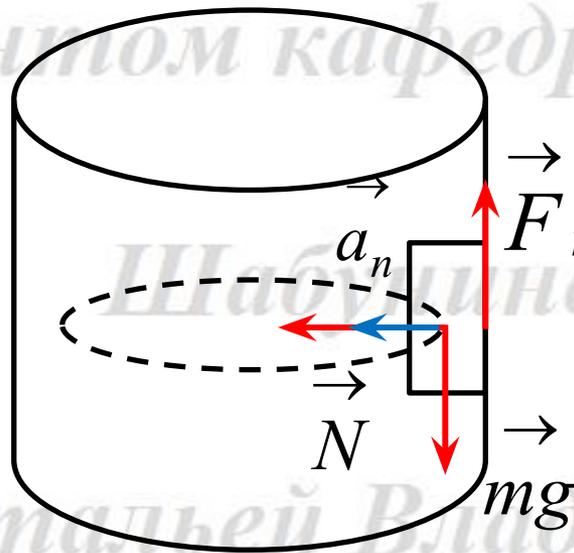
$$\mu = 0,5$$

**Найти:**

$$1) v_{\min};$$

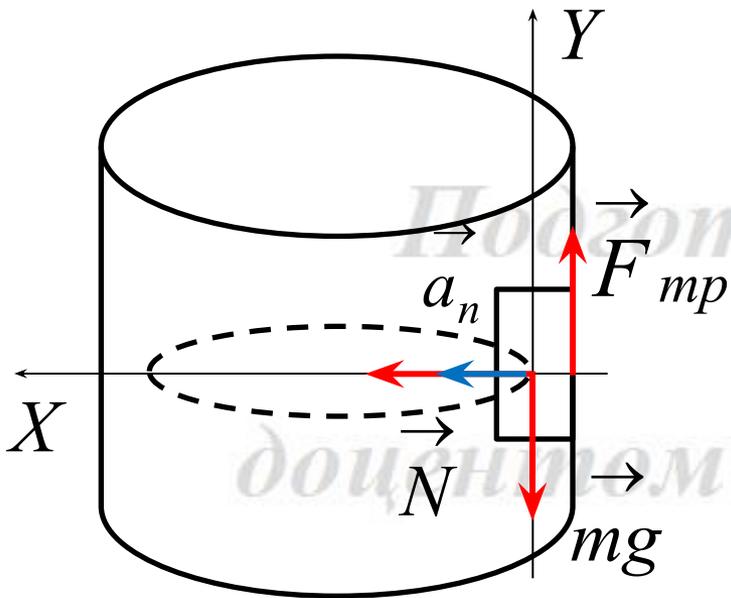
$$2) \alpha.$$

**Решение:**



$$\vec{F}_{\text{рез}} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = m \cdot \vec{a}$$



$$\left. \begin{aligned} x : N &= ma_n \\ y : F_{mp} - mg &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$F_{mp} = \mu N \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

$$r = R - a$$

$$N = m \frac{v_{\min}^2}{r}$$

$$F_{mp} = mg$$

Подготовлено к.п.н.,  
доцентом кафедры физика

Шабуниной

Натальей Владимировной

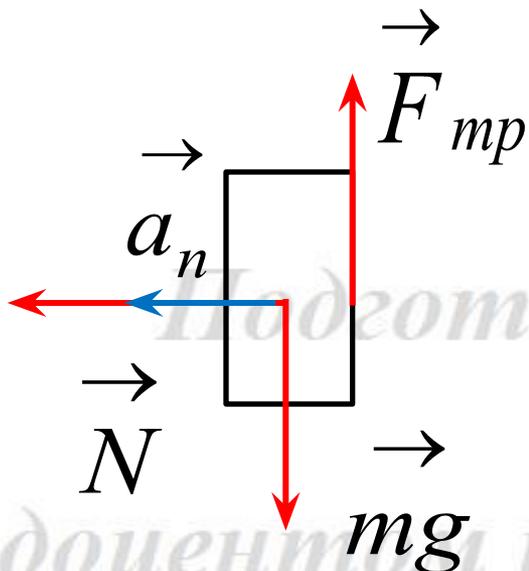
$$N = m \frac{v_{\min}^2}{r}$$
$$F_{mp} = mg$$

$$\mu m \frac{v_{\min}^2}{r} = mg$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gr}{\mu}}$$

