Разложение многочлена на множители с помощью комбинации различных приемов

Вынесение общего множителя

Из каждого слагаемого ,входящего в многочлен, выносится некоторый одночлен, входящий в качестве множителя во все слагаемые.

Таким общим множителем может быть не только одночлен, но и многочлен.

$$15a^3b+3a^2b^3=3a^2b(5a+b^2)$$

$$2y(x-5)+x(x-5)=(x-5)(2y+x)$$

Группировка

Если члены многочлена не имеют общего множителя, то после заключения нескольких членов в скобки (на основе переместительного и сочетательного законов сложения) удается выделить общий множитель, являющийся многочленом.

$3a^2+3ab-7a-7b=(3a^2+3ab)-(7a+7b)=$

$=3a(a+b)-7(a+b)=(a+b)(3a-7)$

Применение формул сокращенного умножения

Выражение из двух, трёх слагаемых, входящее в одну из формул сокращенного умножения заменяется произведением многочленов

$$x^2+6x+9=(x+3)^2$$

$$49m^4-25n^2=(7m^2-5n)(7m^2+5n)$$

Математическая эстафета.

1-й ряд	2-й ряд	3-й ряд
Разложить на множители:		
1. $3a+12\ b$	1.$16a^2+8ab+b^2$	1.$10a+15c$
2. $2\ a+2\ b+a^2+a\ b$	2.$3m-3n+mn-n^2$	2.$4a^2-9b^2$
3. $9a^2 - 16\ b^2$	3.$5a-25\ b$	3.$6xy-a\ b-2bx-3ay$
4.$7a^2\ b - 14a\ b^2+7a\ b$	4.$4a^2-3a\ b+a-aq+3bq-q$	4.$4a^2+28a\ b+49b^2$
5.$m^2+mn-m-mq-nq+q$	5.$9a^2-30ab+25\ b^2$	5.$b(a+c)+2a+2c$
6.$4a^2-4a\ b+b^2$	6.$2(a^2+3bc)+a(3b+4c)$	6.$5a^3c-20acb-10ac$
7.$2(3a^2+bc)+a(4b+3c)$	7.$144a^2-25b^2$	7.$x^2-3x-5x+15$
8.$25a^2+70ab+49b^2$	8.$9a^3b-18ab^2-9a\ b$	8.$9a^2-6ac+c^2$

Математическая эстафета (ответы)

1-й ряд	2-й ряд	3-й ряд
1.$3(a+4b)$	1.$(4a+b)^2$	1.$5(2a+3c)$
2.$(2+a)(a+b)$	2.$(3+n)(m-n)$	2.$(2a-3b)(2a+3b)$
3.$(3a-4b)(3a+4b)$	3.$5(a-5b)$	3.$(3y-b)(2x-a)$
4.$7ab(a-2b+1)$	4.$(a-q)(a-3b+1)$	4.$(2a+4b)^2$
5.$(m-q)(m+n-1)$	5.$(3a-5b)^2$	5.$(a+c)(b+2)$
6.$(2a-b)^2$	6.$(2a+3b)(a+2c)$	6. $5ac(a^2-4b-2)$
7.$(2a+c)(3a+2b)$	7.$(12a-5b)(12a+5b)$	7.$(x-3)(x-5)$
8.$(5a+7b)^2$	8.$9ab(a^2-2b-1)$	8.$(3a-c)^2$

Разложите многочлен на множители и укажите какие приёмы использовались при этом

Пример 1

$36a^6b^3-96a^4b^4+64a^2b^5$

Решение

$36a^6b^3-96a^4b^4+64a^2b^5=$

$4a^2b^3(9a^4-24a^2b+16b^2)=$

$\boldsymbol{4a^2b^3(3a^2-4b)^2}$

- вынесение общего множителя за скобки
- использование формул сокращённого умножения

Разложите многочлен на множители и укажите какие приёмы использовались при этом

<u>Пример 2</u>

$a^2+2ab+b^2-c^2$

<u>Решение</u>

$a^2+2ab+b^2-c^2=$

$(a^2+2ab+b^2)-c^2=$

$(a+b)^2-c^2$***=(a+b-c)(a+b+c)***

- группировка;
- использование формул сокращенного умножения.

