

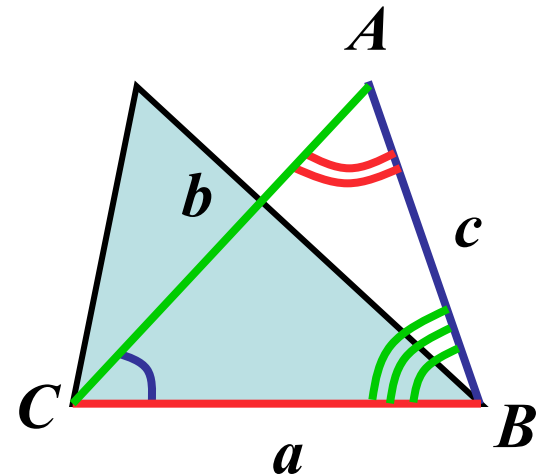
Теорема синусов

Геометрия 8 класс

Теорема синусов

Формулировка. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Задачи

Нахождение стороны

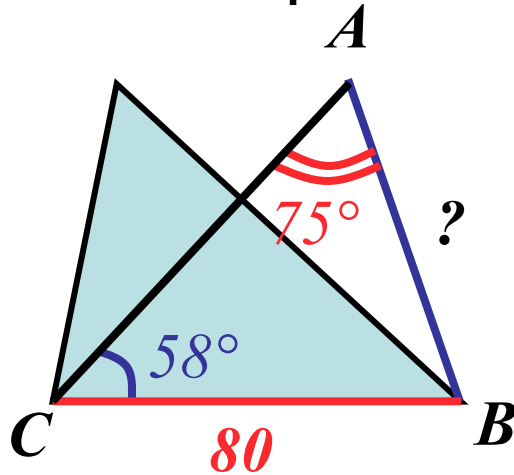
Дано:

$$BC = 80,$$

$$\angle C = 58^\circ$$

$$\angle A = 75^\circ$$

Найти: AB



Решение.

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A}$$

$$AB = \frac{80 \cdot \sin 58^\circ}{\sin 75^\circ} \approx \frac{80 \cdot 0,85}{0,97}$$

$$AB \approx 70$$

Нахождение угла

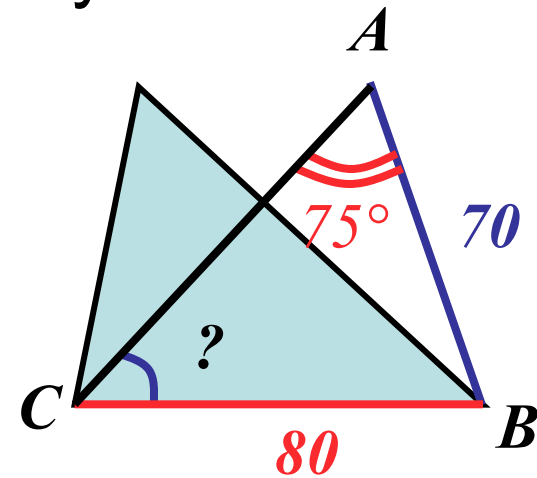
Дано:

$$BC = 80,$$

$$AB = 70$$

$$\angle A = 75^\circ$$

Найти: $\angle C$



Решение.

