Свойства функции

Токарева Инна Александровна
учитель математики
МБОУ гимназия №1
г. Липецка

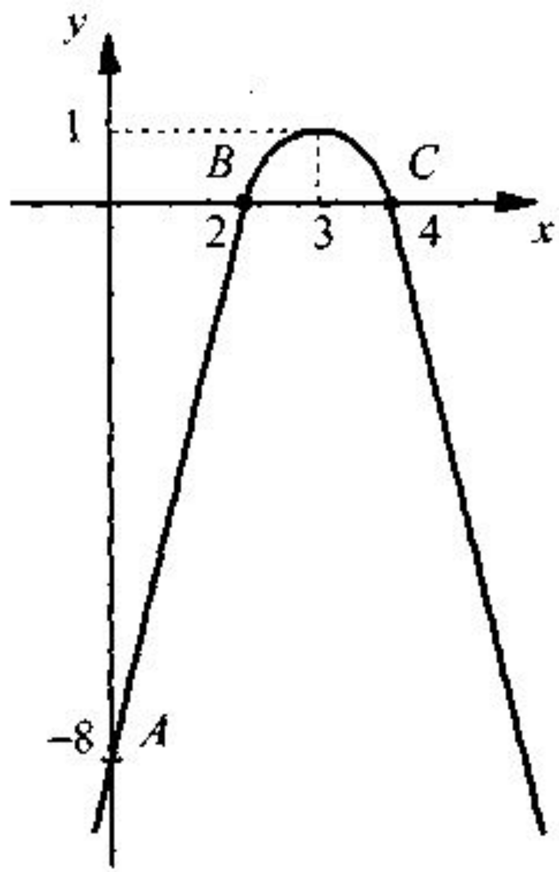
1. Точки пересечения графика функции с осями координат.
2. Монотонность функции (т.е. возрастание или убывание функции).
3. Ограниченность функции.
4. Наименьшее и наибольшее значение функции.
5. Четность и нечетность функции.
6. Выпуклость графика функции.
7. Непрерывность функции.

1. Точки пересечения графика функции с осями координат.

- Точка пересечения с осью *Oy* равна значению функции $y(x)$ при $x=0$, т.е. $y(0)$.
- Точки пересечения с осью *Ox* являются корнями уравнения $y(x) = 0$ и называются **нулями функции**.

Пример 1. Найти точки пересечения графика функции $y(x)= - x^2+6x – 8$ с осями координат.

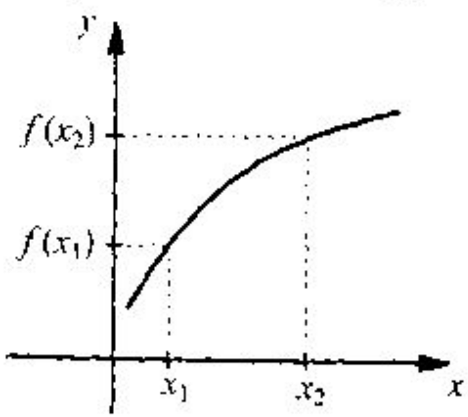
Пример 1. Найти точки пересечения графика функции $y(x) = -x^2 + 6x - 8$ с осями координат.



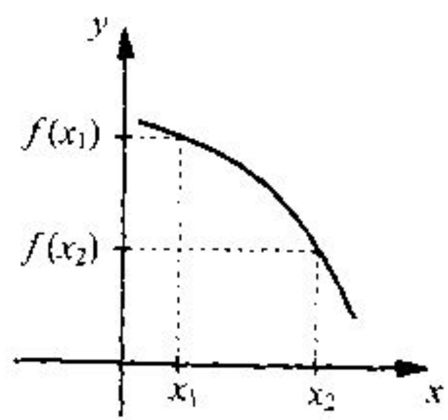
- С осью Ох: А(0; - 8).
- С осью Оу: В(2; 0) и С(4; 0)

2. Монотонность функции (т.е. возрастание или убывание функции).

