

Понятие корня n -й степени из действительного числа

$$x^4 = 1$$

$$x^4 - 1 = 0$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$$

$$x^2 - 1 \quad \text{или}$$

$$(x - 1)(x + 1) = 0 \quad \text{нет решений}$$

или

$$x = 1 \quad x = -1$$

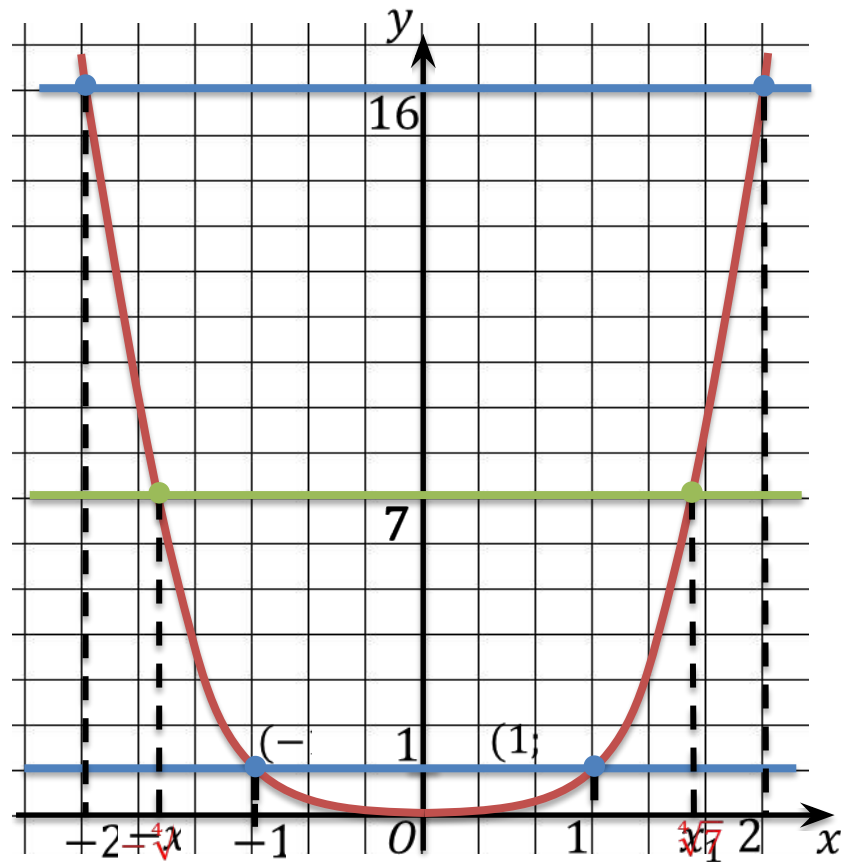
$$x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$x^4 = 7$$