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

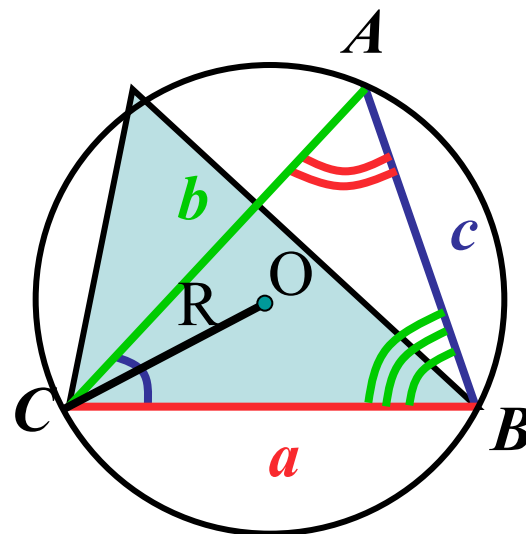
$$\sin C = \frac{AB \cdot \sin A}{BC}$$

$$\sin C = \frac{70 \cdot \sin 75^\circ}{80} \approx \frac{70 \cdot 0,97}{80}$$

$$\sin C \approx 0,85, \quad \angle C \approx 58^\circ$$

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



Пример

Дано: треугольник ABC

$$BC = 16 \text{ см}$$

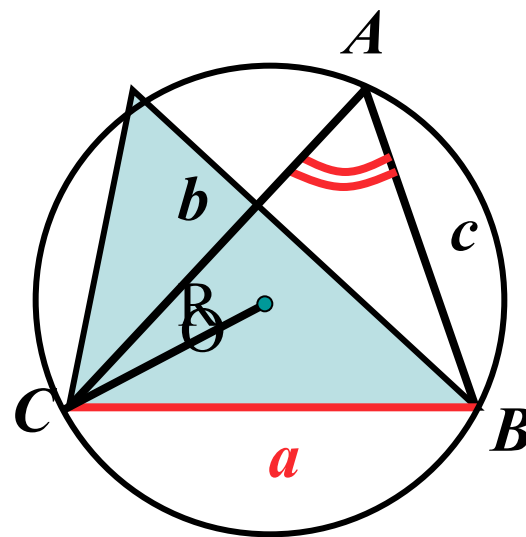
$$\angle A = 60^\circ$$

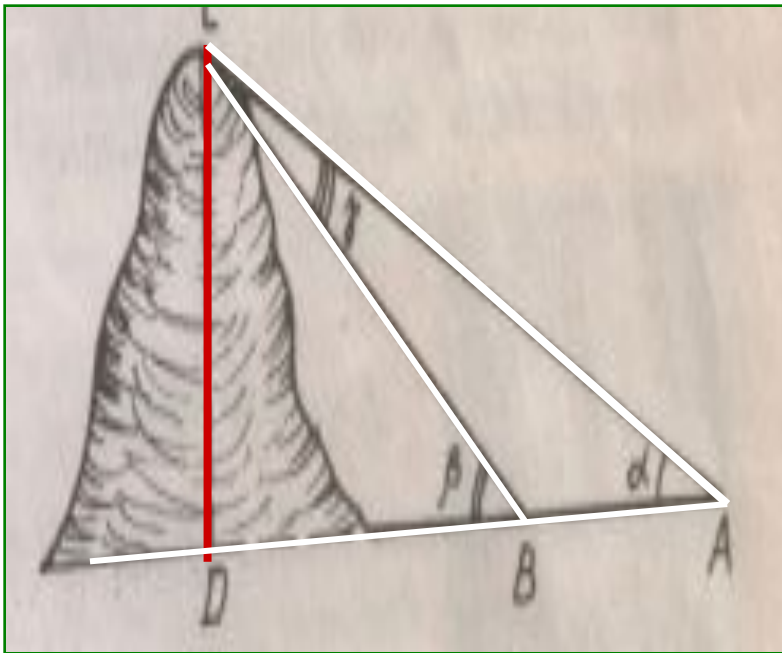
R - ?

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

$$R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{16}{2 \sin 60^\circ}$$

$$R = \frac{16}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$





Вершина горы видна из точки А под углом $38^{\circ} 42'$, а при приближении к горе на 200 м вершина стала видна под углом 42° . Найти высоту горы.

Дано: $AB = 200$ м, $\angle CAB = \alpha = 38^{\circ} 42'$; $\angle CBD = \beta = 42^{\circ}$; $CD \perp DA$
Найти: CD .

