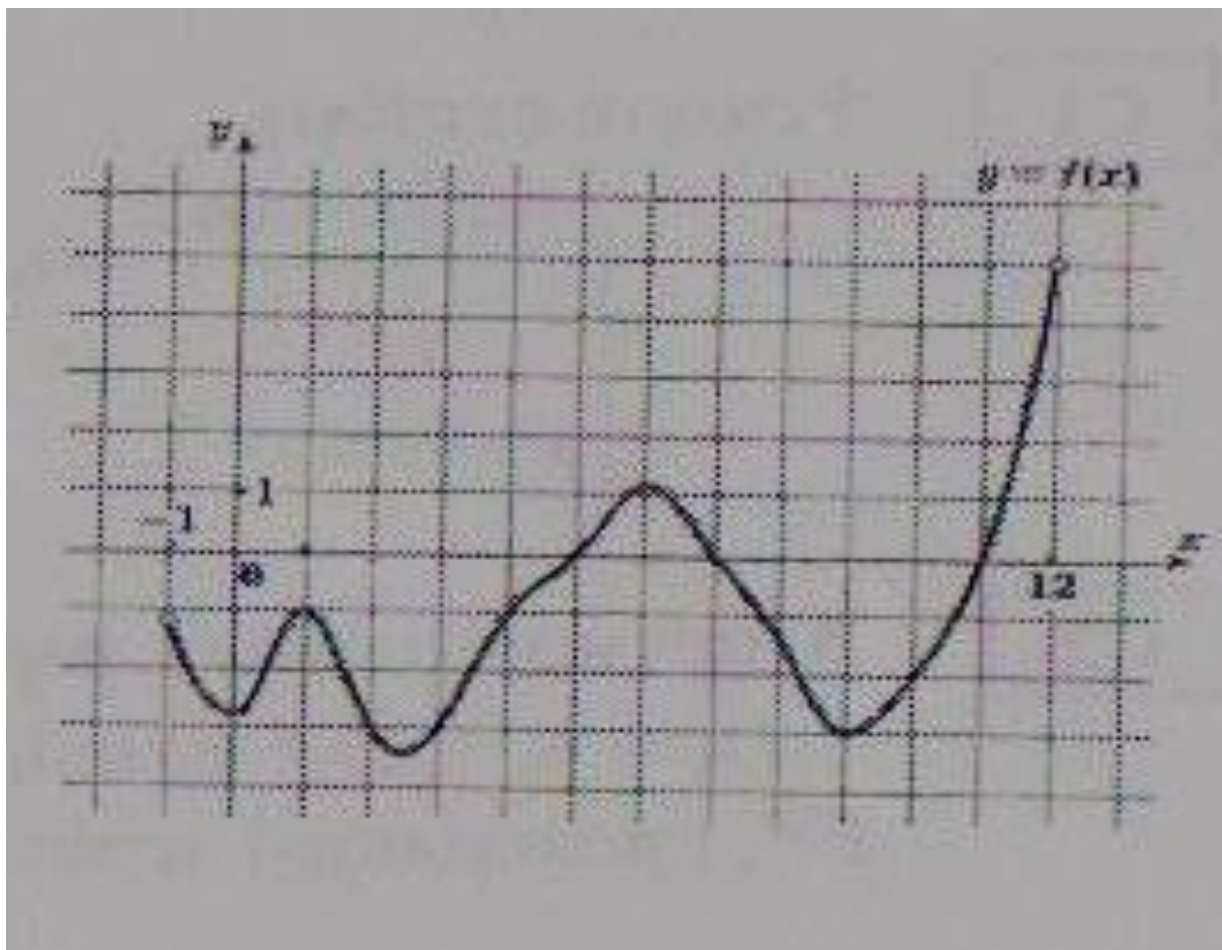


Функция задана на отрезке  $[4;9]$ . Укажите для нее количество промежутков возрастания, количество точек минимума.