x_1, x_2 — иррациональные числа

$$\sqrt[4]{\quad}$$

$$x_1 = \quad x_2 = -$$



$$x^3 = 5$$

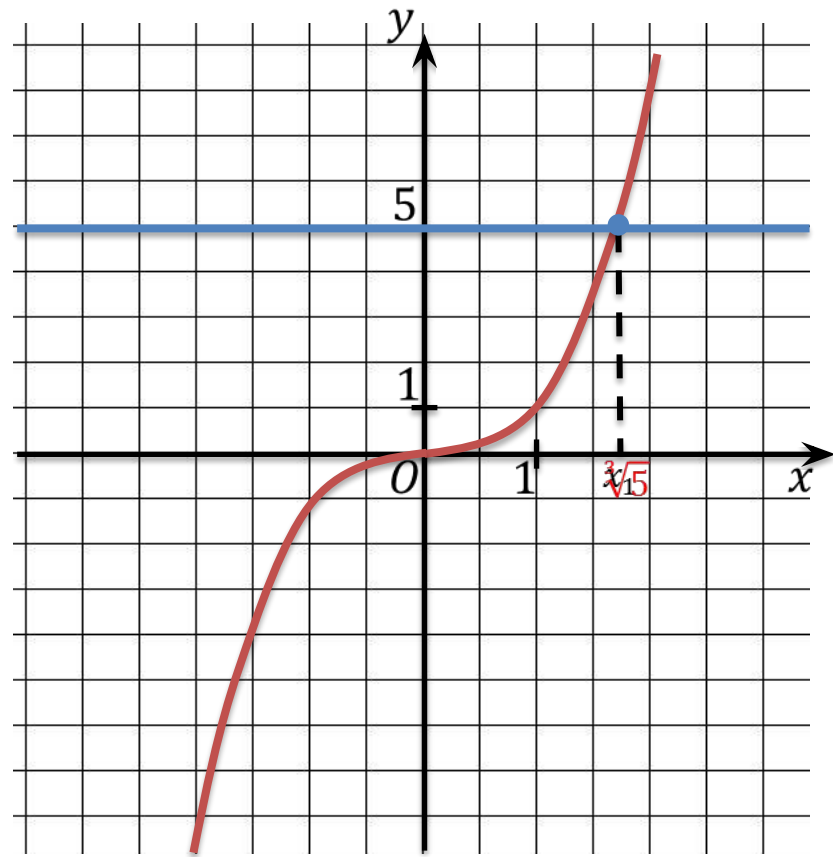
$$x_1 = \sqrt[3]{5}$$

$$x^n = a, a > 0, n \in \mathbb{N}, n > 1$$

если n – четное, $x_1 = \sqrt[n]{a}, x_2 = -\sqrt[n]{a}$

если n – нечетное, $x = \sqrt[n]{a}$

$$x^n = 0 \Rightarrow x = 0$$



Корнем n -ой степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \dots$) называют такое **неотрицательное** число, при возведении которого в степень n получается a .

$${}^n\sqrt{a} \geq 0, ({}^n\sqrt{a})^n = a$$

a – подкоренное число, n – показатель корня

$n = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a}$ – квадратный

$n = 3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a}$ – кубический
корень

Возведение в степень	Извлечение корня
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$5^5 = 3125$	$\sqrt[5]{3125} = 5$
$4^7 = 16384$	$\sqrt[7]{16384} = 4$
$3^8 = 6561$	$\sqrt[8]{6561} = 3$

$$(-7)^2 = 49 \quad \sqrt{49} \neq -7$$

$\sqrt[n]{a}$ – **радикал** (от латинского слова *radix* – «корень»).

Пример:

Вычислить: а) $\sqrt[2]{121}$; б) $\sqrt[3]{125}$; в) $\sqrt[9]{0}$; г) $\sqrt[7]{14}$

Решение:

$$\text{а) } \sqrt{121} = 11 \Leftrightarrow \begin{cases} 11 > 0 \\ 11^2 = 121 \end{cases}$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{125} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 > 0 \\ 5^3 = 125 \end{cases}$$

$$\text{в) } \sqrt[9]{0} = 0$$

$$\text{г) } \sqrt[7]{14}$$

$$1^7 = 1$$

$$2^7 = 128$$



$$(-7)^3 = -343 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-343} = -7$$

Корнем нечетной степени n из отрицательного числа a ($n = 3, 5, 7, \dots$) называют такое **отрицательное** число, при возведении которого в степень n получается a .

$$\sqrt[n]{a} < 0, (\sqrt[n]{a})^n = a$$

a – подкоренное число, n – показатель корня

если n – четное число, то $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при $a \geq 0$

если n – нечетное число, то $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при любом a

Пример:

Вычислить: $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$

Решение:

$$\sqrt[5]{32} = 2 \Leftrightarrow 2^5 = 32$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow (-2)^3 = -8$$

$$\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - 2 = 0$$

Ответ: 0.

Пример:

Найти концы отрезка $[n; n + 1]$, $n \in \mathbb{N}$, которому принадлежит число $\sqrt[4]{52}$.

Решение:

$$\sqrt[4]{52} = a > 0, a^4 = 52$$

$$n^4 \leq 52 \leq (n + 1)^4$$

$$n = 1 \Rightarrow 1^4 = 1 < 52$$

$$n = 2 \Rightarrow 2^4 = 16 < 52$$

$$n = 3 \Rightarrow 3^4 = 81 > 52$$

$$16 \leq 52 \leq 81 \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} \leq \sqrt[4]{52} \leq \sqrt[4]{81} \Leftrightarrow 2 \leq \sqrt[4]{52} \leq 3$$

Ответ: 2; 3.

Пример:

Решить уравнение $\sqrt[3]{3x + 4} = -2$.

Решение:

$$\left(\sqrt[3]{3x + 4}\right)^3 = (-2)^3$$

$$3x + 4 = -8$$

$$3x = -12$$

$$x = -4$$

Ответ: -4 .

Пример:

Решить уравнение $\sqrt[4]{2 - 5x} = -4$.

Решение:

Если n – четное число, то $\sqrt[n]{a} \geq 0$.

Ответ: нет корней.

Повторим главное:

Корнем n -ой степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \dots$) называют такое **неотрицательное** число, при возведении которого в степень n получается a .

Корнем нечетной степени n из отрицательного числа a ($n = 3, 5, 7, \dots$) называют такое **отрицательное** число, при возведении которого в степень n получается a .

$$\sqrt[n]{a}$$

a – подкоренное число, n – показатель корня