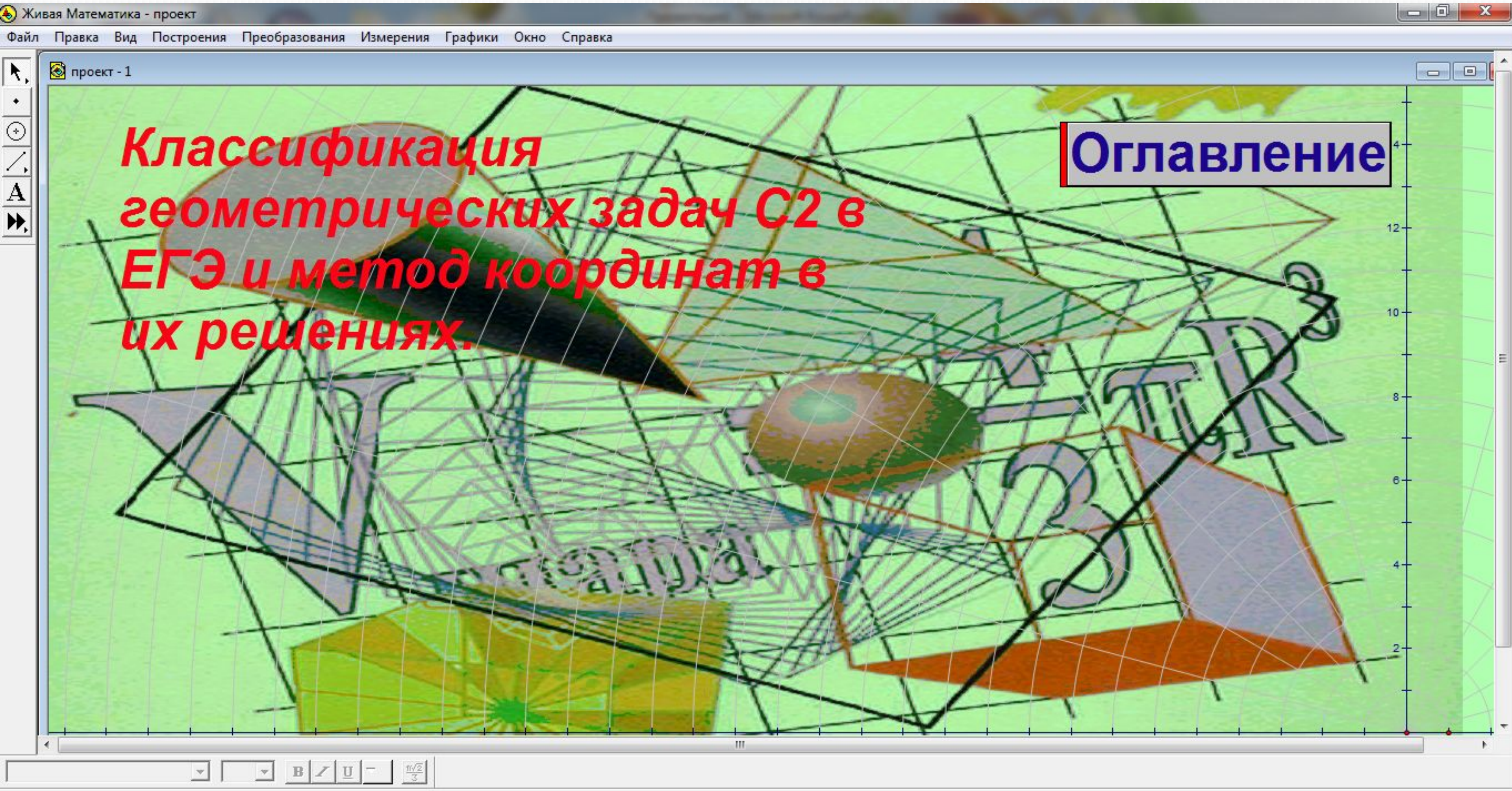
Классификация геометрических задач уровня С2 в Едином Государственном Экзамене с помощью программы “Живая математика” и метод координат в их решениях.