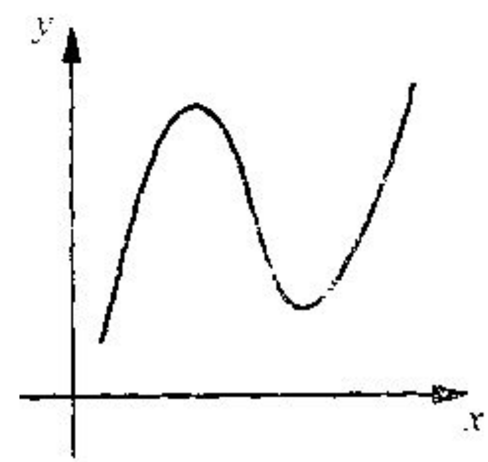
- **Опр.1.** Функция $y=f(x)$ называется **возрастающей на множестве** $X \subset D(f)$, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции (т.е. если $x_2>x_1$, то $f(x_2)>f(x_1)$).
- **Опр.2.** Функция $y=f(x)$ называется **убывающей на множестве** $X \subset D(f)$, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции (т.е. если $x_2>x_1$, то $f(x_2)<f(x_1)$).



Возрастающая функция, $f(x_2) > f(x_1)$

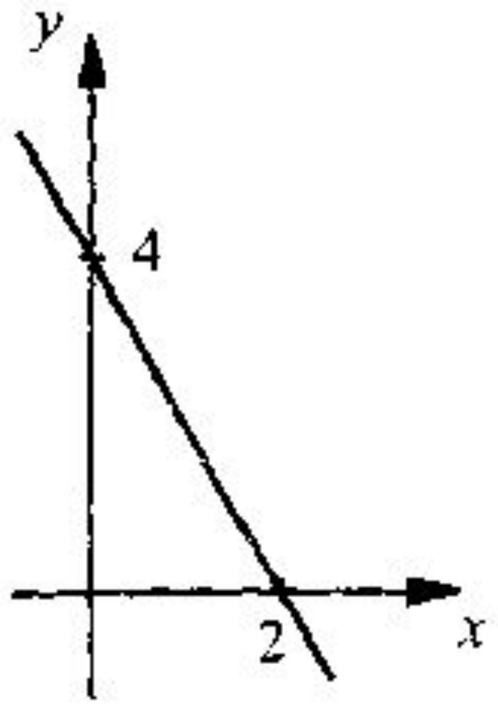


Убывающая функция, $f(x_2) < f(x_1)$



Немонотонная функция

Пример 2. Определить монотонность функции $f(x) = -2x + 4$.

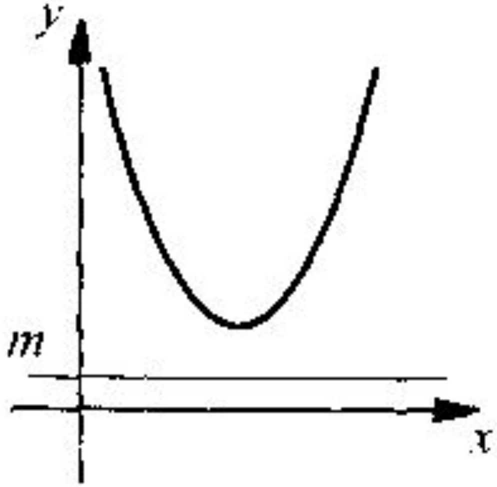


3. Ограниченность функции.

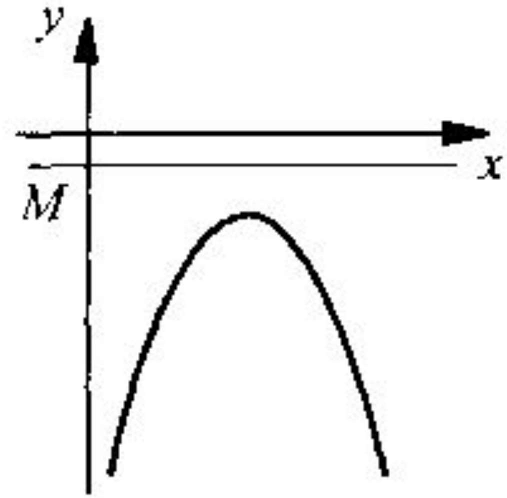
- **Опр.3.** Функция y=f(x) называется **ограниченной снизу на множестве** X   D(f), если все значения функции больше некоторого числа *m* (т.е. f(x)>m).

