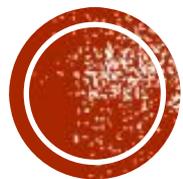


Физмат. школа – 9

12.10.19.

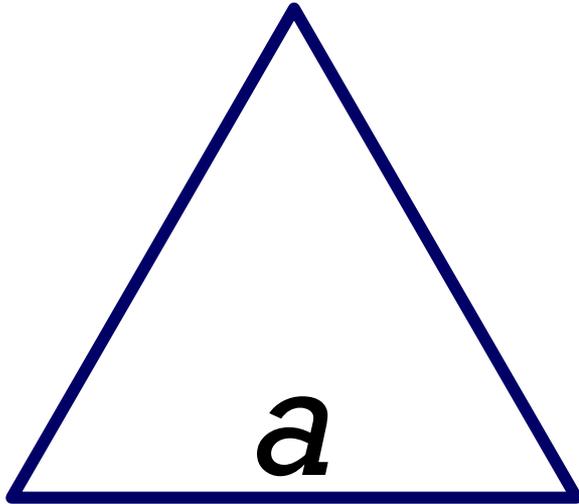




Это должен знать
каждый
уважающий себя
гражданин

ЧАСТЬ 1

Правильный треугольник



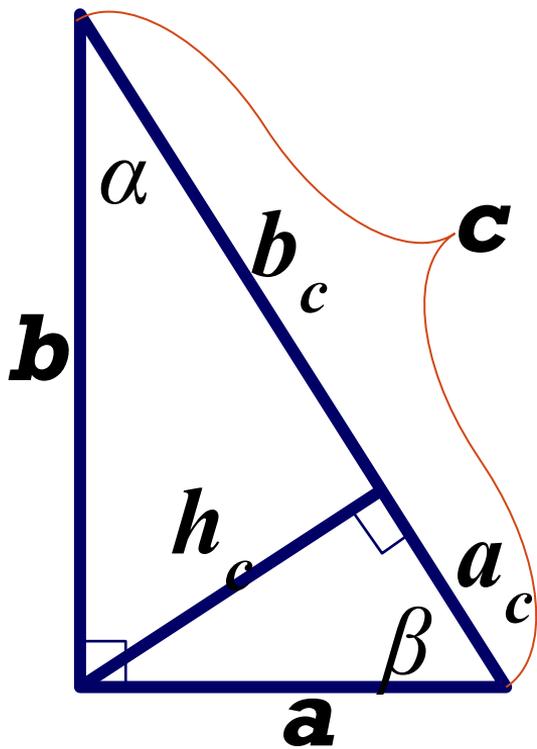
$$a = R\sqrt{3} = 2r\sqrt{3}$$

$$m = h = l = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



Прямоугольный треугольник



$$m_c = R = \frac{c}{2}, \quad r = \frac{a + b - c}{2}$$

$$h_c = \frac{ab}{c}, \quad h_c^2 = a_c \cdot b_c$$

$$a^2 = c \cdot a_c, \quad b^2 = c \cdot b_c, \dots$$



Ещё:

- 1) Параллельность прямых
- 2) Признаки равенства и подобия треугольников
- 3) Параллелограмм и его частные случаи
- 4) углы в окружности, хорды, касательные, секущие



Про чевианы треугольника

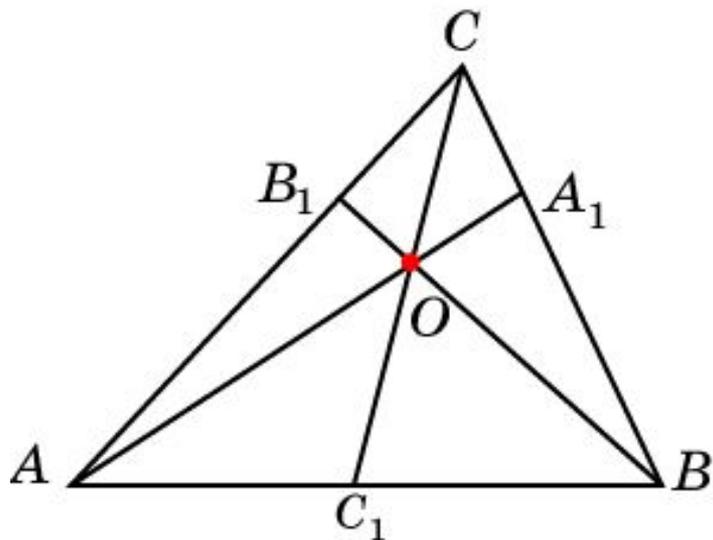
- 1) Точка пересечения медиан – **центр масс**, центр тяжести, $2 : 1$
- 2) Точка пересечения биссектрис – **инцентр**, центр вписанной окружности
- 3) Точка пересечения высот или их продолжений – **ортоцентр**