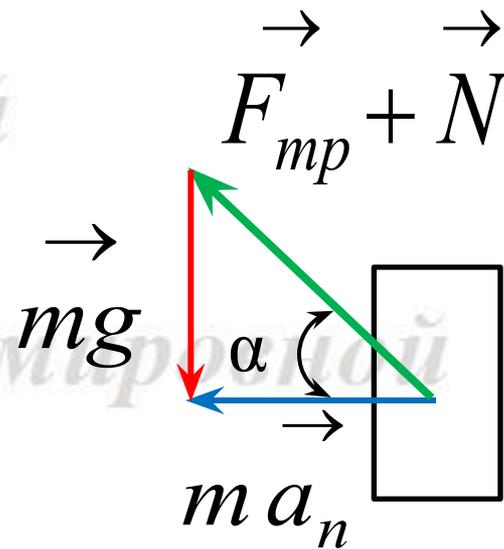
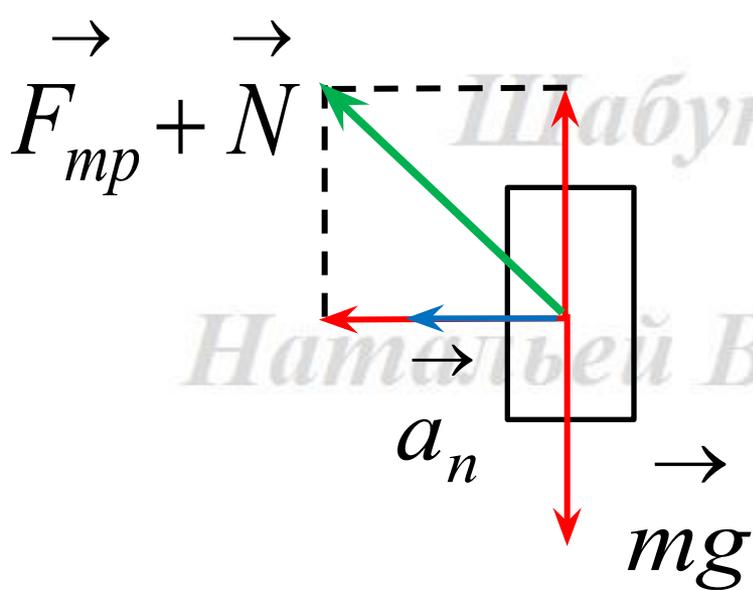
$$v_{\min} = \sqrt{\frac{10 \cdot 14}{0,5}} \approx 17 \text{ м/с}$$

2



$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a}_n$$

доцентом кафедры физика

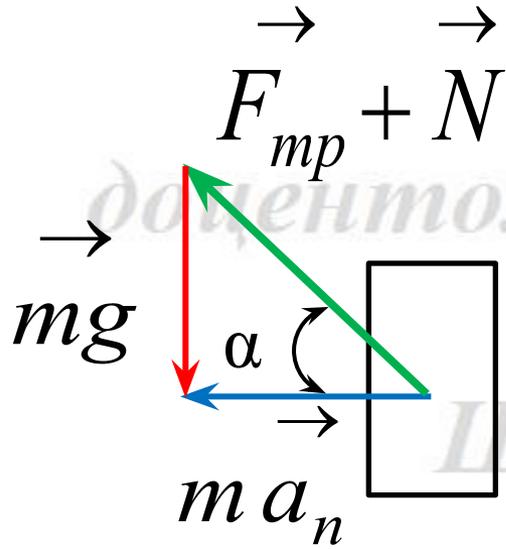


Шабунинной

Натальей Владимировной

Подготовлено к.п.н.,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{mg}{ma_n} = \frac{gr}{v^2}$$



доцентом кафедры физика

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{gr}{v^2}$$

Шабуниной

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{10 \cdot 14}{17^2} \approx 26^\circ$$

Натальей Владимировной

5. Парашютист масса которого  $m = 80$  кг, совершает затяжной прыжок. Считая, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости, определить, через какой промежуток времени  $\tau$  скорость движения парашютиста будет равна 0,9 от скорости установившегося движения. Коэффициент сопротивления  $k = 10$  кг/с. Начальная скорость парашютиста равна нулю.