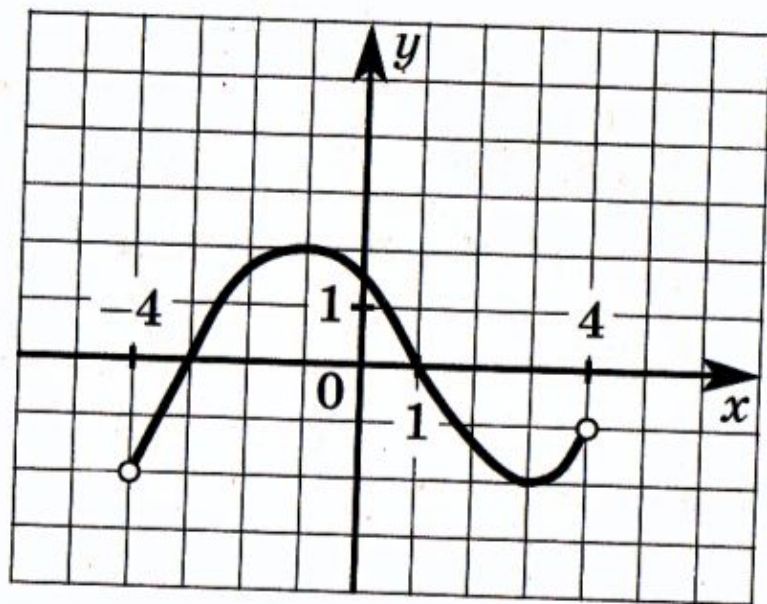


Функция задана на промежутке  $(-1; 12)$ . По ее графику определите количество промежутков убывания, количество точек максимума.

**В8.10.** Функция  $f(x)$  определена на отрезке  $[-4; 4]$ . На рисунке изображен график ее производной  $y = f'(x)$ . Найдите точку минимума этой функции.



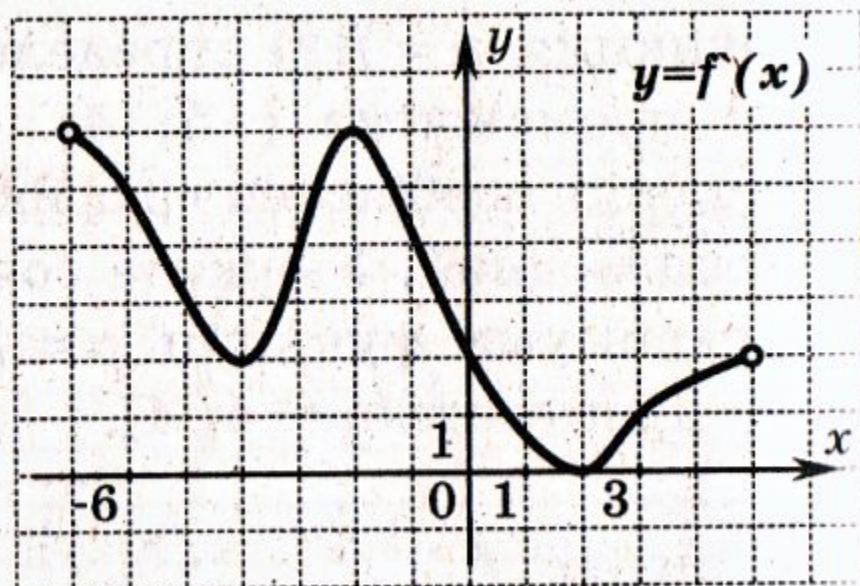
**В8.11.** Функция  $f(x)$  определена на отрезке  $[-4; 4]$ . На рисунке изображен график ее производной  $y = f'(x)$ . Найдите точку максимума этой функции.



Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-9; 2)$ . На рисунке изображен график ее



Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-7; 5)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение на отрезке  $[-6; 3]$ .



**Найдите наименьшее значение функции**

a.  $f(x) = x^2 + 10x + 26;$

b.  $f(x) = x^2 + 10x + 26 + \frac{1}{x^2 + 10x + 26}$

c.  $f(x) = \frac{81}{5^x + 2}$  на отрезке  $[-3; 2]$ .

*Тема урока:*



**Использование производной  
для нахождения оптимального  
решения в прикладных задачах**

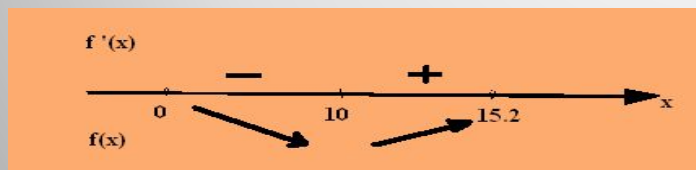
**(ЗАДАЧИ НА МАКСИМУМ И МИНИМУМ).**

## Задача.

**Представить число 76 в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы сумма квадратов всех слагаемых была наименьшей, а отношение первого числа ко второму было равно 2:3.**

## Решение.

- $x > 0$  – коэффициент пропорциональности,
- $2x$  – первое слагаемое,
- $3x$  – второе слагаемое.
- $76 - 2x - 3x = 76 - 5x$  – третье слагаемое,  $76 - 5x > 0$ ,  $x < 15,2$ .
- Сумма квадратов этих трех чисел равна  $(2x)^2 + (3x)^2 + (76 - 5x)^2 = 38x^2 - 760x + 76$
- Сумма квадратов трех чисел будет наименьшей при том значении  $x$ , при котором функция  $f(x) = 38x^2 - 760x + 76$  на интервале  $(0; 15,2)$  достигает своего наименьшего значения.
- $f'(x) = 76x - 760 = 76(x - 10)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 10$ .