Теорему Чебы

Пусть на сторонах AB , BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки C_1 , A_1 и B_1 . Прямые AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$$



В $\triangle ABC$ точка A_1 лежит на стороне BC , точка

C_1 - на стороне AB .

Отрезки AA_1 и CC_1 пересекаются в точке

P . Прямая BP

пересекает отрезок

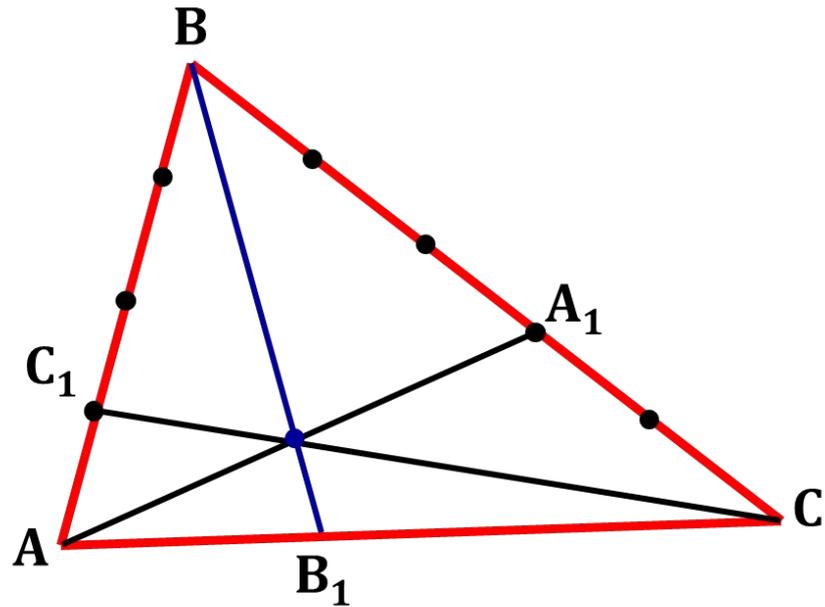
AC в точке B_1 .

Известно, что $BA_1 :$

$$A_1C = 3 : 2,$$

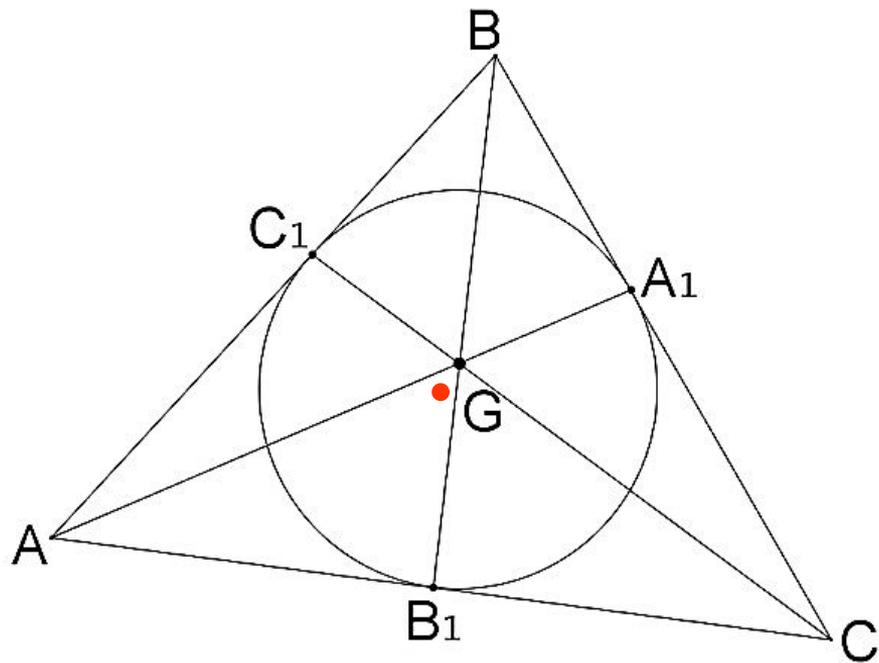
$$AC \cdot CB = 1 \cdot 3$$

Крутой Чева



Точка Жергонна

Докажите, что прямые, соединяющие вершины треугольника с точками, в которых вписанная окружность касается противоположных сторон, пересекаются в одной точке (точка Жергонна)



Кто такой Жергонн?