**Дано:**

$$m = 80 \text{ кг}$$

$$v = 0,9 v_{\text{уст}}$$

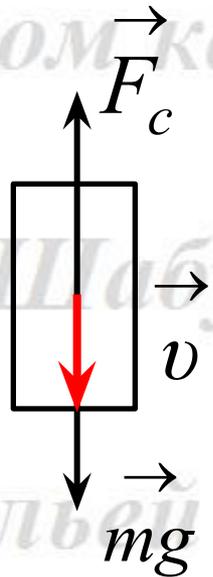
$$k = 10 \text{ кг/с}$$

$$v_0 = 0 \text{ м/с}$$

**Найти:**

$$\tau.$$

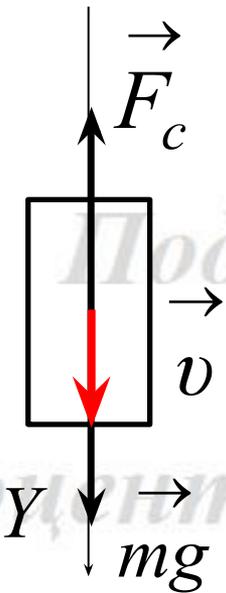
**Решение:**



$$\vec{F}_c = -k \vec{v}$$

$$\vec{F}_{\text{рез}} = \frac{m d\vec{v}}{dt}$$

$$m \vec{g} + \vec{F}_c = \frac{m d\vec{v}}{dt}$$



$$m \vec{g} + \vec{F}_c = \frac{m d\vec{v}}{dt}$$

$$mg - F_c = \frac{mdv}{dt}$$

$$mg - kv = \frac{mdv}{dt}$$

$$\frac{dv}{mg - kv} = \frac{dt}{m}$$

$$\int_0^{0,9v_{уст}} \frac{dv}{mg - kv} = \frac{1}{m} \int_0^{\tau} dt$$

Подготовлено к.п.н.  
доцентом кафедры физика  
Шабминой  
Натальей Владимировной

$$\int_0^{0,9v_{уст}} \frac{dv}{mg - kv} = \frac{1}{m} \int_0^{\tau} dt$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$-\frac{1}{k} \ln(mg - kv) \Big|_0^{0,9v_{уст}} = \frac{\tau}{m}$$

*доцентом кафедры физика*

$$-\frac{1}{k} \ln \frac{mg - k0,9v_{уст}}{mg} = \frac{\tau}{m}$$

*Натальей Владимировной*

$$\tau = \frac{m}{k} \ln \frac{mg}{mg - k0,9v_{уст}}$$

$$\tau = \frac{m}{k} \ln \frac{mg}{mg - k0,9v_{уст}}$$

*Подготовлено к.р.н.,*

$$mg - kv = \frac{mdv}{dt}$$

*доцентом кафедры физика*

$$mg - kv_{уст} = 0$$

*Шабуниной*

$$v_{уст} = \frac{mg}{k}$$

*Натальей Владимировной*

$$v_{уст} = \frac{80 \cdot 10}{10} = 80 \text{ м/с}$$

$$\tau = \frac{m}{k} \ln \frac{mg}{mg - k0,9v_{уст}}$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$\tau = \frac{80}{10} \ln \frac{80 \cdot 10}{80 \cdot 10 - 10 \cdot 0,9 \cdot 80} \approx 18 \text{с}$$

*Шабуниной*

*Натальей Владимировной*

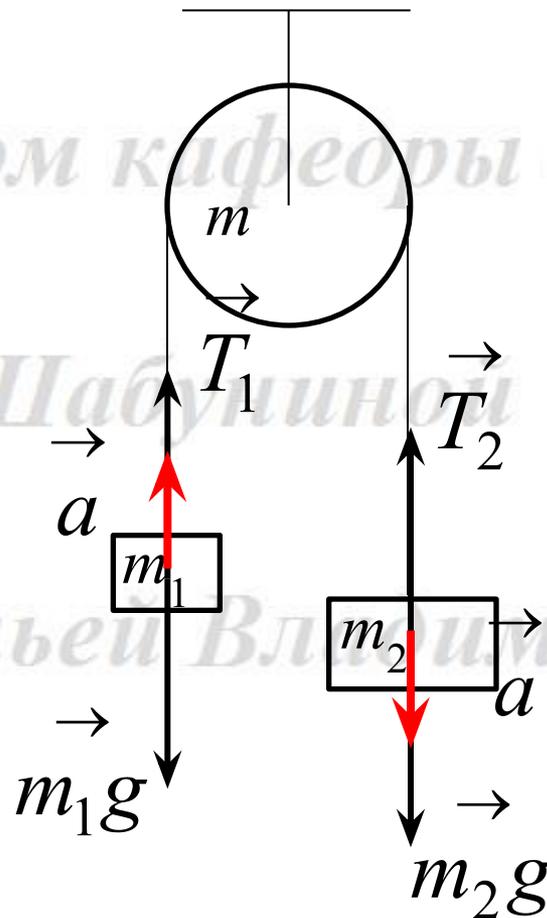
6. Через неподвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой  $m = 160$  г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы массами  $m_1 = 200$  г и  $m_2 = 300$  г. Пренебрегая трением в оси блока определить: 1) ускорение грузов; 2) силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  грузов.