- Данный вопрос особенно актуален для выпускников, которые хотят набрать наибольшие баллы в ЕГЭ

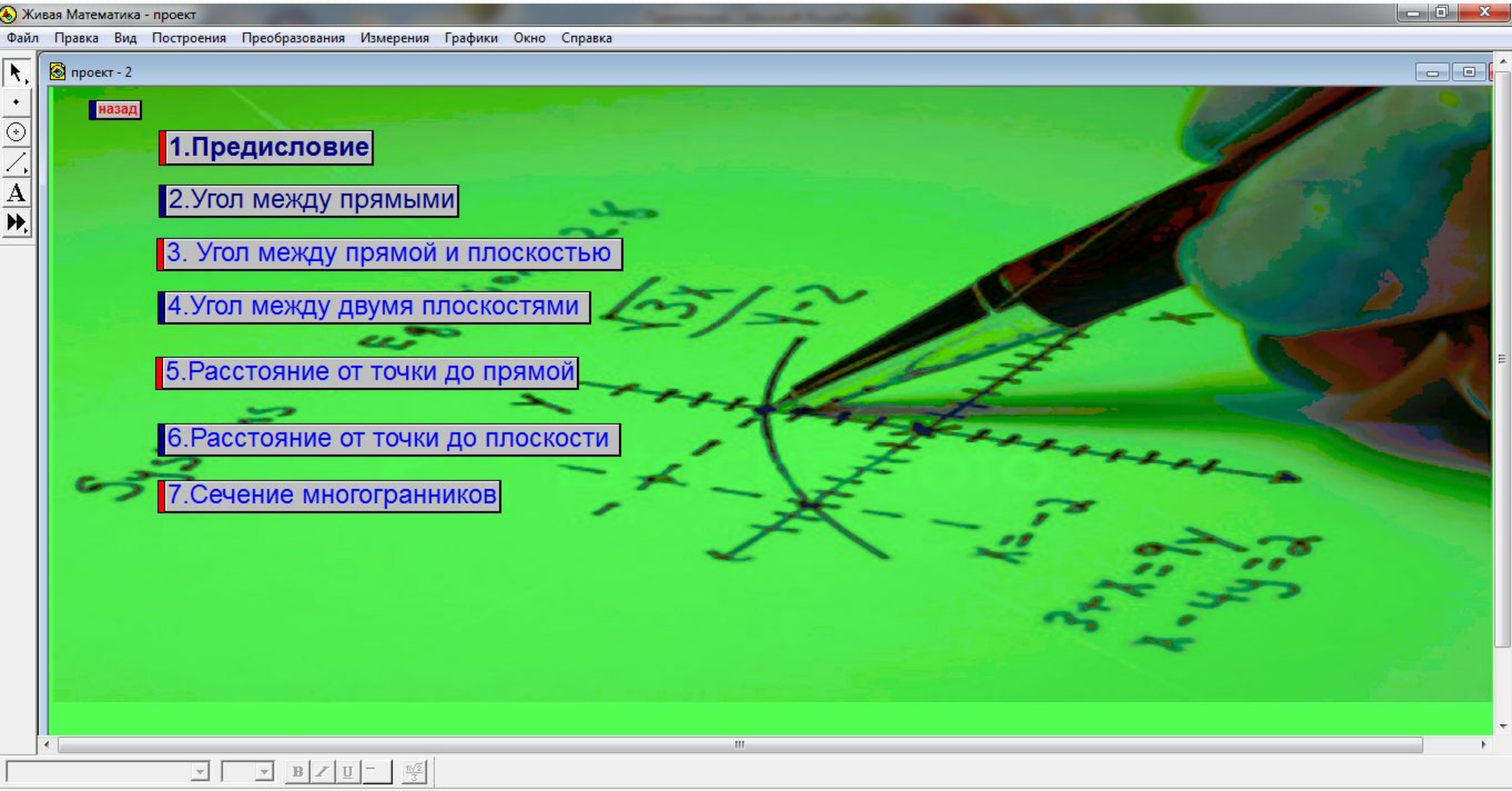
ЗАДАЧИ:

1) Исследовать задачи уровня С2
2) Показать методы их решения не традиционным методом