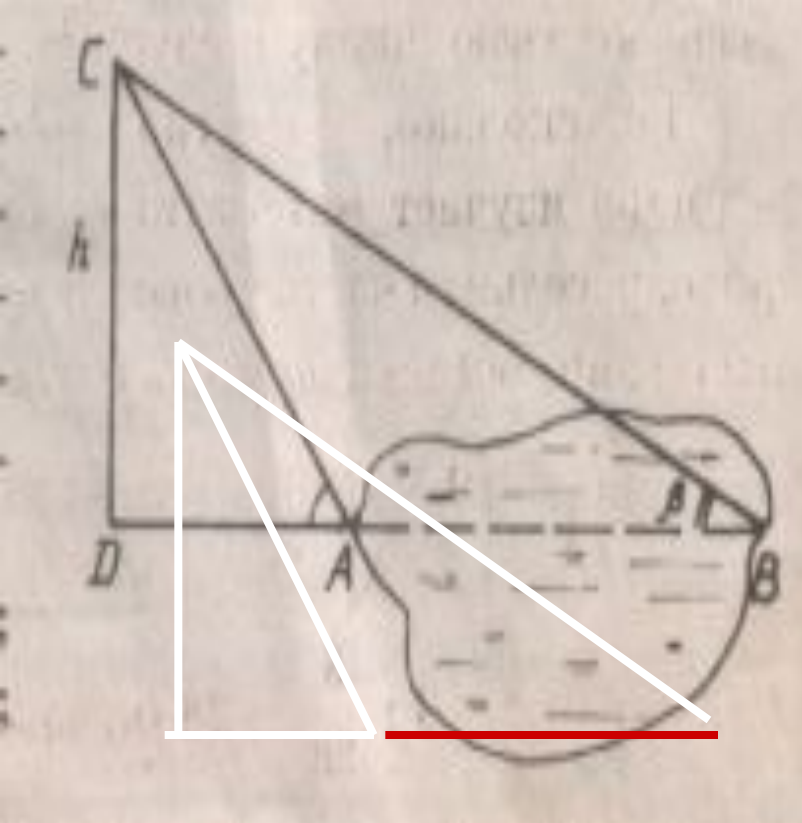
Решение. 1. Из $\triangle CBA$ по теореме синусов имеем равенство $CD \setminus \sin \alpha = AB \setminus \sin \gamma$, откуда $CB = AB \sin \alpha \setminus \sin \gamma$.

2. Угол β — внешний угол $\triangle ABC$, поэтому $\beta = \alpha + \gamma$, откуда $\gamma = \beta - \alpha$.

$$3. CB = 200 \sin \alpha \setminus \sin(\beta - \alpha) .$$

4. Из $\triangle CBD$ находим $CD = CB \sin \beta = 200 \sin \alpha \sin \beta \setminus \sin(\beta - \alpha) = 14325$ м.

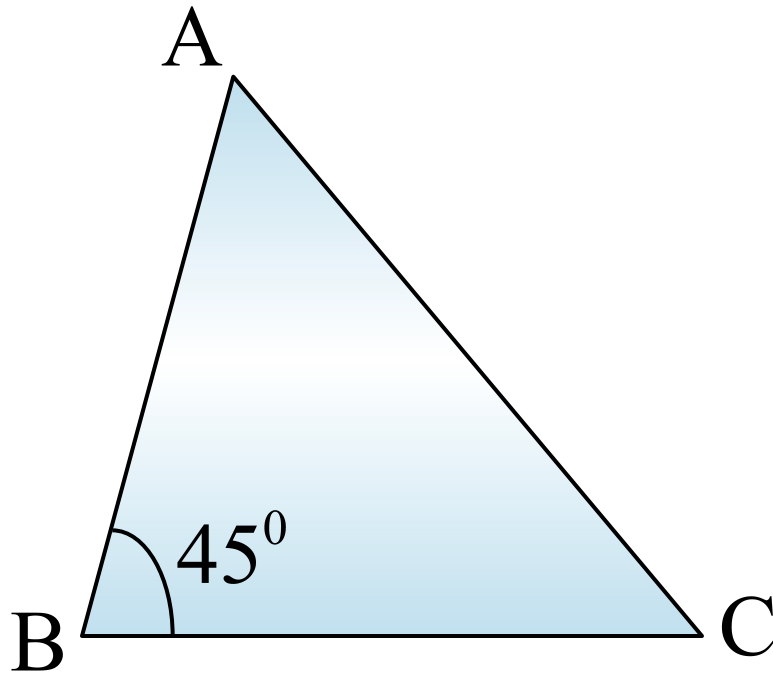
Ответ: $CD = 14\ 325$ м.



