Логические законы и правила преобразования логических выражений

Законы логики отражают наиболее важные закономерности логического мышления.

В алгебре логики законы логики записывают в виде формул, которые позволяют проводить равносильные преобразования логических выражений.

Закон непротиворечия

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если высказывание А истинно , то его отрицание не А должно быть ложным. Следовательно, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно:

$$A \& \bar{A} = 0$$

Закон исключения третьего

Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано. Это означает, что результат логического сложения высказывания и его отрицания всегда принимает значение истина:

$$A \vee \bar{A} = 1$$

Закон двойного отрицания

Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание:

$$-(\bar{A})^{A}=A$$

Законы де Моргана
(законы общей инверсии)

Общая инверсия двух логических слагаемых равносильна логическому умножению инвертированных переменных:

$$-(A \vee B) = -A \,\&\, -B$$

Общая инверсия двух логических сомножителей равносильна логическому сложению инвертированных переменных:

$$-(A \& B) = -A \vee -B$$

Правила логических преобразований

Кроме логических законов важное значение для выполнения преобразований логических выражений имеют правила алгебраических преобразований.

Правило коммутативности

В алгебре переменных и функций слагаемые и множители можно менять местами. В алгебре логики можно менять местами логические переменные при операциях логического умножения:

$$A \& B = B \& A$$

И логического сложения:

$$A \vee B = B \vee A$$

Правило дистрибутивности

В отличие от алгебры переменных и функций, где за скобки можно выносить только общие множители, в алгебре логики за скобки можно выносить как общие множители, так и общие слагаемые: дистрибутивность умножения относительно сложения

$$(A \,\&\, B) \vee (A \,\&\, C) = A \,\&\, (B \vee C)$$

дистрибутивность сложения относительно умножения

$$(A \vee B) \,\&\, (A \vee C) = A \vee (B \,\&\, C)$$

Правила равносильности

Это правила отсутствия показателей степени у результатов логического сложения и умножения переменных.

Для логического сложения:

$$A \vee A = A$$

Для логического умножения:

$$A \& A = A$$

Правила исключения констант

Для логического сложения:

$A \vee 1 = 1$ $A \vee 0 = A$

Для логического умножения:

$A \& 1 = A$ $A \& 0 = 0$

Преобразование логического выражения

Упростить логическое выражение:

$(A \ \& \ B) \vee (A \ \& \ -B)$

Выносим за скобки A (дистрибутивность)

$(A \ \& \ B) \vee (A \ \& \ -B) = A \ \& \ (B \vee -B)$

По закону исключения третьего

$A \ \& \ (B \vee -B) = A \ \& \ 1$

По правилу исключения констант

$A \ \& \ 1 = A$

Контрольные вопросы

Упростить логическое выражение:

$(A \vee B)\ \&\ (A \vee -B)$

Решить логическое уравнение:

$-(X\ \&\ B)\ \&\ -(X\ \&\ -B) = A$

Решить логическое уравнение:

$-(X \vee A) \vee -(X \vee -A) = B$

$X = B$