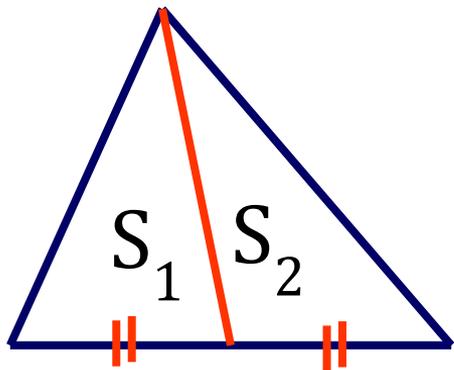


Жозеф Диас Жергонн

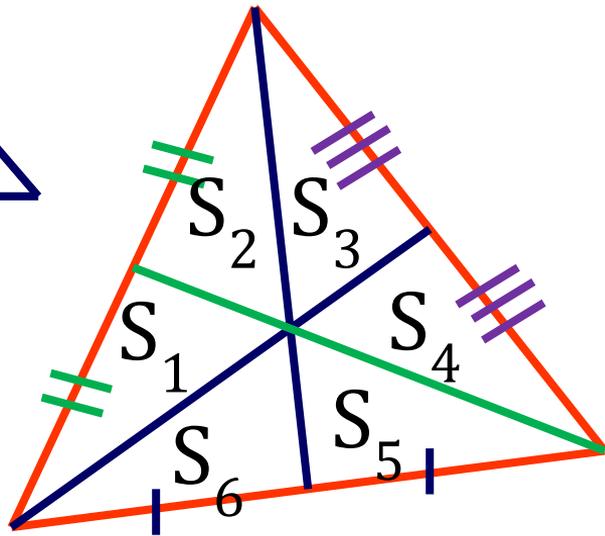
(9 апреля 1771— 4 мая 1859) — французский математик и геометр, внёсший фундаментальный вклад в развитие этих наук. В 1816 он разрабатывал изящное решение задачи Аполлония: построить окружность, которая касается трех данных окружностей.



