

# Понятие корня $n$ -й степени из действительного числа

$$x^4 = 1$$

$$x^4 - 1 = 0$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$$

$$x^2 - 1 \quad \text{или}$$

$$(x - 1)(x + 1) = 0 \quad \text{нет решений}$$

или

$$x = 1 \quad x = -1$$

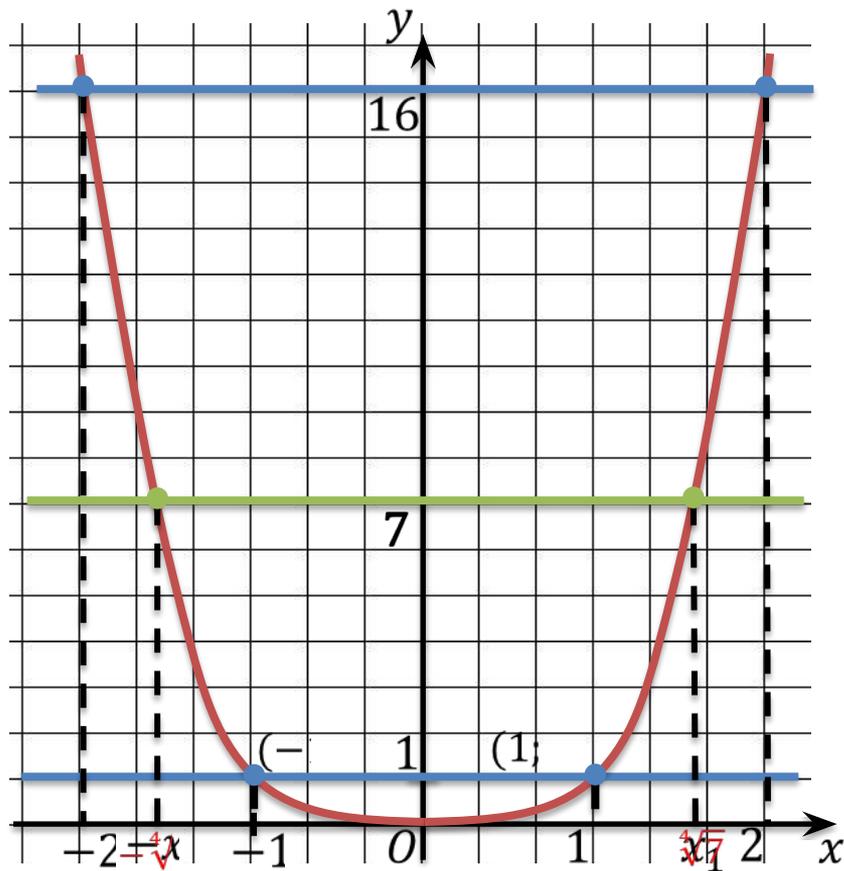
$$x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$x^4 = 7$$