Для определения ширины непроходимого болота с вертолета, находящегося на высоте h , измерили углы α и β .
Найдите ширину болота

- **Дано:** $CD \perp DB$;
- $\angle CAB = \alpha$; $\angle CBD = \beta$,
 $CD = h$
- **Найти:** AB .
- **Решение:** 1. Из прямоугольного тр-ка ADC находим:
 $AC = h \sin \alpha$
- 2. Из $\triangle ABC$ по теореме синусов имеем:
 $AB \sin(\alpha - \beta) = AC \sin \beta \rightarrow$
 $AB = AC \sin(\alpha - \beta) \sin \beta =$
 $= h \sin(\alpha - \beta) \sin \beta$
- **Ответ:** $h \sin(\alpha - \beta) \sin \beta$

Задача 3



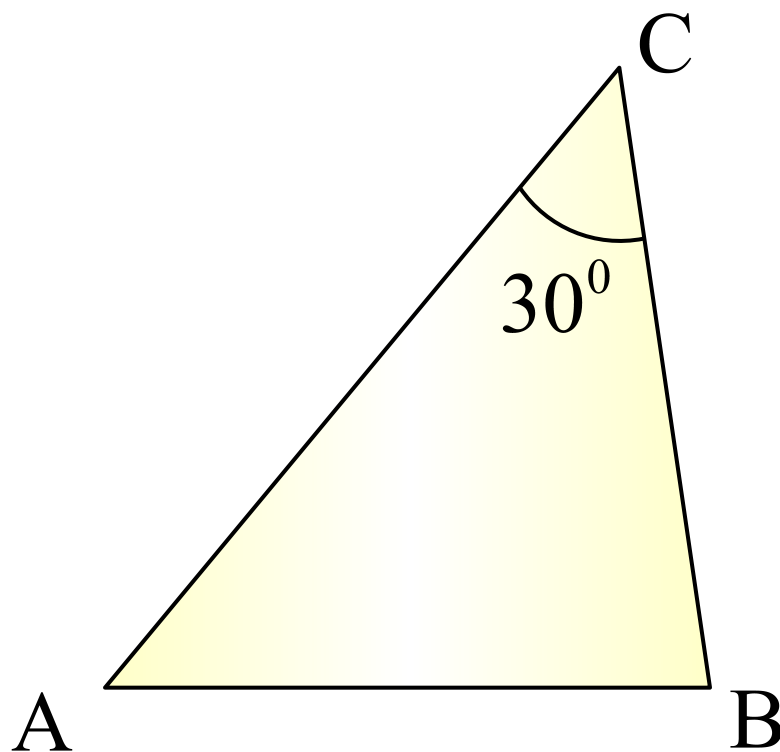
$$AC = 4\sqrt{2}$$

R - ?

Ответ: R = 4



Задача 4



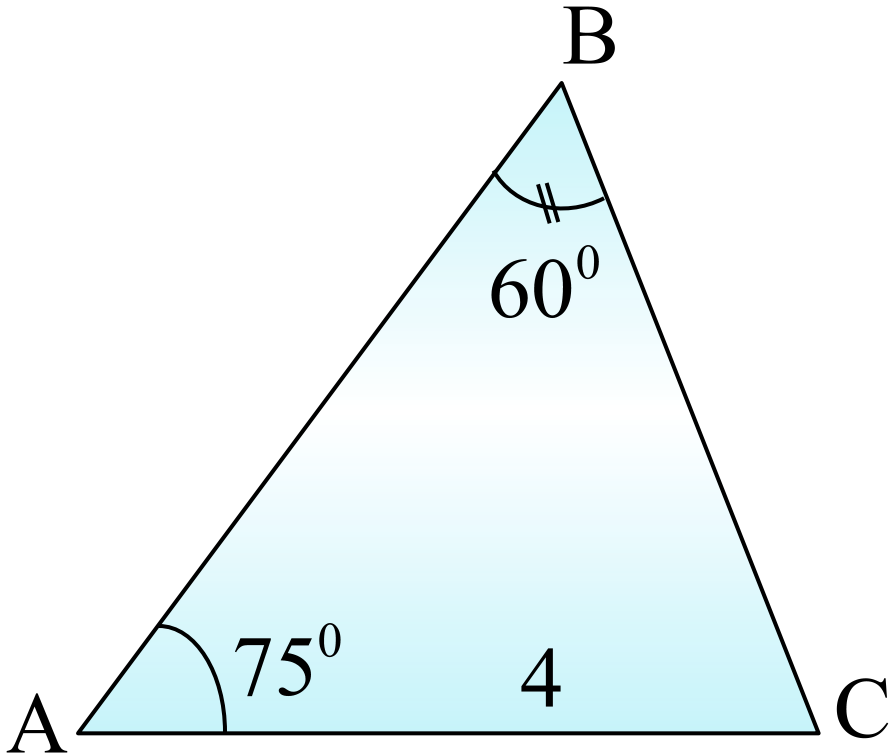
$$d = 14$$

AB – ?