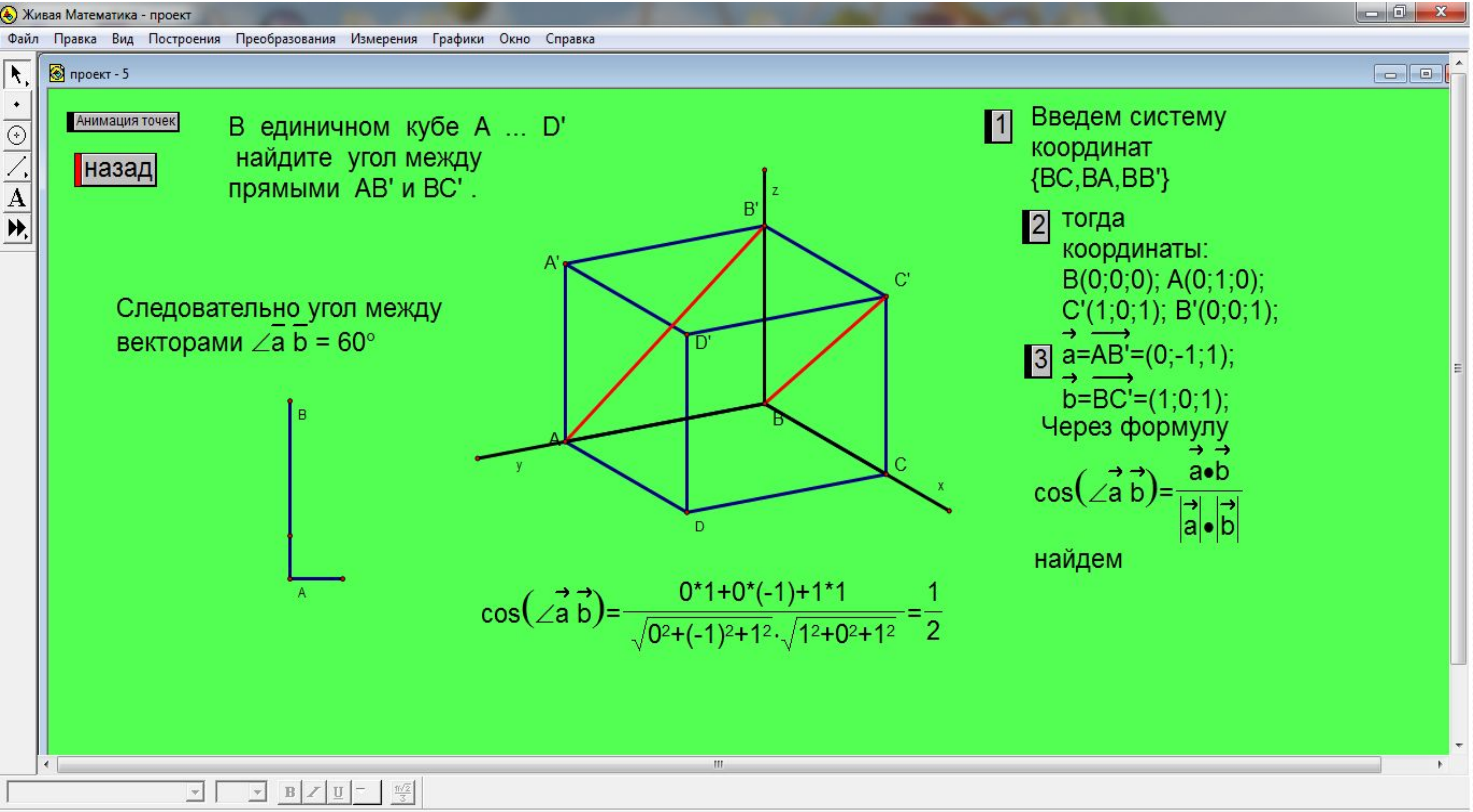
Нами был сделан следующий учебно-методический комплекс в программе «Живая математика»:



Ниже представлено содержание, а в следующих слайдах действия активных кнопок



Пример 1



Живая Математика - проект
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка
проект - 5
Анимация точек
назад
В единичном кубе А ... D' найдите угол между прямыми AB' и BC' .
Следовательно угол между векторами $\angle \bar{a}\,\bar{b} = 60^\circ$
1 Введем систему координат {BC,BA,BB'}
2 тогда координаты:
B(0;0;0); A(0;1;0);
C'(1;0;1); B'(0;0;1);
3 $\vec{a}=\overrightarrow{AB'}=(0;-1;1);$
$\vec{b}=\overrightarrow{BC'}=(1;0;1);$
Через формулу
$\cos(\angle \vec{a}\,\vec{b})=\dfrac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}|\bullet|\vec{b}|}$
найдем
$\cos(\angle \vec{a}\,\vec{b})=\dfrac{0*1+0*(-1)+1*1}{\sqrt{0^2+(-1)^2+1^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\dfrac{1}{2}$
A
B
C
D
A'
B'
C'
D'
x
y
z

Пример 2

Живая Математика - проект

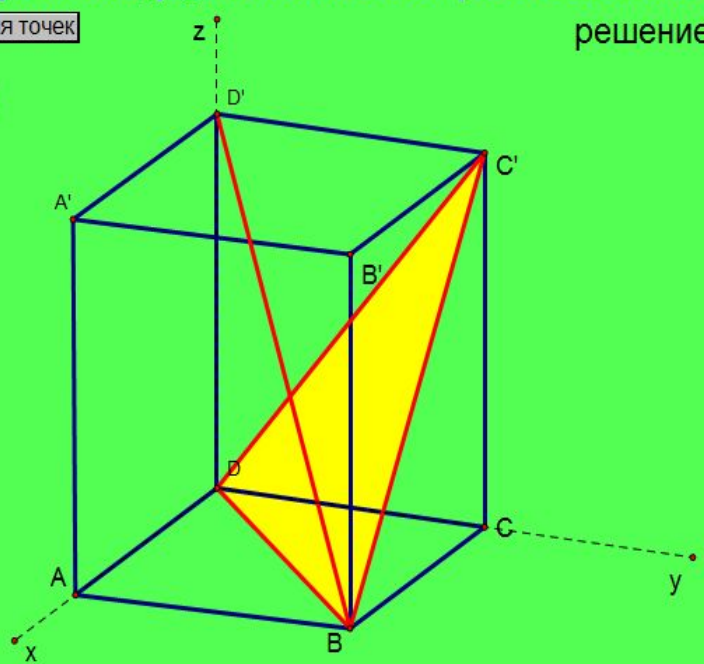
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

проект - 12

В правильной четырехугольной призме отношение длин бокового ребра и стороны основания равно s. Найти угол между диогональю BD' призмы и плоскостью BC'D

Анимация точек

назад



решение: 1 Введем систему координат

2 Тогда, B(s;s;0); C(0;s;2s); D(0;0;0); D'(0;0;2s);

3 Уравнение плоскости BDC':

$$2x-2y+z=0$$

$$\vec{a}=\overrightarrow{BD'}: (-s;-s;2s);$$

$$\vec{a}\cdot\vec{n}=(-s)\cdot 2+(-s)\cdot(-2)+2s\cdot 1=2s$$

$$|\vec{n}|=\sqrt{4+4+1}=3,\ |\vec{a}|=\sqrt{s^2+s^2+4s^2}=\sqrt{6}s$$

4 Обазначим через φ угол между прямой BD' и плоскостью BC'D. По формуле

$$\sin\varphi=\frac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{2s}{3\cdot\sqrt{6}\cdot s}=\frac{2}{3\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{9},$$

$$\varphi=\arcsin(\sqrt{6}/9);$$

Пример 3

Живая Математика - проект

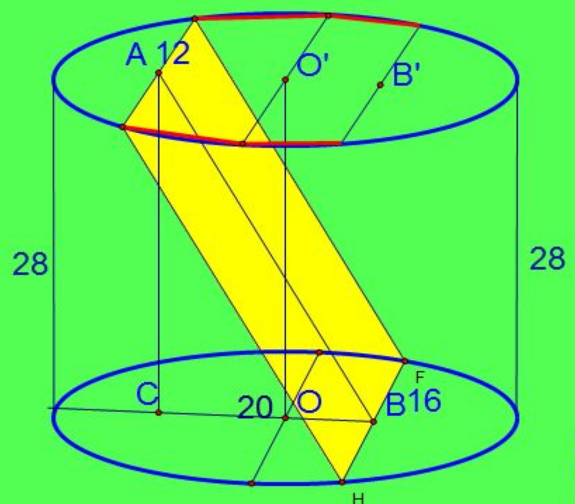
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