<b>Дано:</b>	<b>Си:</b>
$m = 160$ г	0,160 кг
$m_1 = 200$ г	0,200 кг
$m_2 = 300$ г	0,300 кг

**Найти:**

- 1)  $a$ ;
- 2)  $T_1$ ;
- 3)  $T_2$ .

**Решение:**

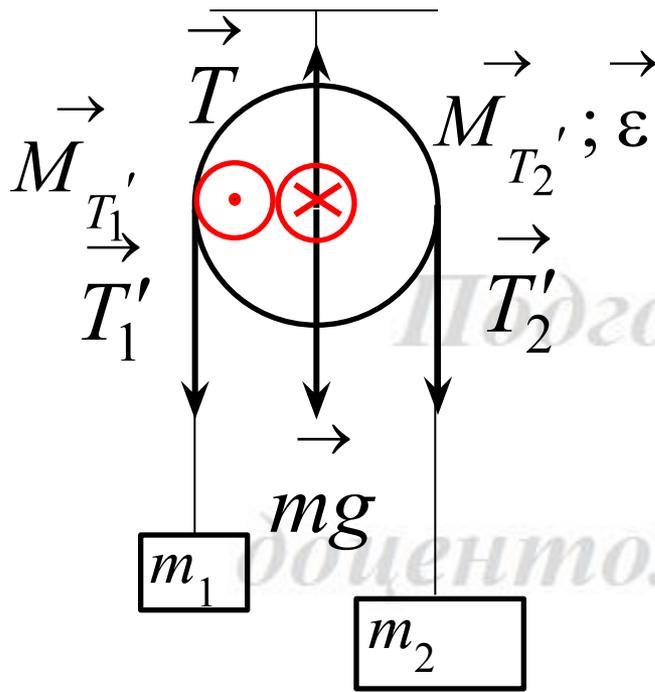


$$\vec{F}_{\text{рез}} = m \cdot \vec{a}$$

$$T_1 - m_1g = m_1a$$

$$m_2g - T_2 = m_2a$$

Натальей Владимировной



$$\vec{M}_{рез} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

$$\vec{M}_{mg} + \vec{M}_T + \vec{M}_{T_1'} + \vec{M}_{T_2'} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

$$\vec{M}_{mg} = 0; \vec{M}_T = 0$$

$$\vec{M}_{T_1'} + \vec{M}_{T_2'} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

$$-M_{T_1'} + M_{T_2'} = I \cdot \varepsilon$$

$$T_2' R - T_1' R = I \cdot \varepsilon$$

$$T_2' R - T_1' R = I \cdot \varepsilon$$

*Подготовлено к.п.н.,  
доцентом кафедры физика*

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = T_1' \\ T_2 = T_2' \end{array} \right\} \text{- 3 закон Ньютона}$$

*Шабуниной*

$$a_\tau = \varepsilon \cdot R$$

*Натальей Владимировной*

$$T_2 R - T_1 R = I \cdot \frac{a}{R}$$

$$T_2 R - T_1 R = I \cdot \frac{a}{R}$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$

$$I = \frac{m R^2}{2}$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$

$$(m_2 g - m_2 a) R - (m_1 g + m_1 a) R = \frac{m R^2}{2} \cdot \frac{a}{R}$$

$$m_2 g - m_2 a - m_1 g - m_1 a = \frac{m a}{2}$$

$$m_2 g - m_2 a - m_1 g - m_1 a = \frac{ma}{2}$$

Подготовлено г.н.,  
доцентом кафедры физика

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m/2}$$

$$a = \frac{(0,300 - 0,200) \cdot 10}{0,300 + 0,200 + 0,160/2} \approx 1,7 \text{ м/с}^2$$

$$T_1 = m_1(a + g)$$

$$T_2 = m_2(g - a)$$

Натальей Владимировной

$$T_1 = m_1(a + g)$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$T_2 = m_2(g - a)$$