Ответ:

$$AB = 7$$

Задача 5

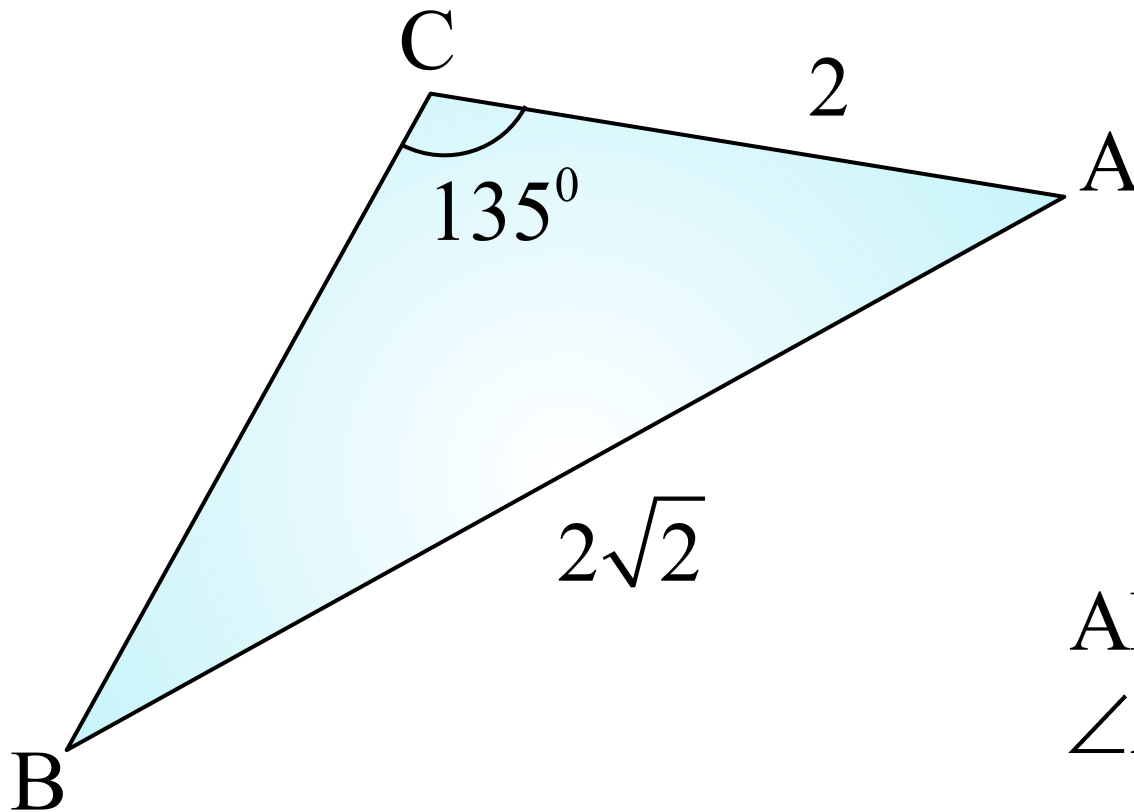


$$AC = 4, \angle BAC = 75^{\circ}$$
$$\angle ABC = 60^{\circ}$$

AB – ?

