$\sin x = a$

$\cos x = a$

$tg\, x = a$

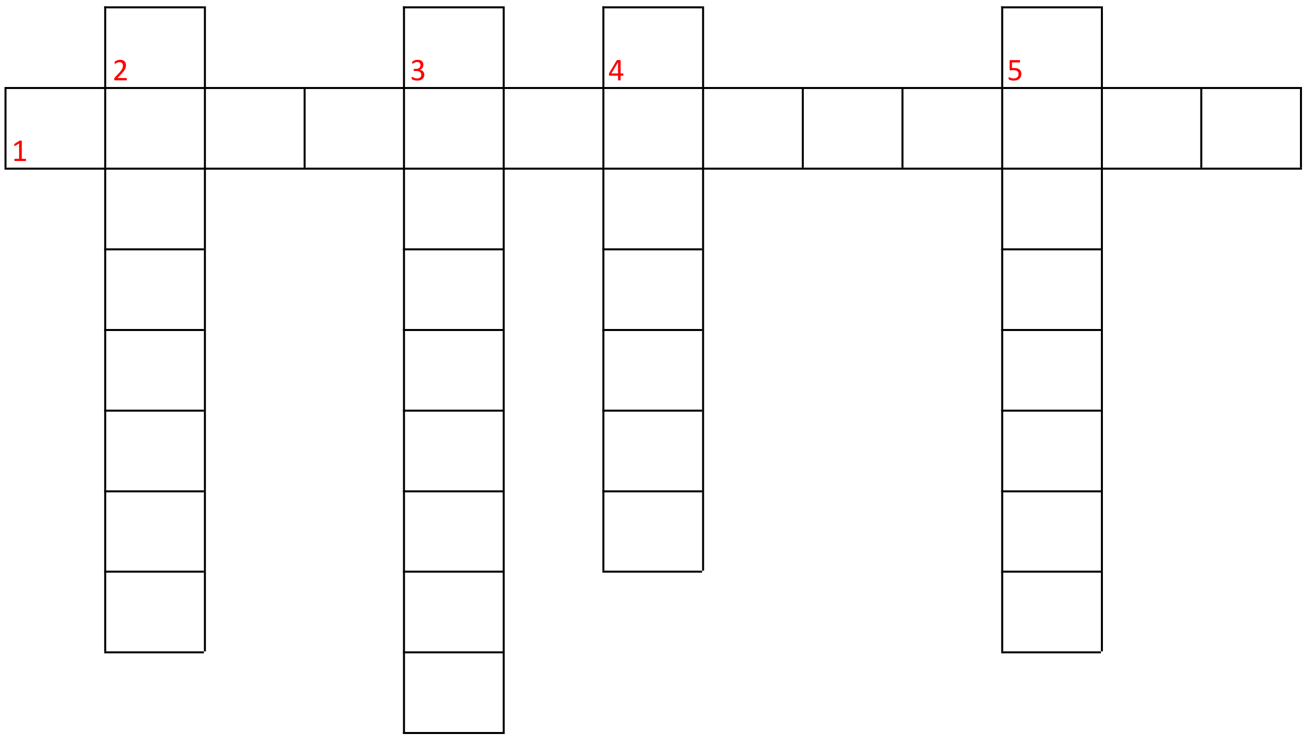
$ctg x = a$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