- **Опр.4.** Функция y=f(x) называется **ограниченной сверху на множестве** X   D(f), если все значения функции меньше некоторого числа *M* (т.е. f(x)<M).

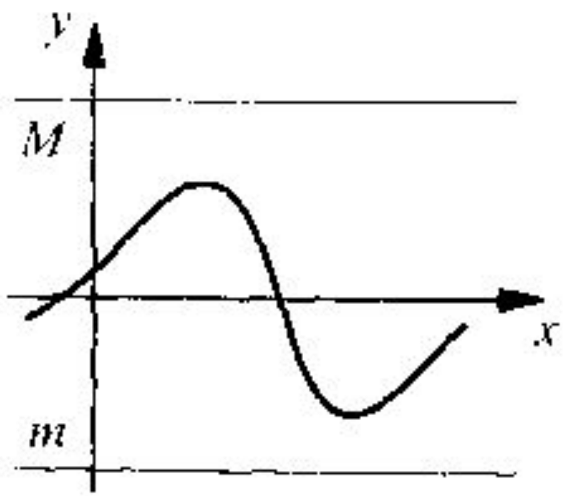
- **Опр.5.** Если функция ограничена снизу и сверху, то она называется **ограниченной**.



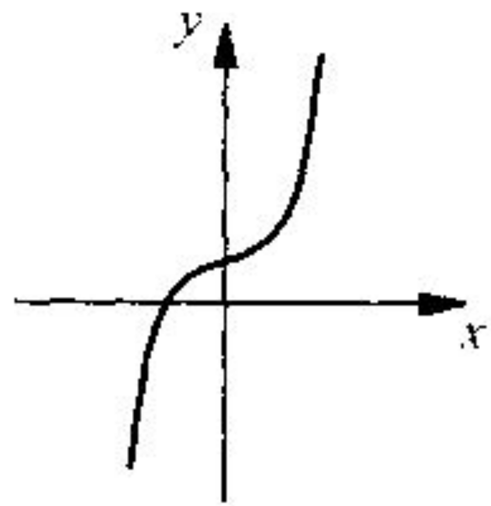
Ограничена снизу



Ограничена сверху



Ограничена



Не ограничена

Пример 3. Доказать, что функция $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ ограничена сверху.

Свойства функции

1. Точки пересечения графика функции с осями координат.
2. Монотонность функции (т.е. возрастание или убывание функции).
3. Ограниченность функции.
4. Наименьшее и наибольшее значение функции.
5. Четность и нечетность функции.
6. Выпуклость графика функции.
7. Непрерывность функции.

4. Наименьшее и наибольшее значение функции.

- **Опр.6.** Число m называют **наименьшим значением** функции y=f(x) на множестве X D(f), если: ⊂

1) существует число $x_0 \in X$ такое, *что* $f(x_0) = m$;

2) *для любого значения* $x \in X$ *выполняется неравенство* $f(x) \geq f(x_0)$.

- **Опр.7.** Число M называют **наибольшим значением** функции y=f(x) на множестве X D(f), если: ⊂

1) существует число $x_0 \in X$ такое, *что* $f(x_0) = M$;

2) *для любого значения* $x \in X$ *выполняется неравенство* $f(x) \leq f(x_0)$.

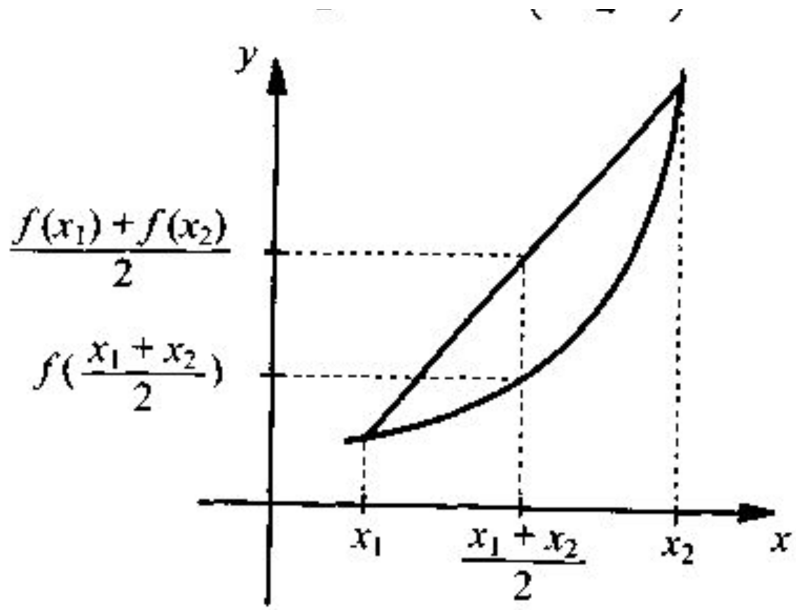
Пример 4. Найти наибольшее значение функции $f(x) = -x^2 + 6x - 8$