Ответ: $AB = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

Задача 6

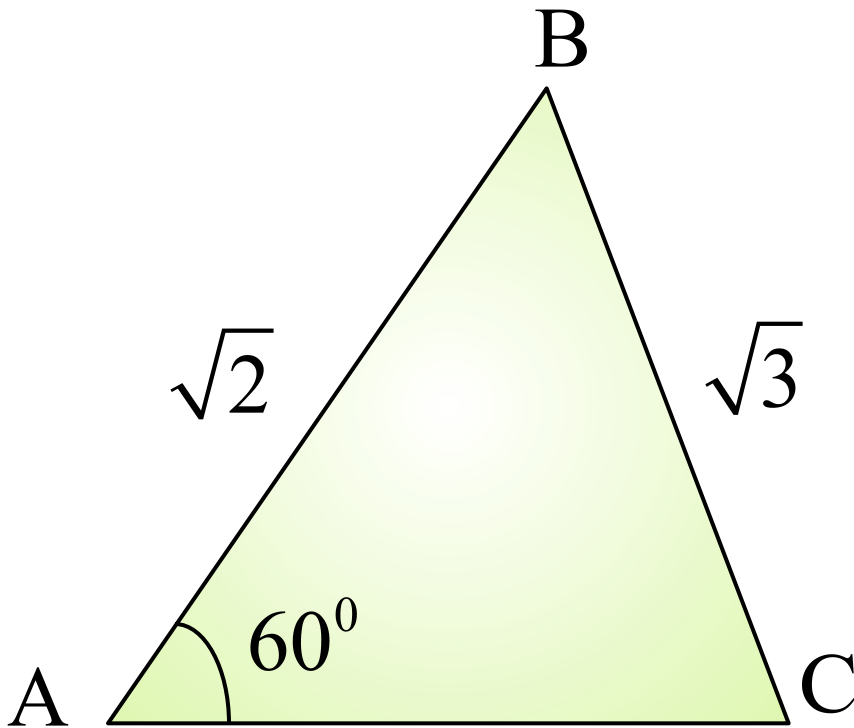


$$AB = 2\sqrt{2}, AC = 2,$$
$$\angle ACB = 135^{\circ}$$

$\angle A = ?$

Ответ: $\angle A = 15^{\circ}$

Задача 7



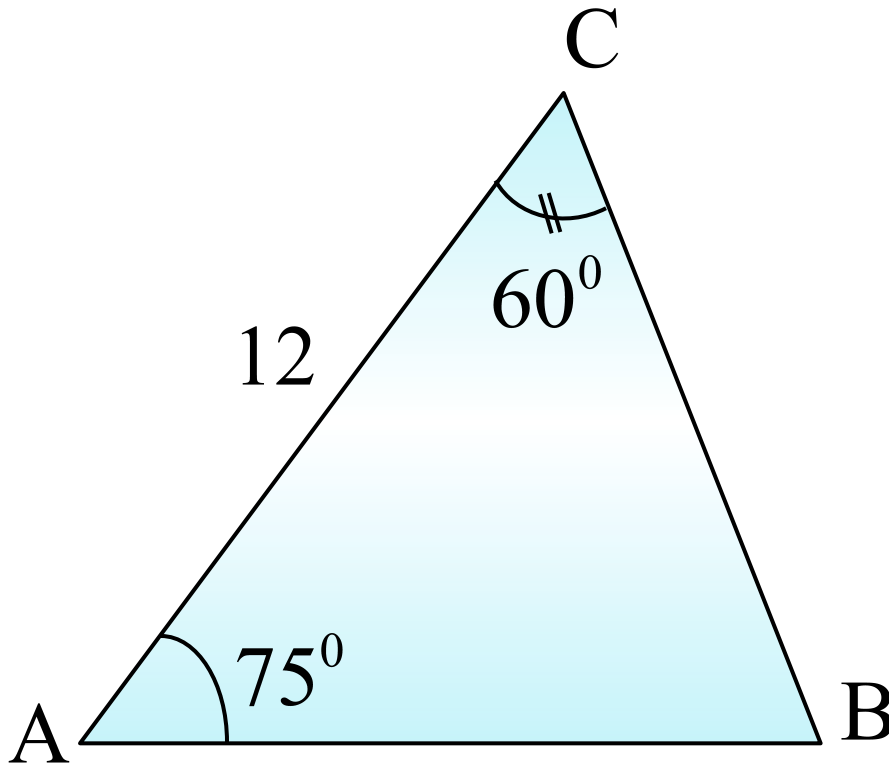
$$AB = \sqrt{2}, BC = \sqrt{3}$$

$$\angle BAC = 60^\circ$$

$\angle B = ?$

Ответ: $\angle B = 75^\circ$