*доцентом кафедры физика*

$$T_1 = 0,200 \cdot (1,7 + 10) \approx 2,3 \text{ Н}$$

*Шубиной*

$$T_2 = 0,300 \cdot (10 - 1,7) \approx 2,5 \text{ Н}$$

*Натальей Владимировной*

7. Вал массой  $m = 100$  кг и радиусом  $R = 5$  см вращался с частотой  $8$   $\text{с}^{-1}$ . К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой  $40$  Н, под действием которой вал остановился через  $10$  с. Определить коэффициент трения.

**Дано:**

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$n_0 = 8 \text{ с}^{-1}$$

$$R = 5 \text{ см}$$

$$F = 40 \text{ Н}$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$\omega = 0 \text{ рад/с}$$

**Найти:**

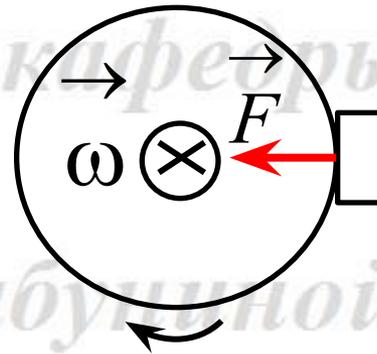
$\mu$ .

**Си:**

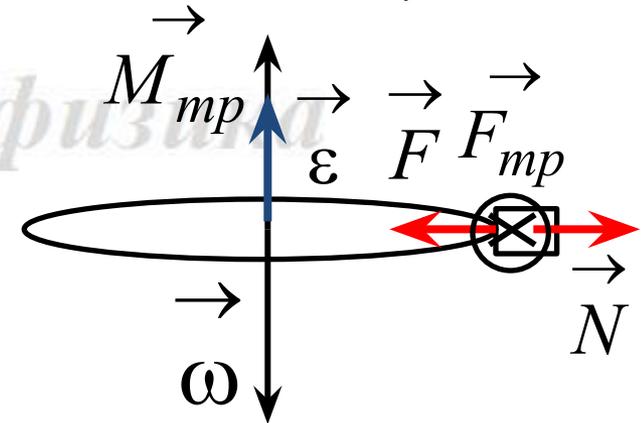
$$0,05 \text{ м}$$

**Решение:**

*Вид сверху*

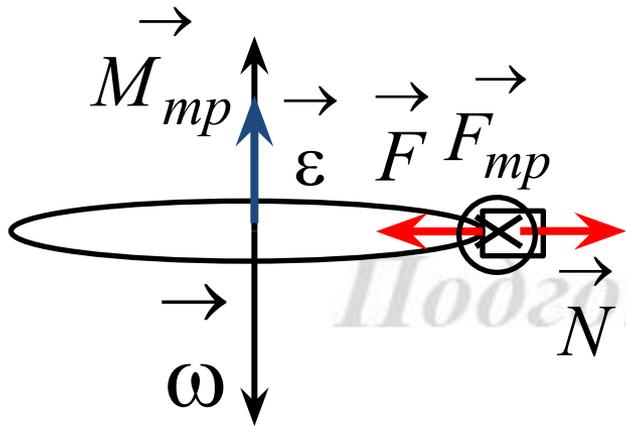


*Вид сбоку*



$$\vec{M}_{рез.} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

$$\vec{M}_{тр} + \vec{M}_N = I \cdot \vec{\varepsilon}$$



$$M = F \cdot d_F$$

$$d_{mp} = R; \quad d_N = 0$$

$$M_{mp} = I \cdot \varepsilon$$

доцентом кафедры физика

$$M_{mp} = I \cdot \varepsilon$$

$$F_{mp} \cdot R = I \cdot \varepsilon$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{mp} = \mu \cdot N = \mu \cdot F \\ -\vec{N} = \vec{F} \\ N = F \end{array} \right\}$$

$$\mu \cdot F \cdot R = I \cdot \varepsilon$$

Натальей Владимировной

$$\mu \cdot F \cdot R = I \cdot \varepsilon$$

$$I = \frac{m \cdot R^2}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\omega_0}{t} = \frac{2\pi n_0}{t} \quad \omega = 2\pi n$$

$$\mu \cdot F \cdot R = \frac{m \cdot R^2}{2} \cdot \frac{2\pi n_0}{t}$$

$$\mu = \frac{m \cdot R \cdot 2\pi n_0}{2 \cdot t \cdot F}$$

$$\mu = \frac{m \cdot R \cdot 2\pi n_0}{2 \cdot t \cdot F}$$

$$\mu = \frac{100 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 8}{2 \cdot 10 \cdot 40} = 0,314$$