Пример 5. Найти наименьшее и наибольшее значение функции

$f(x) = -2x + 4$ на отрезке $[-1;3]$

6. Выпуклость графика функции.

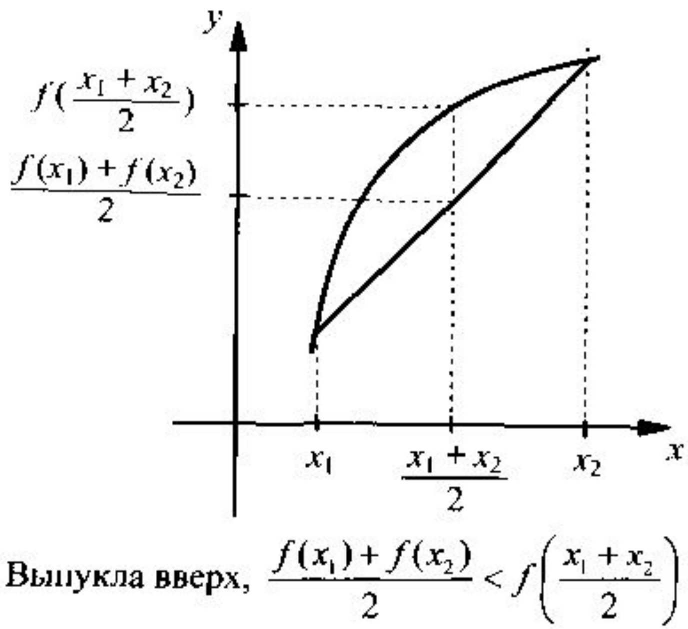
- **Опр.9.** Функция y=f(x) **выпукла вниз** на промежутке *X*, если при соединении любых двух точек графика отрезком прямой часть графика располагается <u>ниже</u> этого отрезка.



Выпукла вниз, $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} > f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

6. Выпуклость графика функции.

- **Опр.10.** Функция y=f(x) **выпукла вверх** на промежутке *X*, если при соединении любых двух точек графика отрезком прямой часть графика располагается <u>выше</u> этого отрезка.



7. Непрерывность функции.

- **Опр.11.** Функция y=f(x) **непрерывна** на промежутке X, если при малом изменении аргумента функция меняется незначительно.
- При этом график непрерывной функции сплошной и не имеет разрывов.

Схема исследования

- 1) область определения функции;
- 2) монотонность;
- 3) ограниченность;
- 4) $y_{\text{наим}}$, $y_{\text{наиб}}$;
- 5) непрерывность;
- 6) область значений;
- 7) выпуклость.

- 8) четность.

Четность и нечетность функции

Токарева Инна Александровна
учитель математики
МБОУ гимназия №1
г. Липецка

5. Четность и нечетность функции.

- Область определения называется **симметричной**, если функция определена и в точке x_0 и в точке (-x_0) (т.е. в точке симметричной x_0 относительно начала числовой оси).

Пример 6. Найти область определения функции:

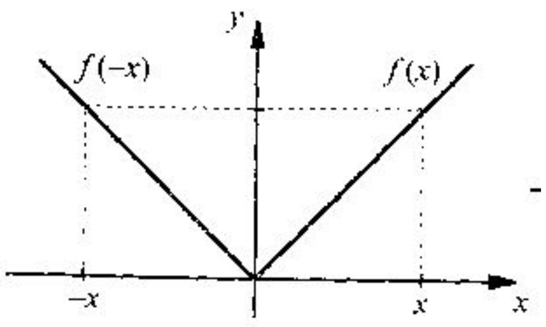
а) $$f(x)=\frac{2-3x}{x^2-4}$$

б) $$f(x)=\frac{2-3x}{x\ \ -4}$$

5. Четность и нечетность функции.