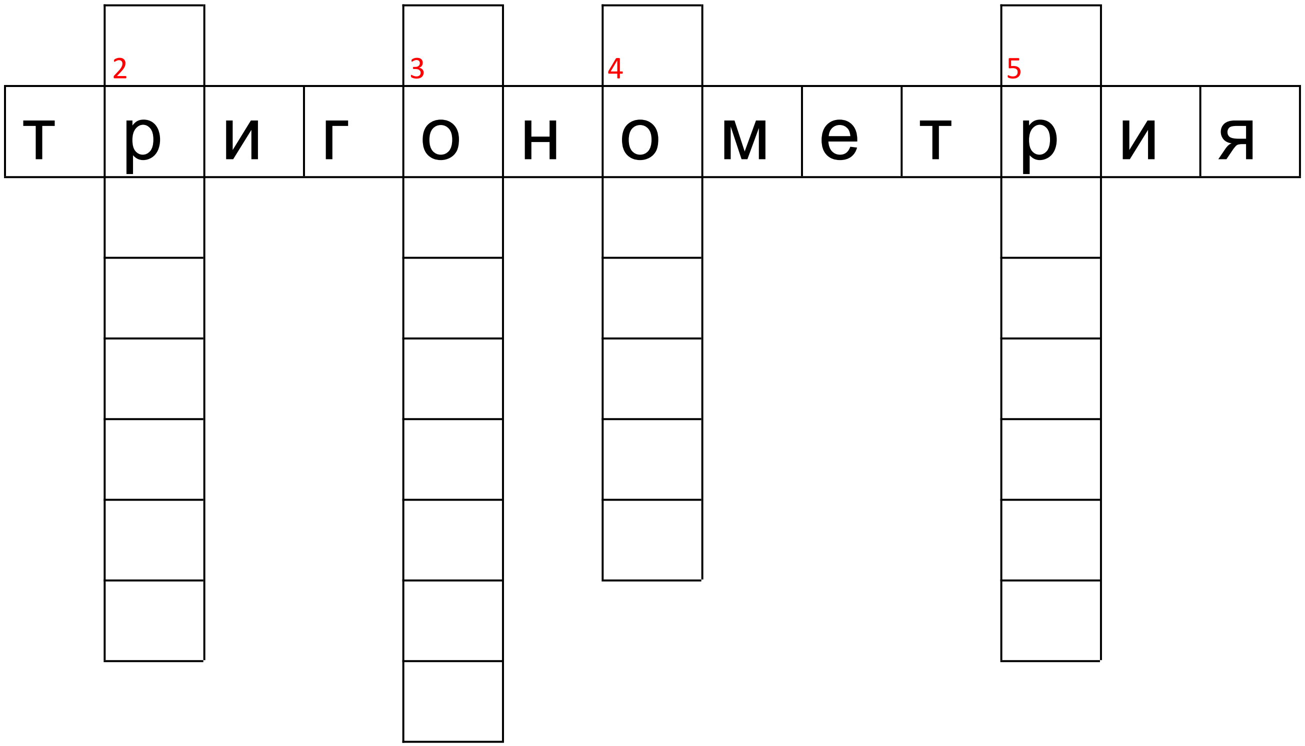
Учитель 1 квалификационной категории
Алейникова Л.В.

МБОУ «Гатчинская средняя общеобразовательная школа №1»

КРОССВОРД



КРОССВОРД



КРОССВОРД

	а			3		4				5		
т	р	и	г	о	н	о	м	е	т	р	и	я
	к											
	с											
	и											
	н											
	у											
	с											

КРОССВОРД

	а			к		4				5		
т	р	и	г	о	н	о	м	е	т	р	и	я
	к			т								
	с			а								
	и			н								
	н			г								
	у			е								
	с			н								
				с								

КРОССВОРД

	а			к		к				5		
т	р	и	г	о	н	о	м	е	т	р	и	я
	к			т		с						
	с			а		и						
	и			н		н						
	н			г		у						
	у			е		с						
	с			н								
				с								

КРОССВОРД

	а			к		к				о		
т	р	и	г	о	н	о	м	е	т	р	и	я
	к			т		с				д		
	с			а		и				и		
	и			н		н				н		
	н			г		у				а		
	у			е		с				т		
	с			н						а		
				с								

ЧТОБЫ ПРАВИЛЬНО РЕШАТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ НАДО:

1) уметь отмечать точки на числовой окружности;
2) уметь определять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для координат точек числовой окружности;
3) знать свойства основных тригонометрических функций;
4) знать понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса и уметь отмечать их на числовой окружности.