- Эта функция принимает наименьшее значение на промежутке  $(0; 15,2)$  при  $x = 10$ , т.к. эта точка является точкой минимума и единственной точкой экстремума функции  $f(x)$  на этом промежутке.

**Или:**

- Сумма квадратов этих трех чисел равна  $(2x)^2 + (3x)^2 + (76-5x)^2 = 38x^2 - 760x + 76^2 = 38(x^2 - 20x + 152) = 38((x-10)^2 + 52)$ .
- Сумма квадратов трех чисел будет наименьшей при том значении  $x$ , при котором функция  $f(x) = 38((x-10)^2 + 52)$  на интервале  $(0; 15,2)$  достигает своего наименьшего значения. Для любого  $x \in \mathbb{R}$  эта функция принимает наименьшее значение только при  $x=10$ .
- Т.к.  $10 \in (0; 15,2)$ , то на промежутке  $(0; 15,2)$  существует единственная точка  $x=10$ , в которой функция достигает своего наименьшего значения.
- Следовательно, число 76 можно единственным образом представить в виде суммы согласно условиям задачи так:  
 **$76 = 20 + 30 + 26$ .**
- **Ответ:  $76 = 20 + 30 + 26$ .**



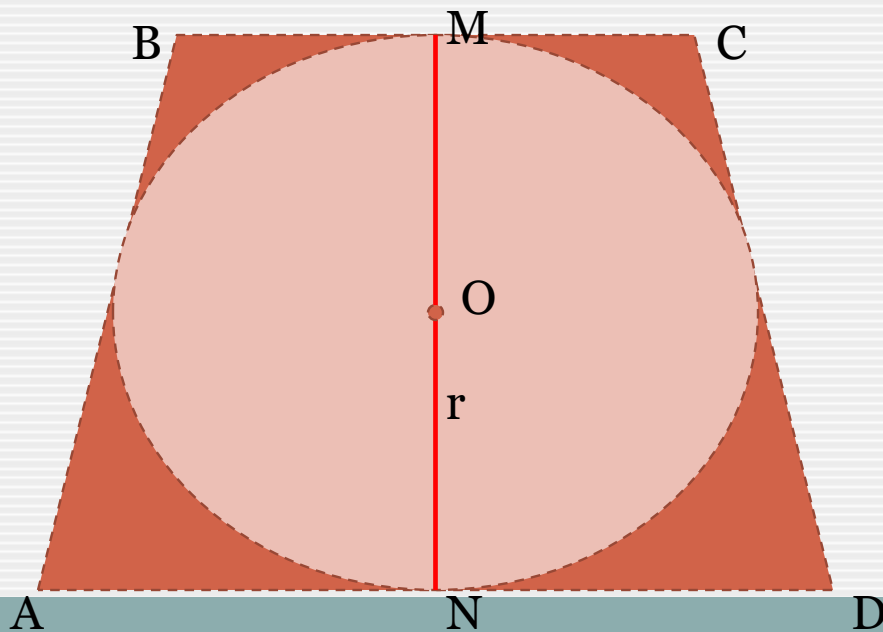
# Этапы решения задачи на максимум и минимум



- 1) Ввести переменную  $x$ , от значения которой зависит исследуемая величина - та, которая согласно условию задачи принимает наибольшее (наименьшее) значение.
- 2) Определить границы изменения переменной  $x$ —промежуток  $X$ .
- 3) Выразить через  $x$  величину, которая согласно условию задачи принимает наибольшее (наименьшее) значение (получить функцию  $f(x)$ ).
- 4) Исследовать функцию  $f(x)$ , заданную на  $X$ , найти ее критические точки, точки локального максимума (минимума).
- 5) Объяснить, почему в точке локального максимума (минимума) функция принимает наибольшее (наименьшее) значение.
- 6) Интерпретировать результаты исследования функции  $f(x)$  с точки зрения решаемой задачи.

## Задача №2

Площадь трапеции, описанной вокруг окружности, равна 2. Найти радиус окружности, если известно, что сумма длин боковых сторон и высоты трапеции принимает минимально возможное значение



## Задачи на максимум и минимум

Текстовые задачи

Уравнения и неравенства

Геометрические задачи

Задачи на смеси и сплавы

Уравнения и неравенства с параметрами

# Итог урока

- Что узнали нового?
- В чем из пройденного удалось разобраться лучше?
- Что осталось неясным?
- Что запомнилось из урока, понравилось?