Ещё про медианы

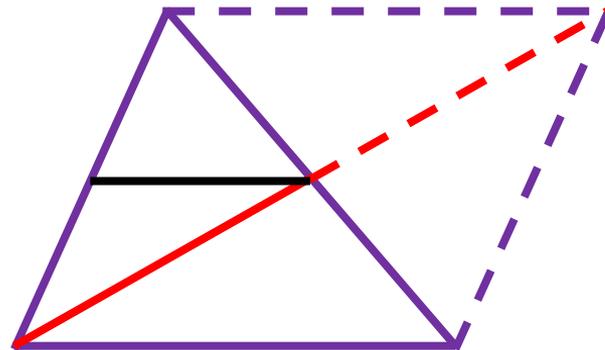


$$S_1 = S_2$$

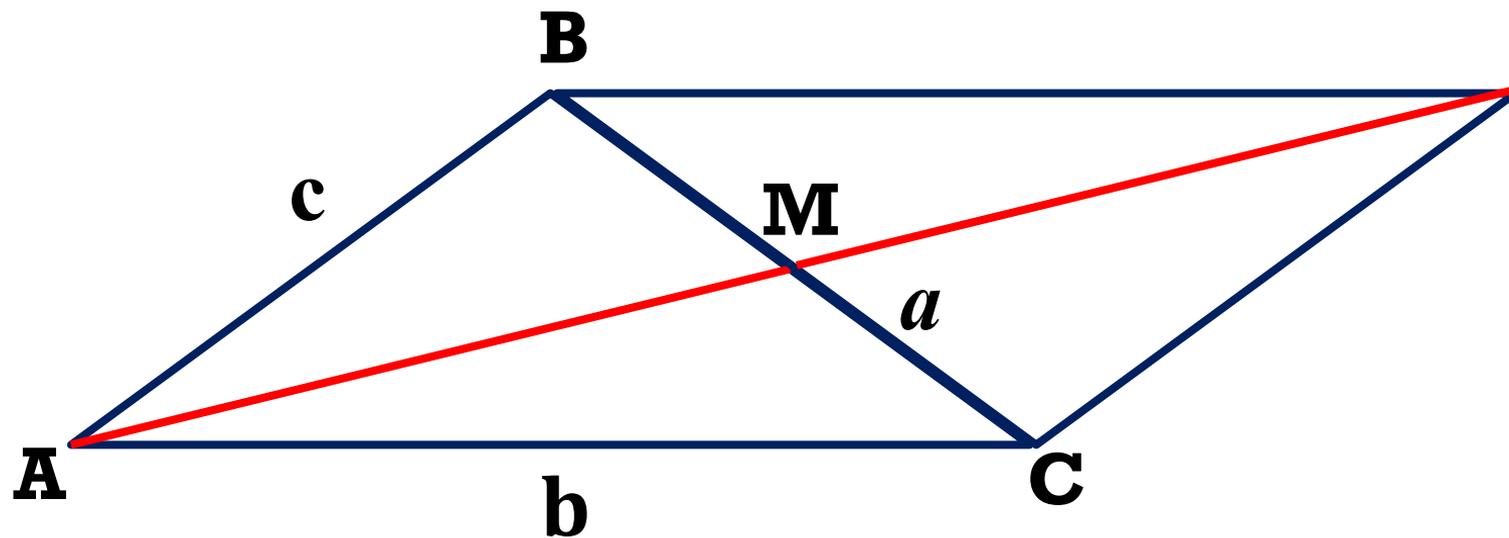


$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = S$$

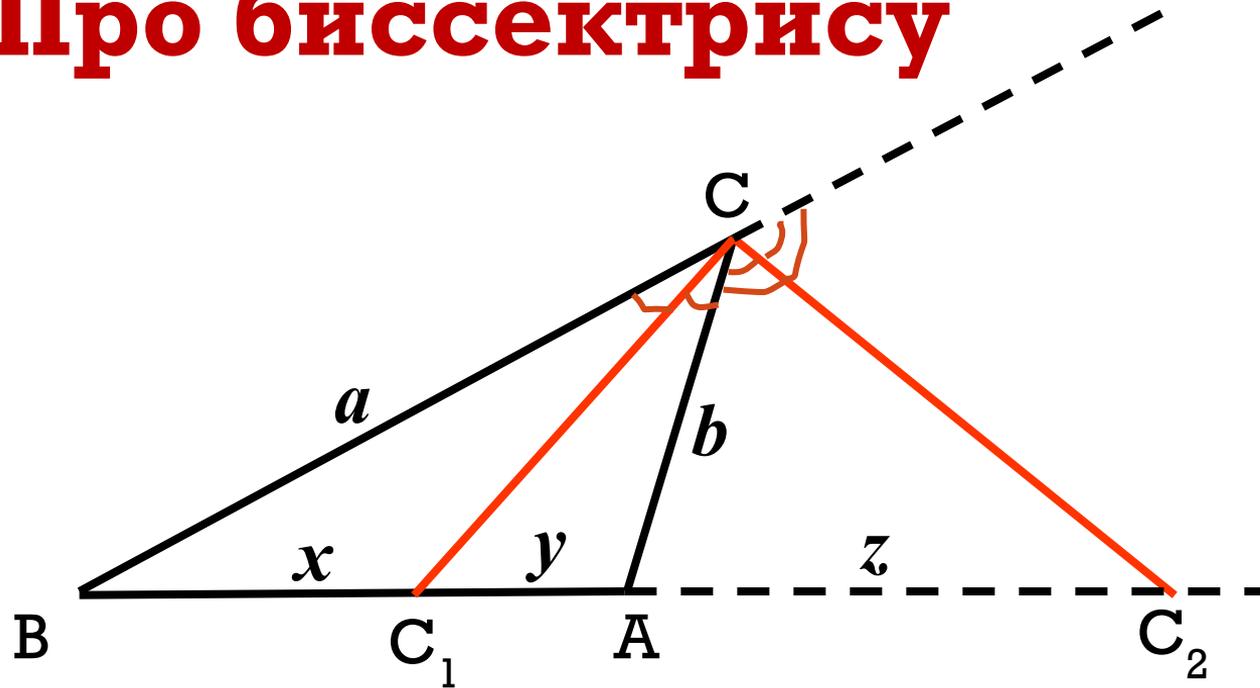
6



Медиана через стороны



Про биссектрису



Формулы площади треугольника



$$S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$