$x_1, x_2$  — иррациональные числа

$$\sqrt[4]{\quad}$$

$$x_1 = \quad x_2 = -$$



$$x^3 = 5$$

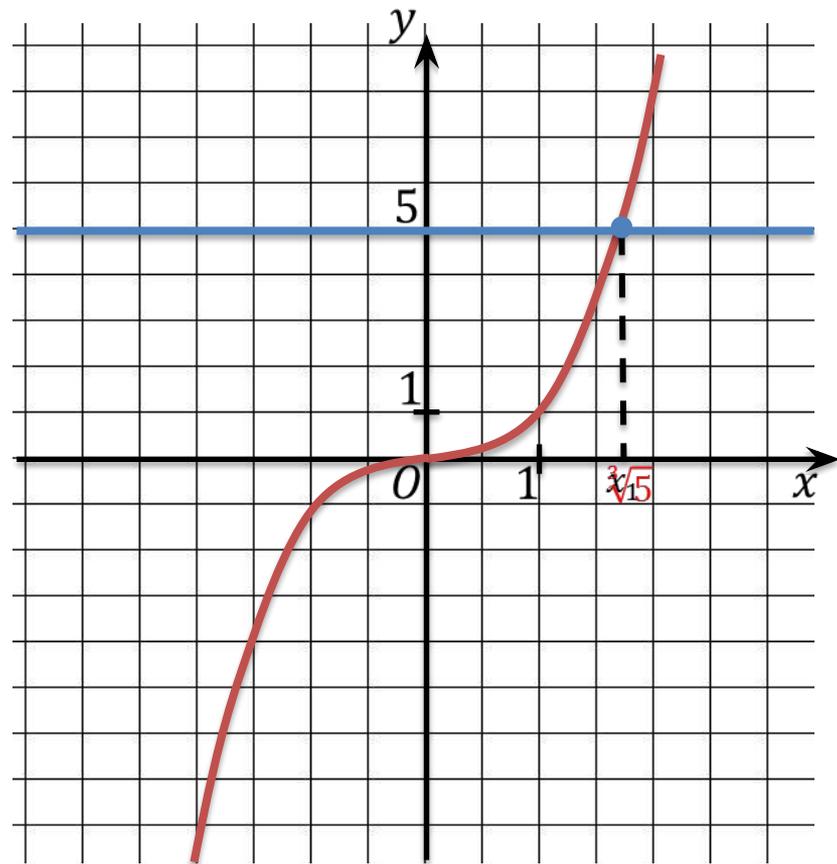
$$x_1 = \sqrt[3]{5}$$

$$x^n = a, a > 0, n \in \mathbb{N}, n > 1$$

если  $n$  – четное,  $x_1 = \sqrt[n]{a}, x_2 = -\sqrt[n]{a}$

если  $n$  – нечетное,  $x = \sqrt[n]{a}$

$$x^n = 0 \Rightarrow x = 0$$



**Корнем  $n$ -ой степени из неотрицательного числа  $a$**  ( $n = 2, 3, 4, 5, \dots$ ) называют такое **неотрицательное** число, при возведении которого в степень  $n$  получается  $a$ .

$${}^n\sqrt{a} \geq 0, ({}^n\sqrt{a})^n = a$$

$a$  – подкоренное число,  $n$  – показатель корня

$n = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a}$  – квадратный

$n = 3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a}$  – кубический  
корень

Возведение в степень	Извлечение корня
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$5^5 = 3125$	$\sqrt[5]{3125} = 5$
$4^7 = 16384$	$\sqrt[7]{16384} = 4$
$3^8 = 6561$	$\sqrt[8]{6561} = 3$

$$(-7)^2 = 49 \quad \sqrt{49} \neq -7$$

$\sqrt[n]{a}$  – **радикал** (от латинского слова *radix* – «корень»).

# Пример:

Вычислить: а)  $\sqrt[2]{121}$ ; б)  $\sqrt[3]{125}$ ; в)  $\sqrt[9]{0}$ ; г)  $\sqrt[7]{14}$

Решение:

$$\text{а) } \sqrt{121} = 11 \Leftrightarrow \begin{cases} 11 > 0 \\ 11^2 = 121 \end{cases}$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{125} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 > 0 \\ 5^3 = 125 \end{cases}$$

$$\text{в) } \sqrt[9]{0} = 0$$

$$\text{г) } \sqrt[7]{14}$$

$$1^7 = 1$$

$$2^7 = 128$$



$$(-7)^3 = -343 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-343} = -7$$

**Корнем нечетной степени  $n$  из отрицательного числа  $a$**  ( $n = 3, 5, 7, \dots$ ) называют такое **отрицательное** число, при возведении которого в степень  $n$  получается  $a$ .

$$\sqrt[n]{a} < 0, (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$a$  – подкоренное число,  $n$  – показатель корня

если  $n$  – четное число, то  $\sqrt[n]{a}$  имеет смысл при  $a \geq 0$

если  $n$  – нечетное число, то  $\sqrt[n]{a}$  имеет смысл при любом  $a$

# Пример:

Вычислить:  $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$

Решение:

$$\sqrt[5]{32} = 2 \Leftrightarrow 2^5 = 32$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow (-2)^3 = -8$$

$$\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - 2 = 0$$

Ответ: 0.

# Пример:

Найти концы отрезка  $[n; n + 1]$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , которому принадлежит число  $\sqrt[4]{52}$ .

Решение:

$$\sqrt[4]{52} = a > 0, a^4 = 52$$

$$n^4 \leq 52 \leq (n + 1)^4$$

$$n = 1 \Rightarrow 1^4 = 1 < 52$$

$$n = 2 \Rightarrow 2^4 = 16 < 52$$

$$n = 3 \Rightarrow 3^4 = 81 > 52$$

$$16 \leq 52 \leq 81 \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} \leq \sqrt[4]{52} \leq \sqrt[4]{81} \Leftrightarrow 2 \leq \sqrt[4]{52} \leq 3$$

Ответ: 2; 3.

# Пример:

Решить уравнение  $\sqrt[3]{3x + 4} = -2$ .

Решение:

$$(\sqrt[3]{3x + 4})^3 = (-2)^3$$

$$3x + 4 = -8$$

$$3x = -12$$

$$x = -4$$

Ответ:  $-4$ .

# Пример:

Решить уравнение  $\sqrt[4]{2 - 5x} = -4$ .

Решение:

Если  $n$  – четное число, то  $\sqrt[n]{a} \geq 0$ .

Ответ: нет корней.

# Повторим главное:

**Корнем  $n$ -ой степени из неотрицательного числа  $a$**  ( $n = 2, 3, 4, 5, \dots$ ) называют такое **неотрицательное** число, при возведении которого в степень  $n$  получается  $a$ .

**Корнем нечетной степени  $n$  из отрицательного числа  $a$**  ( $n = 3, 5, 7, \dots$ ) называют такое **отрицательное** число, при возведении которого в степень  $n$  получается  $a$ .

$$\sqrt[n]{a}$$

$a$  – подкоренное число,  $n$  – показатель корня