*доцентом кафедры физика*

*Шабуниной*

*Натальей Владимировной*

8. Три маленьких шарика массой  $m = 10$  г каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a = 20$  см и скреплены между собой. Определить момент инерции системы относительно оси: 1) перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности; 2) лежащей в плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности и одну из вершин треугольника. Массой стержней, соединяющей шары, пренебречь.

**Дано:**

$m = 10$  г  
 $a = 20$  см

**Найти:**

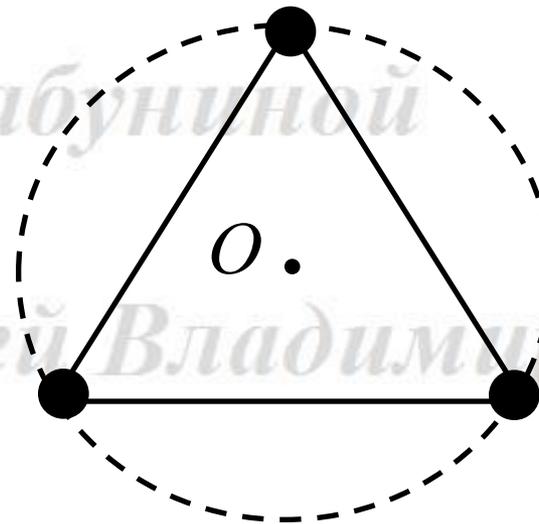
- 1)  $I_0$ ;
- 2)  $I_z$ .

**Си:**

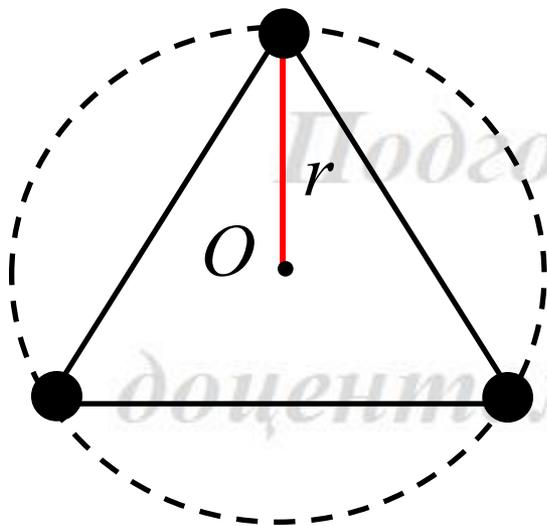
0,010 кг  
 0,20 м

**Решение:**

1.



$$I_0 = \sum_{i=1}^3 I_{o_i}$$



$$I_o = \sum_{i=1}^3 I_{o_i} = \sum_{i=1}^3 m_i \cdot r_i^2 =$$

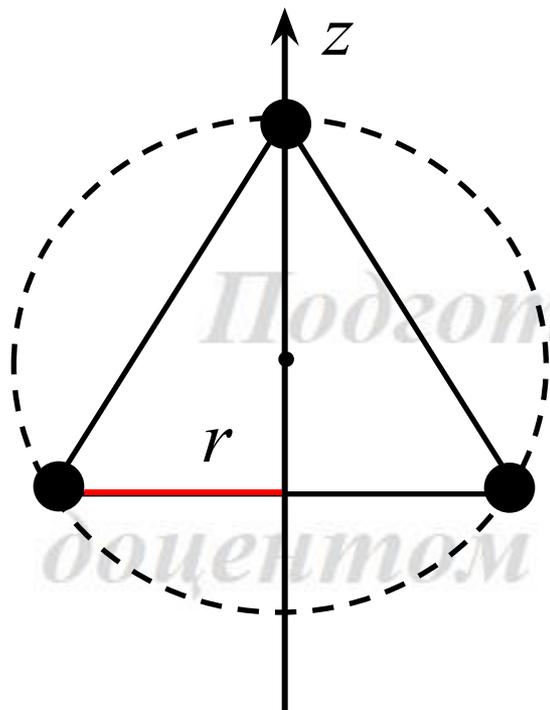
$$= 3mr^2$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$I_o = ma^2$$

$$I_o = 0,010 \cdot 0,20^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

2.