$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$$

$$= pr = \frac{abc}{4R}$$



Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

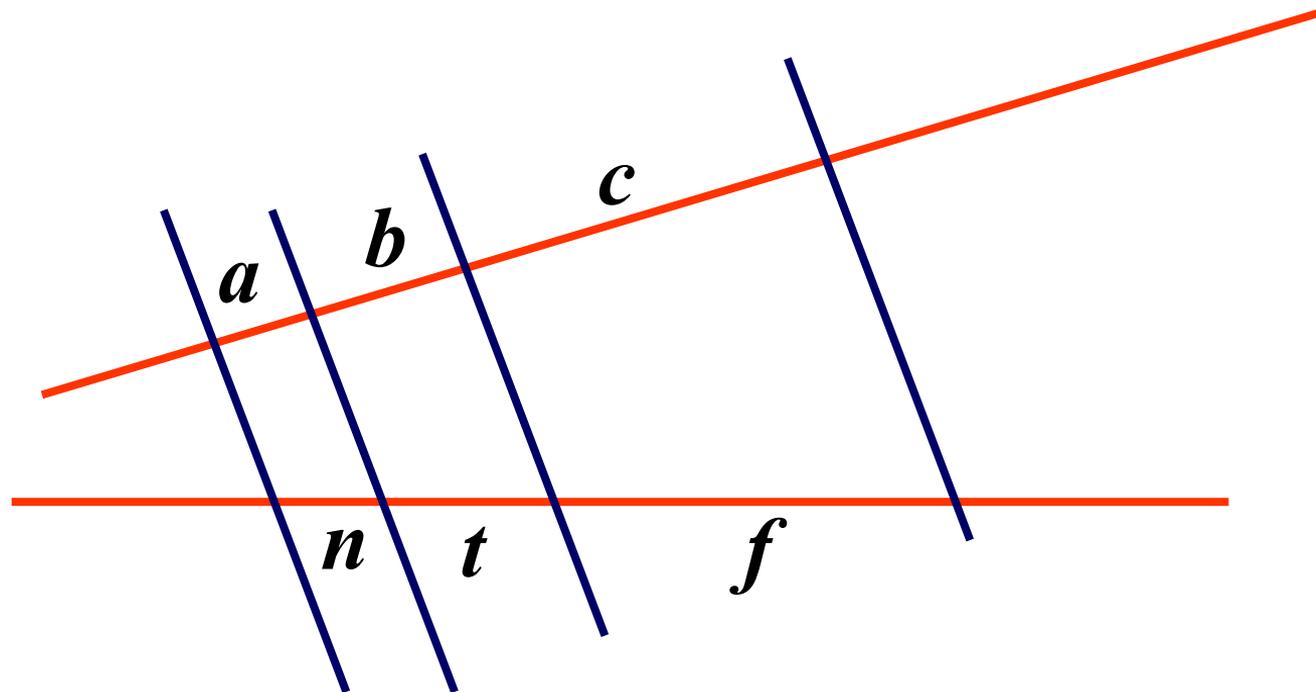


Обобщённая теорема синусов

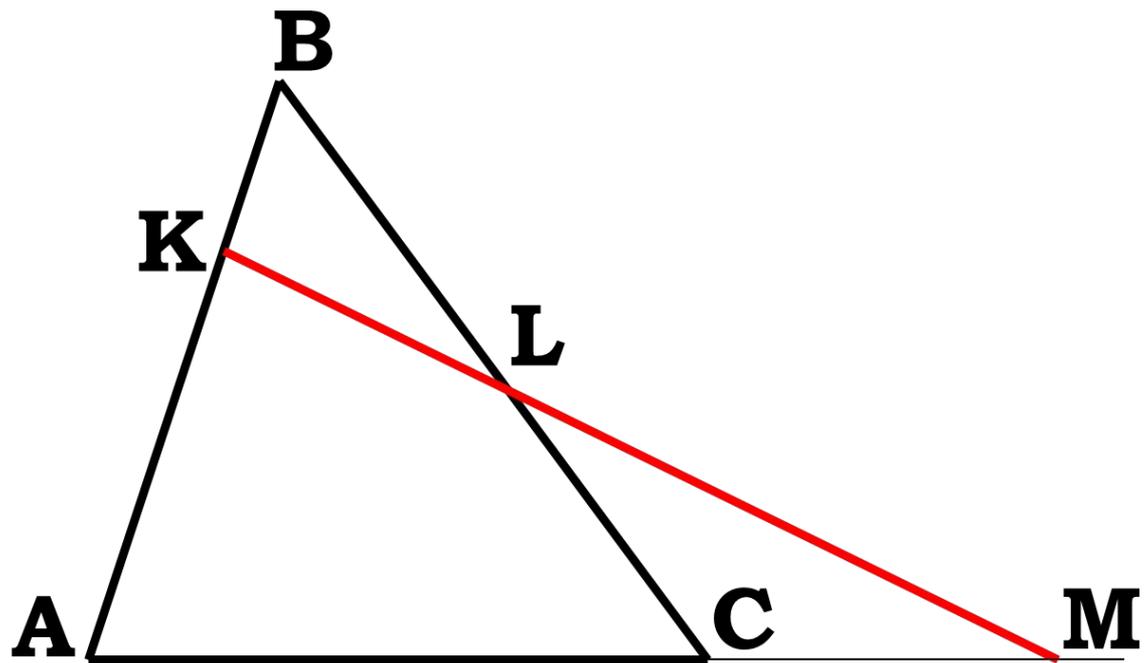
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$