ВЫЧИСЛИ УСТНО:

$\sin\frac{3\pi}{4}$ $\sin 0$ $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ $arccos\frac{1}{2}$ $arctg1$

$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

ОТВЕТЫ:

$$sin\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 0 = 0$$

$$\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$$

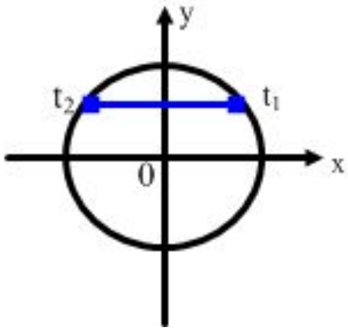
$$\arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

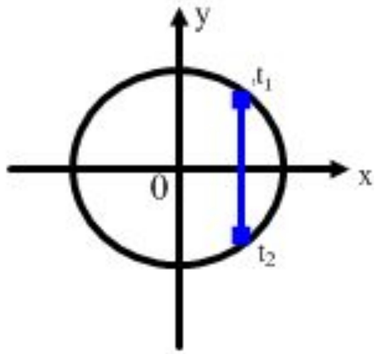
$$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$$

ДЛЯ КАЖДОГО РИСУНКА ПОДБЕРИТЕ СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ УРАВНЕНИЕ

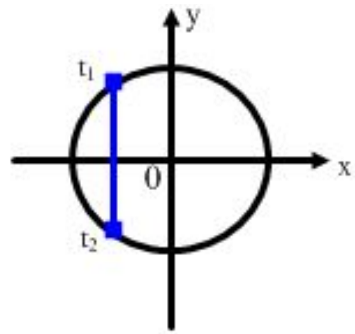
А)



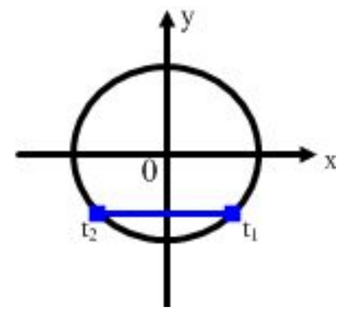
Б)



В)



Г)



1) $cost=\frac{1}{2}$

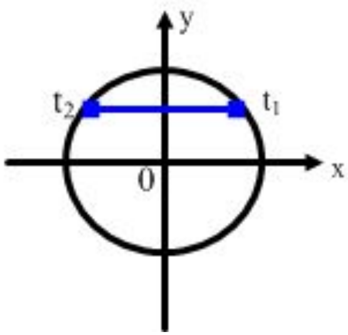
2) $sint=\frac{1}{2}$

3) $sint=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $cost=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

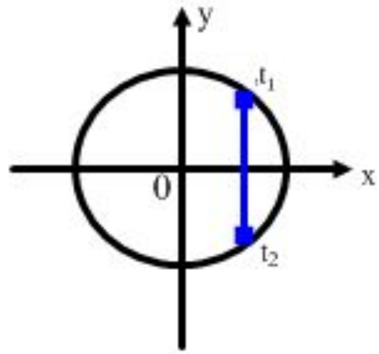
ДЛЯ КАЖДОГО РИСУНКА ПОДБЕРИТЕ СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ УРАВНЕНИЕ

А)



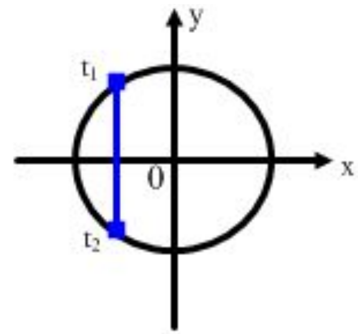
2)

Б)



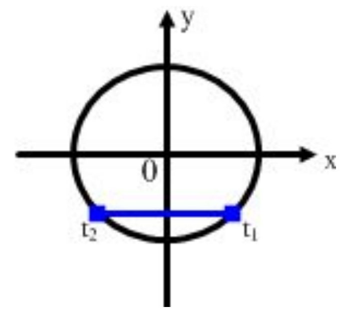
1)

В)



4)

Г)



3)

$sint = \frac{1}{2}$ $\quad$ $cost = \frac{1}{2}$ $\quad$ $cost = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ $sint = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

1) ***sin x = 0***	***а)***	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
2) cos x = -1	***б)***	$\pi k, \quad k \in Z$
3) sin x = 1	***в)***	$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$
4) tg x = 1	***г)***	$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$
5) ctgx = 0	***д)***	$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