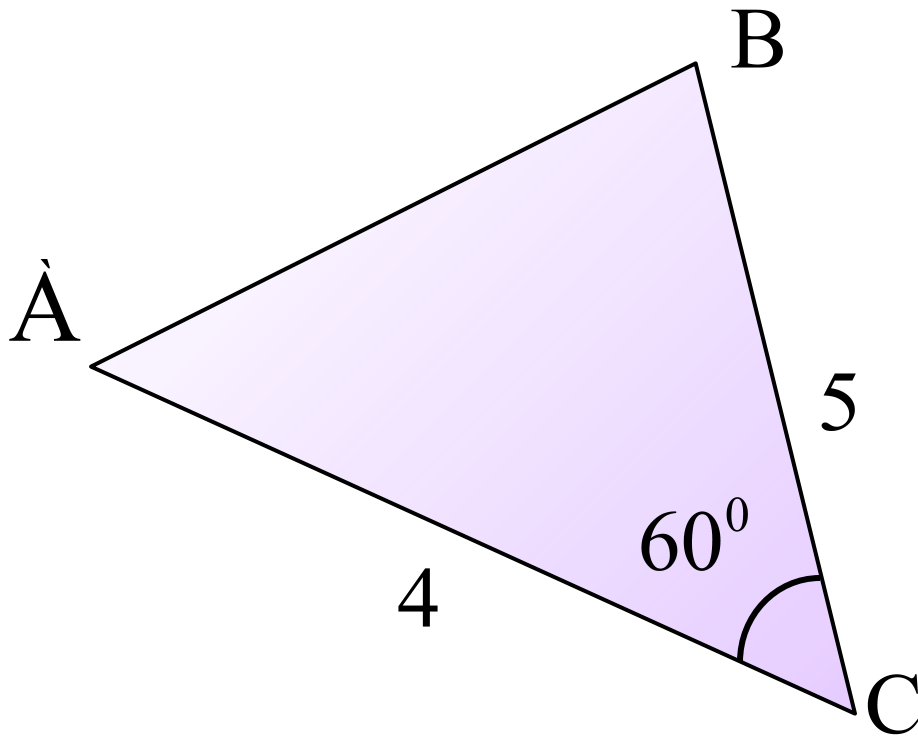
Задача 8



$$\begin{array}{l} AC = 12, \\ \angle BAC = 75^{\circ} \\ \angle BCA = 60^{\circ} \\ \hline AB = ? \end{array}$$

Ответ: $AB = 6\sqrt{6}$

Задача



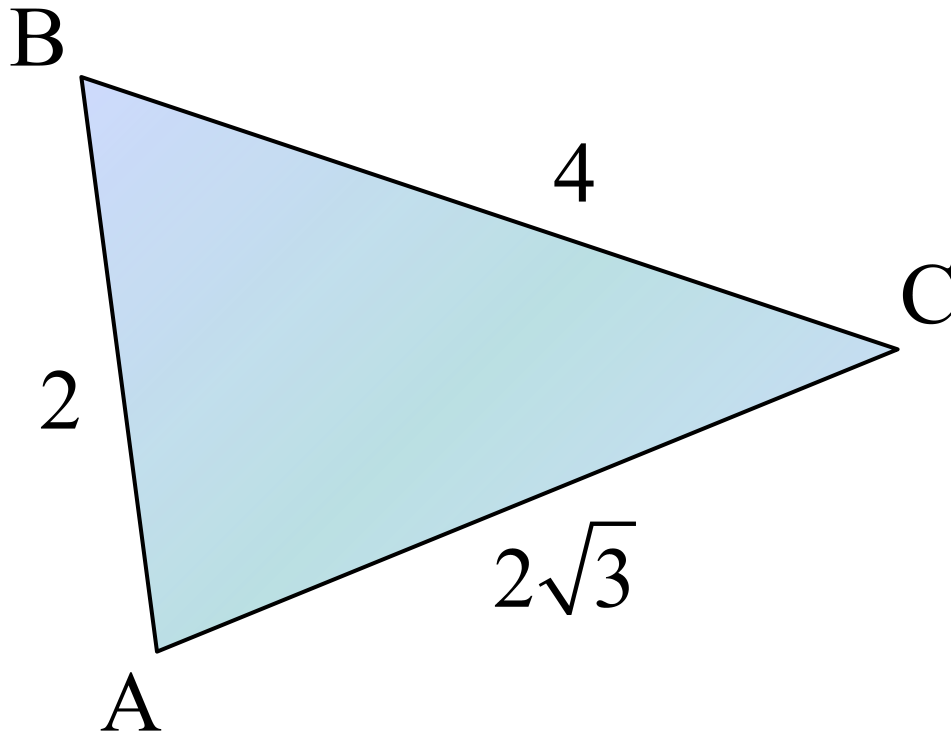
$$AB = 5, AC = 4$$

$$\angle ACB = 60^{\circ}$$

AB – ?

Ответ: $AB = \sqrt{21}$

Задача



$$AB = 2, BC = 4,$$
$$AC = 2\sqrt{3}$$

$\angle B - ?$

Ответ: $\angle B = 60^{\circ}$