Теорема Фалеса

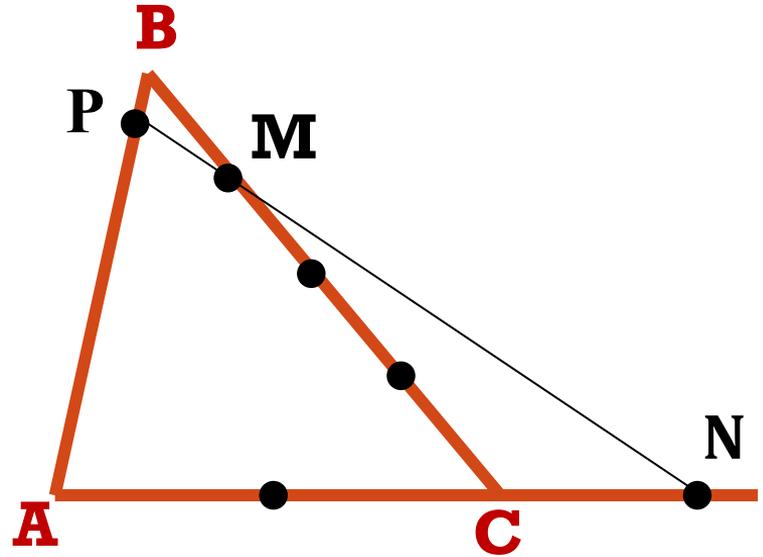


Теорема Менелая

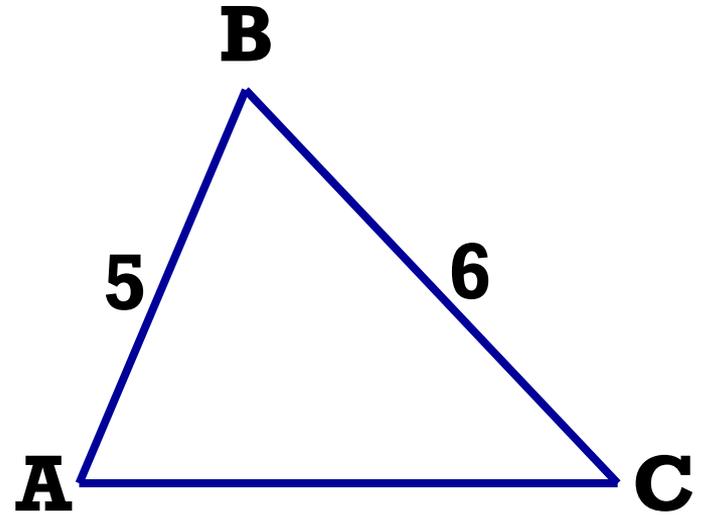


И тут вышел Менелай

Дан $\triangle ABC$. На продолжении стороны AC за точку C взята точка N так, что $AC = 2CN$. Точка M лежит на стороне BC , причём $BM : MC = 1 : 3$. В каком отношении прямая MN делит сторону AB ?



Две стороны
треугольника равны 6 см
и 5 см. Найдите третью
сторону треугольника,
если она относится к
радиусу описанной
окружности как



$$\sqrt{3} : 1.$$