$$I_z = \sum_{i=1}^3 I_{z_i} = \sum_{i=1}^2 m_i \cdot r_i^2 =$$

$$= 2mr^2$$

$$r = \frac{a}{2}$$

$$I_z = \frac{ma^2}{2}$$

Натальей Владимировной

$$I_z = 2 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

9. Найти момент инерции тонкого однородного кольца радиусом  $R = 20$  см и массой  $m = 100$  г относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его центр.

**Дано:**

$$m = 100 \text{ г}$$

$$R = 20 \text{ см}$$

**Найти:**

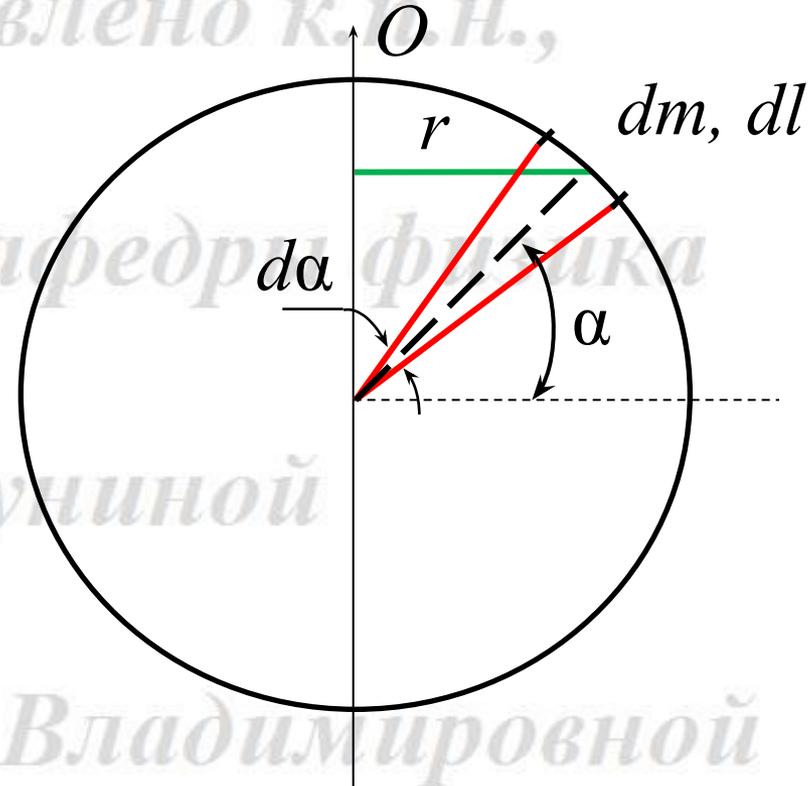
$$I_0$$

**Си:**

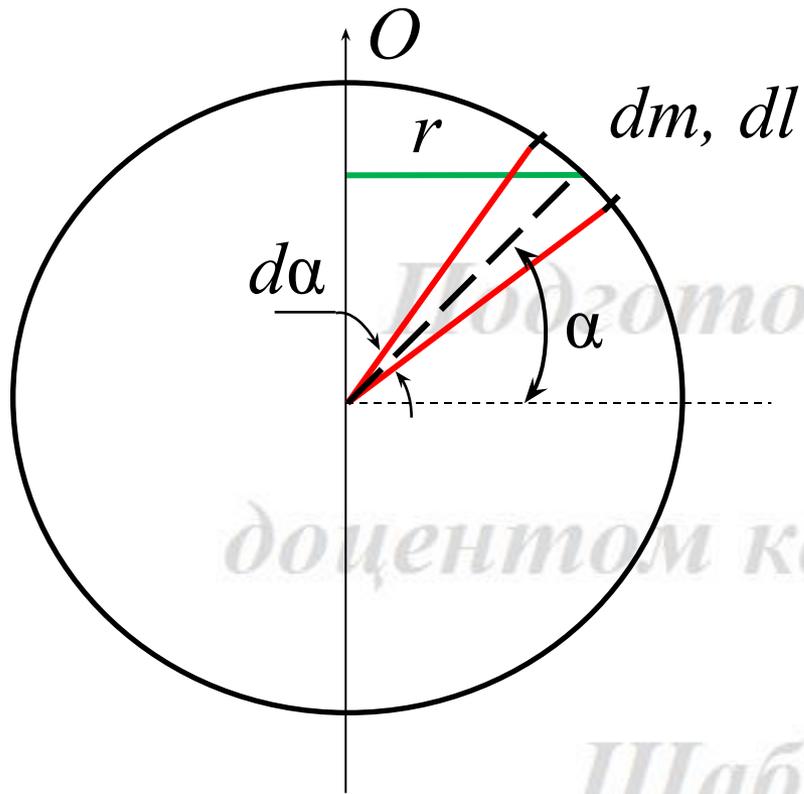
$$0,100 \text{ кг}$$

$$0,20 \text{ м}$$

**Решение:**



$$I_0 = \int_V dm \cdot R^2$$



$$I_o = \int_V dm r^2$$

$$r = R \cdot \cos \alpha$$

$$\tau = \frac{m}{l} = \frac{m}{2\pi R} = \frac{dm}{dl}$$

$$dm = \tau dl$$

$$\begin{aligned} I_o &= \int \tau dl R^2 \cos^2 \alpha = \int \tau R d\alpha R^2 \cos^2 \alpha = \\ &= \tau R^3 \int \cos^2 \alpha d\alpha \equiv \tau R^3 \int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha d\alpha \end{aligned}$$

$$I_o = \tau R^3 \int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha d\alpha$$

*Подготовлено к.п.н.,*  
$$\int \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha$$

*доцентом кафедры физика*

$$I_o = \tau R^3 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) \Big|_0^{2\pi} =$$