1) ***sin x = 0***	***а)***	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \ \ k \in Z$
2) cos x = -1	***б)***	$\pi k, \ \ k \in Z$
3) sin x = 1	***в)***	$\frac{\pi}{2} + \pi k, \ \ k \in Z$
4) tg x = 1	***г)***	$\pi + 2\pi k, \ \ k \in Z$
5) ctgx = 0	***д)***	$\frac{\pi}{4} + \pi k, \ \ k \in Z$

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

1) $\sin x = 0$	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
2) $\cos x = -1$	б) $\pi k, \quad k \in Z$
3) $\sin x = 1$	в) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$
4) $tg\, x = 1$	г) $\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$
5) $ctgx = 0$	д) $\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

1) ***sin x = 0***	***а)***	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ \ k \in Z$
2) cos x = -1	***б)***	$\pi k,\ \ k \in Z$
3) sin x = 1	***в)***	$\frac{\pi}{2} + \pi k,\ \ k \in Z$
4) tg x = 1	***г)***	$\pi + 2\pi k,\ \ k \in Z$
5) ctgx = 0	***д)***	$\frac{\pi}{4} + \pi k,\ \ k \in Z$

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

1) ***sin x = 0***

2) ***cos x = -1***

3) ***sin x = 1***

4) ***tg x = 1***

5) ***ctgx = 0***

а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$

б) $\pi k, \quad k \in Z$

в) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$

г) $\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$

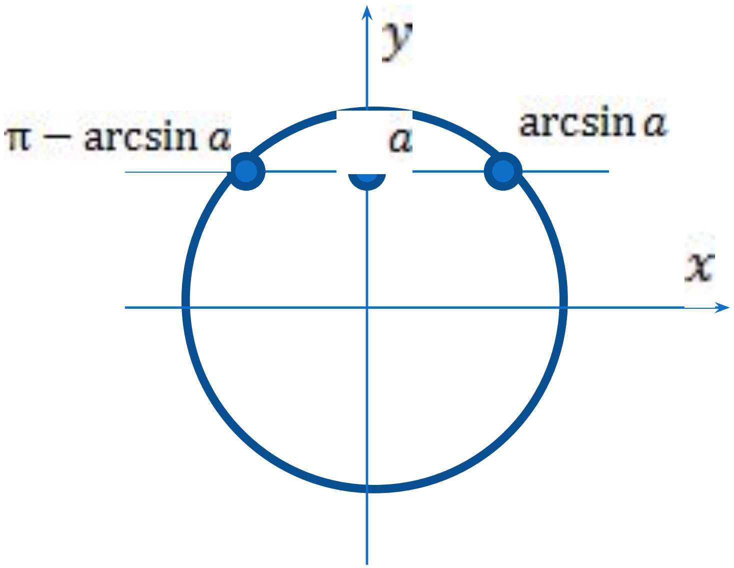
д) $\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

1) ***sin x = 0***	***а)***	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
2) cos x = -1	***б)***	$\pi k, \quad k \in Z$
3) sin x = 1	***в)***	$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$
4) tg x = 1	***г)***	$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$
5) ctgx = 0	***д)***	$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

арксинус и решение уравнений sin t=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a, |a|<1. Корни, симметричные относительно оси ОУ можно записать как



$$t = \left[\begin{array}{l} arcsina + 2\pi k, \\ \pi - arcsina + 2\pi k, k \epsilon \mathbf{Z} \end{array} \right.$$

В общем виде $t=(-1)^k \arcsin a+\Pi k,\ k \in Z$

$$\sin t = a\ ,|a| \le 1$$

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi k, k \epsilon Z$$

Частные случаи:

a = 0	a = -1	a = 1
$t = \pi k$, $k \epsilon Z$	$t = \pi/2 + 2\pi k$, $k \epsilon Z$	$t = \pi/2 + 2\pi k$, $k \epsilon Z$