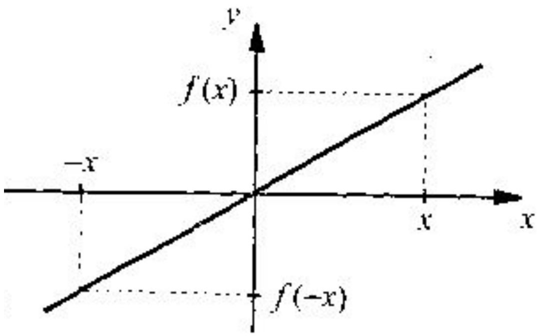
- Понятие **четности** вводится **только** для функции **с симметричной областью определения**.

Опр.8. Функция называется **четной**, если **при изменении знака аргумента значение функции не меняется**, т.е. $f(-x) = f(x)$.

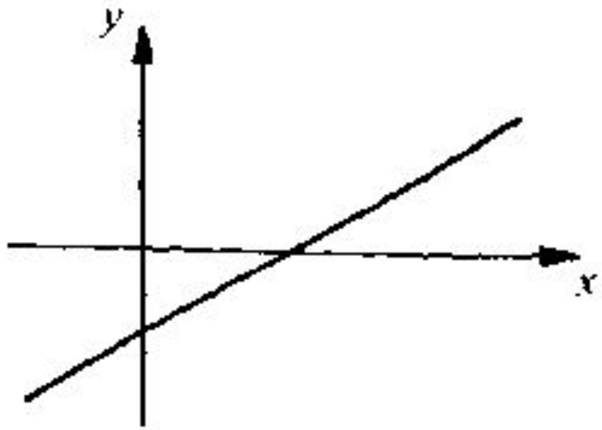


Четная функция,
$f(-x) = f(x)$

Опр.9. Функция называется **нечетной**, если **при изменении знака аргумента значение функции также меняется на противоположное**, т.е. $f(-x) = -f(x)$.



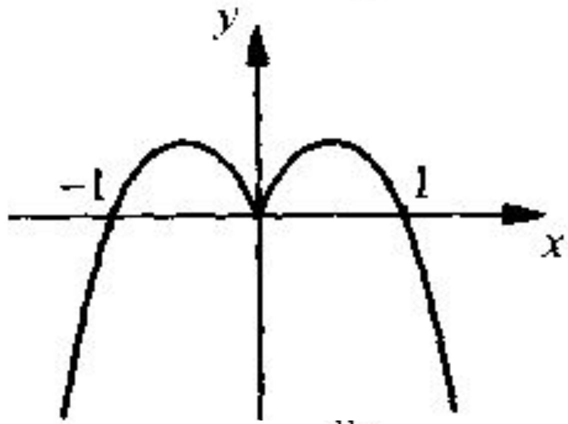
Нечетная функция,
$f(-x) = -f(x)$



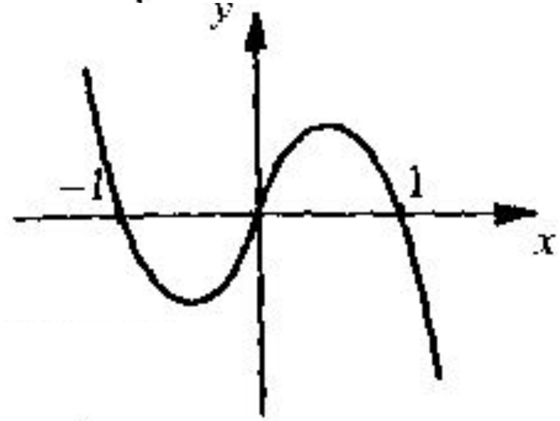
Функция, не имеющая четности

Пример 7. Выяснить четность функций:

А) $f(x) = |x| - x^2$;



Б) $f(x) = x - x^3$;



В) $f(x) = x - 2$.