Разложите многочлен на множители и укажите, какие приемы использовались при этом

Пример 3

y^3-3y^2+6y-8

Решение

$y^3-3y^2+6y-8=(y^3-8)-(3y^2-6y)=$

$=(y-2)(y^2+2y+4)-3y(y-2)=$

$=(y-2)(y^2+2y+4-3y)=(y-2)(y^2-y+4)$

-группировка

-формулы сокращенного умножения

-вынесение общего множителя за скобки

Порядок разложения многочлена на множители

1.Вынести общий множитель за скобку (если он есть)

2. Попрбовать разложить многочлен на множители по формулам сокращенного умножения

3. Попытаться применить способ группировки (если предыдущие способы не привели к цели)

Разложите многочлен на множители и укажите, какие приемы использовались при этом

Пример 4

n^3+3n^2+2n

Решение

$n^3+3n^2+2n=n(n^2+3n+2)=$

$=n(n^2+2n+n+2)=$

$=n((n^2+2n)+(n+2))=$

$=n(n(n+2)+n+2)=$

$=n(n+1)(n+2)$

-вынесение общего множителя за скобки;

-предварительное преобразование;

-группировка.

Предварительное преобразование

Некоторый член многочлена раскладывается на необходимые слагаемые или дополняется путем прибавления к нему некоторого слагаемого. В последнем случае, чтобы многочлен, не изменился, от него отнимается такое же слагаемое.

Применение различных приемов разложения на множители

Решить уравнения

а) $x^2-15x+56=0$

Решение

$X^2-7x-8x+56=0$

$(x^2-7x)-(8x-56)=0$

$x(x-7)-8(x-7)=0$

$(x-7)(x-8)=0$

$x-7=0$ или $x-8=0$

$X=7$ или $x=8$

Ответ: 7; 8.

б) $x^2+10x+21=0$

Решение

$x^2+10x+25-4=0$

$(x+5)^2-4=0$

$(x+5-2)(x+5+2)=0$

$(x+3)(x+7)=0$

$x+3=0$ или $x+7=0$

$x=-3$ или $x=-7$

Ответ: -3; -7

- метод выделения полного квадрата.

Применение различных приемов разложения на множители

Доказать, что при любом натуральном значение выражения $(3n- 4)^2 – n^2$ кратно 8.

Решение

$(3n – 4)^2 – n^2 =$

$=(3n – 4 – n)(3n - 4 + n) =$

$=(2n – 4)(4n – 4)=$

$=2(n – 2)4(n – 1)=$

$=8(n – 2)(n – 1)$

В полученном произведении один множитель делится на 8, то все произведение делится на 8.

Применение различных приемов разложения на множители

Вычислить

$38,8^2 + 83 * 15,4 – 44,2^2$

Решение

$38,8^2 + 83 * 15,4 – 44,2^2 =$

$= 83 * 15,4 – (44,2^2 - 38,8^2) =$

$= 83*15,4 – (44,2 - 33,8)(44,2+33,8)=$

$= 83*15,4 - 5,4*83 =$

$=83(15,4 - 5,4) = 83*10 = 830$

Самостоятельная работа.

Вариант I	Вариант II
Разложить на множители используя различные способы	
1. $5a^3-125ab^2$	1. $63ab3-7a^2b$
2. $a^2-2ab+b^2-ac+bc$	2. $m^2+6mn+9n^2-m-3n$
3. $(c-a)(c+a)-b(b-2a)$	3. $(b-c)(b+c)-a(a+2c)$
4. x^2-3x+2	4. x^2+4x+3
5. x^4+5x^2+9	5. x^3+3x^2+4

Ответы к заданиям.

Вариант I	Вариант II
1. $5a(a-5b)(a+5b)$	1. $7ab(9b^2-a)$
2. $(a-b)(a-b-c)$	2. $(m+3n)(m+3n-1)$
3. $(c-a+b)(c+a-b)$	3. $(b+a+c)(b-a-c)$
4. $(x-2)(x-1)$	4. $(x+3)(x+1)$
5. $(x^2+3-x)(x^2+3+x)$	5. $(x^2+2-x)(x^2+2+x)$

Дополнительные задания

1. Доказать тождество

$(a^2+3a)^2+2(a^2+3a)=a(a+1)(a+2)(a+3)$

2. Доказать, что число

370*371*372*373+1

можно представить как произведение двух натуральных

чисел

Домашнее задание

Пункт 37

№ 998(а, в),
1002,
1004,
1007

Список литературы

- Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк и др. учебник Алгебра, 7 класс, М.: Просвещение, 2004.,
- Ю.Н. Макарычев.,Миндюк Н.Г. Дополнительные главы к школьному учебнику. 8-9 кл.-М.: Просвещение, 1997.
- В.И. Жохов, Л.Б. Крайнева Уроки алгебры в 7 классе. М.: Вербум-М, 2000.

Информация об авторе

Ратина Елена Анатольевна

учитель математики

МОУ ЭБЛ