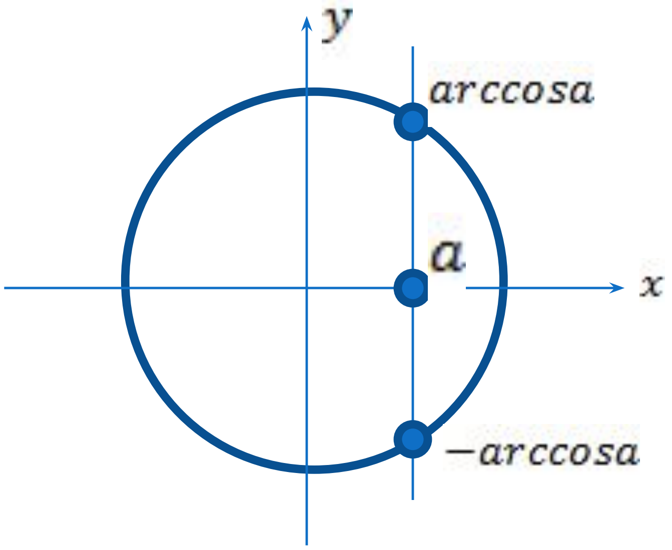
$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

t	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
sint	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$

арккосинус и решение уравнений cos t=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a, |a|<1. Корни, симметричные относительно оси OX можно записать как

$$t=\left[\begin{array}{l} \arccos a + 2\pi k \\ -\arccos a + 2\pi k, k \epsilon Z \end{array}\right.$$



В общем виде t= $\pm\arccos a + 2\pi k, k \in Z$

$\cos t = a$, $|a| \le 1$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи:

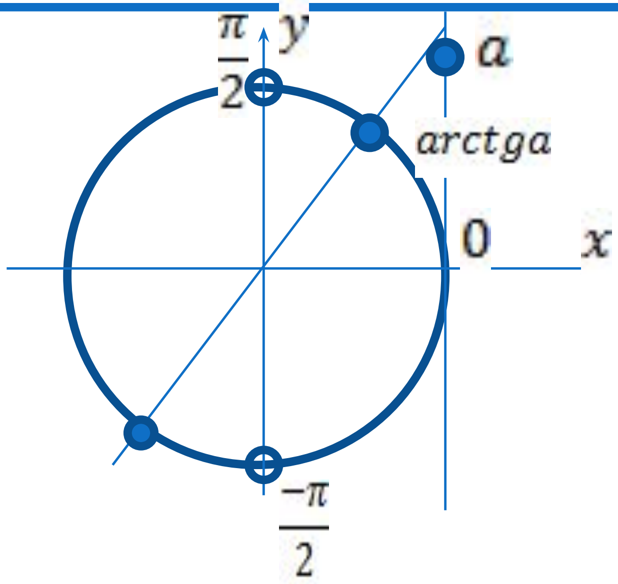
$a = 0$	$a = -1$	$a = 1$
$t = \pi/2 + \pi k,$ $k \in Z$	$t = \pi + 2\pi k,$ $k \in Z$	$t = 2\pi k,$ $k \in Z$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

t	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\cos t$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$

арктангенс и решение уравнений tg t=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение tg t=a.



$$t = arctga + \pi k, k \epsilon Z$$

tg t = a

$$t = arctg a + \pi k, k \epsilon Z$$

Частные случаи:

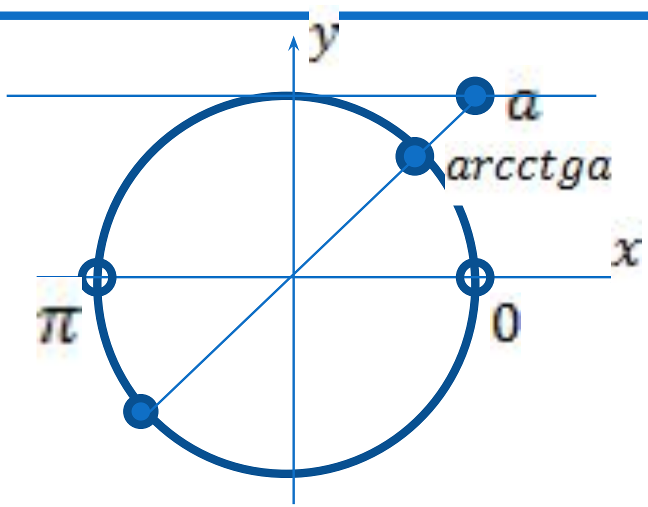
a = 0	a = -1	a = 1
t = πk, k ϵ Z	t = -π/4 + π k	t = π/4 + π k

arctg (-a) = - arctg a

t	π /6	π /4	π /3
tg t	√3 / 3	1	√3

арккотангенс и решение уравнений ctg t=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение ctg t=a.