$$= \tau R^3 \left[ \left( \frac{1}{2} 2\pi + \frac{1}{4} \sin 4\pi \right) - \left( \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{4} \sin 0 \right) \right] =$$

$$= \tau R^3 \left[ \left( \frac{1}{2} 2\pi + \frac{1}{4} \sin 4\pi \right) - \left( \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{4} \sin 0 \right) \right] =$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$= \tau R^3 \pi = \frac{m R^3 \pi}{2\pi R} = \frac{m R^2}{2}$$

*доцентом кафедры физика*

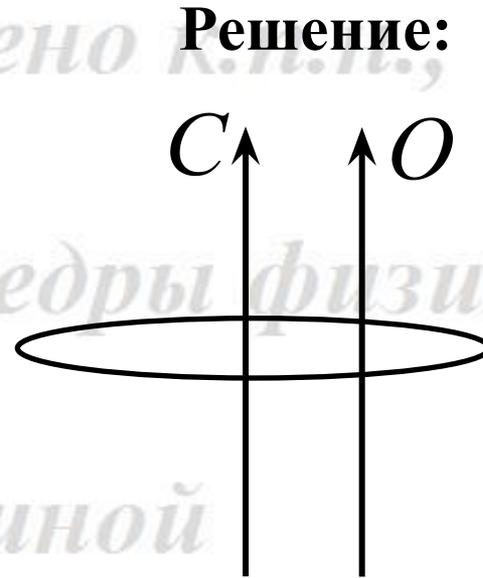
$$\tau = I \frac{m R^2}{2}$$

$$I_o = \frac{0,100 \cdot 0,20^2}{2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

*Наталией Владимировной*

10. Диаметр диска  $d = 20$  см, масса  $m = 800$  г. Определить момент инерции диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

<b>Дано:</b>	<b>Си:</b>
$m = 800$ г	0,800 кг
$d = 20$ см	0,20 м
<b>Найти:</b>	
$I_0$ .	



$$I_O = I_C + m \cdot a^2$$

$$I_C = \frac{m \cdot R^2}{2}$$

$$a = \frac{R}{2}$$

$$I_O = \frac{m \cdot R^2}{2} + m \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

*Подготовлено к.п.н.,*

$$I_O = \frac{3 \cdot m \cdot R^2}{4}$$

*доцентом кафедры физика*

$$I_O = \frac{3 \cdot m \cdot d^2}{16}$$

*Наталией Владимировной*

$$I_O = \frac{3 \cdot 0,800 \cdot 0,20^2}{16} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$