

Решение тригонометрических уравнений

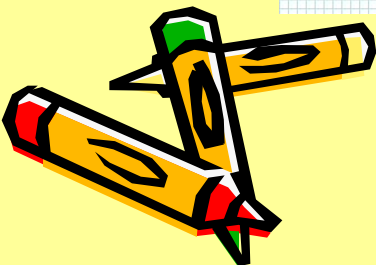


Что называется $\arcsin a$?

$$a \in [-1, 1] \quad \arcsin a = x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = a, \\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Что называется $\arccos a$?

$$a \in [-1, 1] \quad \arccos a = x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = a, \\ x \in [0, \pi] \end{cases}$$



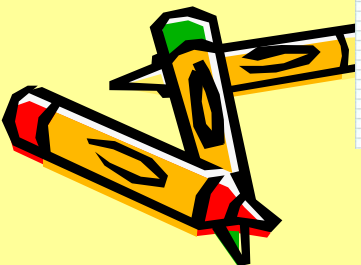
Чему равен $\arcsin(-a)$?

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

Назовите формулу нахождения корней уравнения вида $\sin x = a$?

$$\sin x = a$$

$$\begin{cases} x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ a \in [-1; 1], x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$



Чему равен $\arccos(-a)$?

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Назовите формулу нахождения корней уравнения вида
 $\cos x = a$

$$\cos x = a$$

$$\begin{cases} x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbf{Z} \\ a \in [-1; 1], x \in [0; \pi] \end{cases}$$



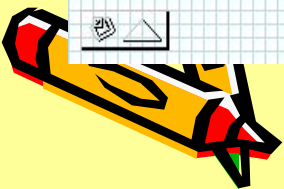
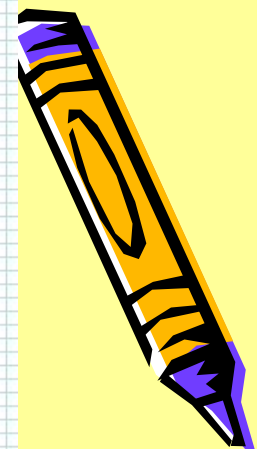
Устная работа:

$$\arccos \frac{1}{2} = \boxed{}$$

$$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{}$$

$$\arcsin \frac{1}{2} = \boxed{}$$



Решите уравнение:

1 вариант

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$$

2 вариант

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$



Варианта I

$$1) 2\sin x \cos x = 1$$

$$2) \cos^2 x - 5 \cos x + 1 = 0$$

Вариант II

$$1) \cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

$$2) 2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$$

Вариант III

$$1) \sqrt{3} \operatorname{tg}(6x + 30^\circ) + 1 = 0$$

$$2) 6\cos^2 x - 5\sin x - 5 = 0$$



$$\cos(4x - 2) = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

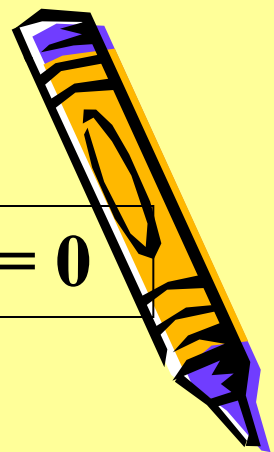
$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

$$(\operatorname{tg} x - \sqrt{3})(2\sin \frac{x}{2} + 1) = 0$$

$$3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$$

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$$

$$2\sin x - 3\cos x = 0$$



Однородные тригонометрические уравнения



$a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0, b \neq 0$.

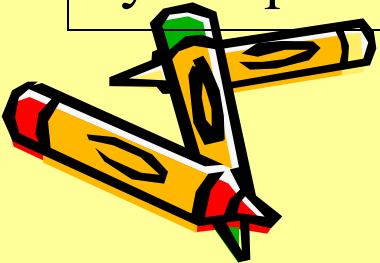
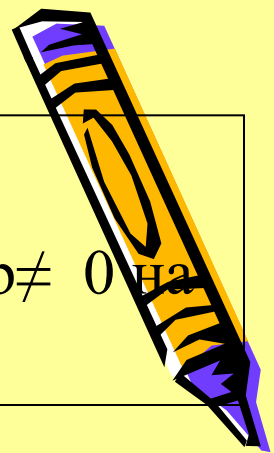
При делении уравнения $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0, b \neq 0$ на $\cos x \neq 0$ корни этого уравнения не теряются.

$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ где $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$.

если в этом уравнении есть одночлен $a \sin^2 x$, то делим уравнение на $\cos^2 x \neq 0$ (так как $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не могут равняться 0).

$b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$, где $b \neq 0, c \neq 0$.

(т.е. в уравнении нет одночлена $a \sin^2 x$), то уравнение решается путем разложения на множители.



Определите вид уравнения и укажите способ его решения:

а) $\sin x = 2 \cos x$;

б) $\sin x + \cos x = 0$;

в) $4 \cos 3x + 5 \sin 3x = 0$;

г) $1 + 7 \cos^2 x + 3 \sin^2 x = 0$;

д) $\sin 3x - \cos 3x = 0$;

е) $\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