$$t = arcctg a + \pi k, k \in Z$$

$ctg\ t = a,$

$$t = arcctg a + \pi k, k \epsilon Z$$

Частные случаи:

a = 0	a = -1	a = 1
$t = \pi/2 + \pi k$, $k \in Z$	$t = 3\pi/4 + \pi k$, $k \in Z$	$t = \pi/4 + \pi k$, $k \in Z$

$$arcctg\ (-a) = \pi - arcctg\ a$$

t	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
ctgt	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$

ЗАПОМНИ

	a=0	a=1	a=-1	$\lvert a\rvert < 1$, $a \neq 0$
$\sin t = a$	$t = \pi k$	$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$	$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$	$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k$
$\cos t = a$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$	$t = 2\pi k$	$t = \pi + 2\pi k$	$t = \pm \arccos a + 2\pi k$
$tg\, t = a$	$t = \pi k$	$t = \frac{\pi}{4} + \pi k$	$t = -\frac{\pi}{4} + \pi k$	$t = arctg\, a + \pi k, k \in Z$
$ctg\, t = a$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$	$t = \frac{\pi}{4} + \pi k$	$t = \frac{3\pi}{4} + \pi k$	$t = arcctg\, a + \pi k, k \in Z$

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Применение формул корней

$\sin x = a$

Метод введения новой переменной

$\sin 2x = \frac{1}{2}, где$

$t = 2x$

Метод разложения на множители

$2cosx - 3sinxcosx = 0$

НАША ЗАДАЧА:
СВЕСТИ ЛЮБОЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ.

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ

$$\cos\frac{2}{3}x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

x= ±arccos a + 2π k, k є Z

$$\frac{2}{3}x = \pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k\ ,$$

$$\frac{2}{3}x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \Big| \div\frac{2}{3}$$

$$x = \pm\frac{9\pi}{8} + 3\pi k, k \in Z$$

$$\textit{Ответ}: x = \pm\frac{9\pi}{8} + 3\pi k, k \in Z$$

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ

$\sin 2x = \frac{1}{2}$

$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in z$

$2x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n,$

$2x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad \Big| \div 2$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)=0$$

Это частный вид уравнения cos t=0,
t= $\frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z$

$$\frac{\pi}{3}-3x=\frac{\pi}{2}+\pi k,$$

$$-3x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}+\pi k,$$

$$-3x=\frac{\pi}{6}+\pi k, \quad \Big| \div(-3)$$

$$x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}, k \in Z$$

$$\textit{Ответ}: x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}, k \in Z$$

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ

$$tg\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

x = arctg a + πk,k є z

$$4x-\frac{\pi}{6}=arctg\frac{\sqrt{3}}{3}+\pi k, k\epsilon Z$$

$$4x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+\pi k,$$

$$4x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}+\pi k,$$

$$4x=\frac{\pi}{3}+\pi k, \quad \Big| :4$$

$$x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{4}, k\in Z$$

$$Ответ: \frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{4}, k\in Z$$

РЕШИ САМ

Уровень А **Уровень Б**

Решите уравнения:

Уровень А:

1. $sinx = \frac{1}{2}$
2. $sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$
3. $2\cos(\pi - x) + 1 = 0$

Уровень Б:

1. $cos3x + 4 = 0$
2. $4cos^2x - 4cosx + 1 = 0$
3. $2sin2x - 1 = 0$

n/n	ответ	код	n/n	ответ	код
1	Решений нет	С	5	$(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k, k\epsilon Z$	М
2	$\frac{\pi}{6} + \pi m, m\epsilon Z$	К	6	$\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k\epsilon Z$	Р
3	$\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m\epsilon Z$	А	7	$(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}k, k\epsilon Z$	П
4	$(-1)^k\frac{\pi}{6} + \pi n, \pi\epsilon Z$	у	8	$\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi m, m\epsilon Z$	О

РЕШИ САМ

Уровень А

УРА

Уровень Б

САМ

ЗАДАЧА ПРАКТИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ

Имеется функция $I = 10\sin(50\,t + 1)$,

где I – сила переменного тока . Определить такие моменты времени t, когда сила тока I равна 2 амперам.