проект - 13

назад

Анимация точек

Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основание по хордам длины 12 и 16(хорды лежат по разному сторону от диаметра). Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



Решение:

1.Построим угол между сечением и основанием

это угол ABC

2.

tg∠ABC=AC/CB; AC=28; CB=CO+OB; CO и OB высоты трапеции, нижнем основанием которых является диаметр, а верхним основанием соответственно хорды. Найдем CO

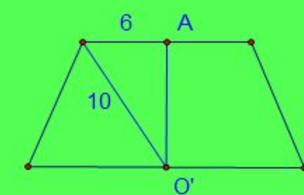
$CO=AO'=\sqrt{100-36}=8$

Анологично найдем OB

$OB=O'B'=\sqrt{10^2-8^2}=6$

Следовательно, CB=6+8=14; Вычислим tg∠ABC=AC/CB=28/14=2

Ответ: 2;



Пример 4

Живая Математика - проект

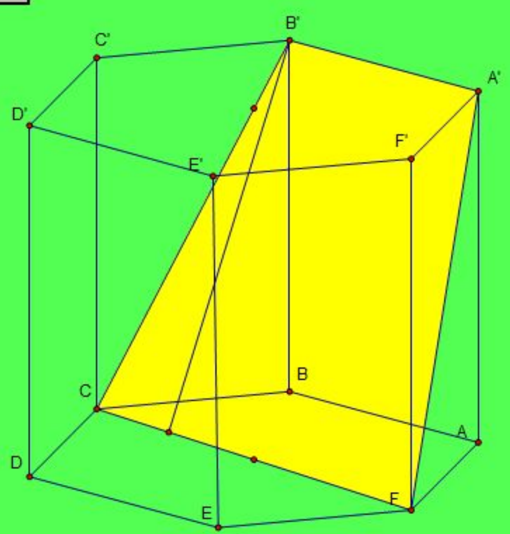
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

проект - 20

назад

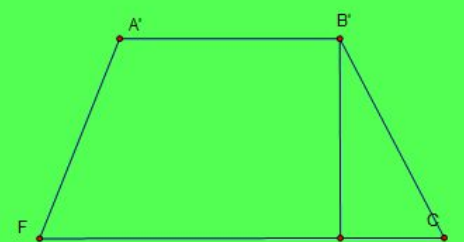
В правильной шестиугольной призме ABCDEFA'B'C'D'E'F', все ребра которой равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой A'B'

Анимация точек



Решение:

1 Так как ABCDEF правильный шестиугольник, то прямые FC и AB, A'B' и AB,A'B' и FC параллельны. Расстояние от точки C до прямой A'B' равно расстоянию между прямыми A'B' и FC



В трапеции A'B'FC $A'B'=1$, $FC=2$, $FA=\sqrt{2}$. 2

$CH=\dfrac{FC-A'B'}{2}=\dfrac{1}{2}$ Тогда $B'H=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

Ответ: $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

Пример 5

Живая Математика - проект

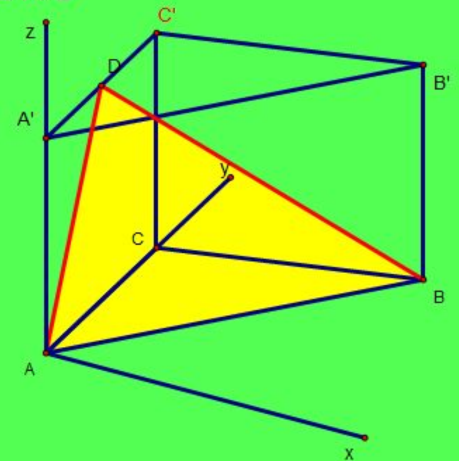
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

проект - 17

назад

В правильной треугольной призме ABCA'B'C', AB=4см; AA'=3. Найти растояние от вершины C' до плоскости ADB, где D- середина ребра A'C'

Анимация точек



масштаб

наклон

Решение:

1 Введем систему координат

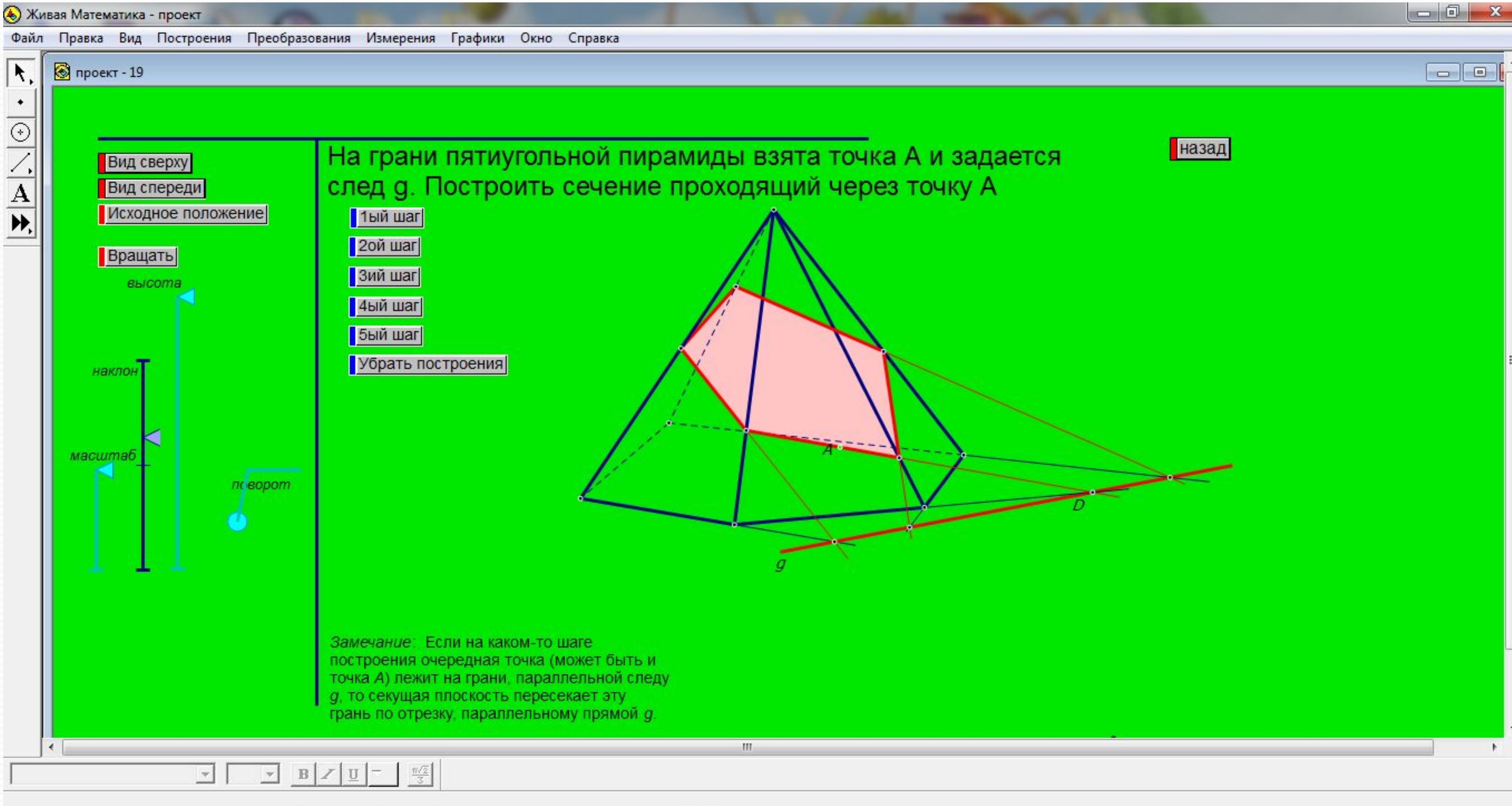
2 тогда, $A(0;0;0)$;
$B(2\sqrt{3};2;0)$; $D(0;2;3)$; $A(0;4;3)$;

по известным координатам найдем уравнение плоскости ADB, так
$\sqrt{3}x-3y+2z=0$ по известной формуле найдем δ

3

$$\delta(C',ABD)=\frac{|\sqrt{3}\cdot 0-3\cdot 4+2\cdot 3|}{\sqrt{3+9+4}}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

Пример 6


Живая Математика - проект
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка
проект - 19
Вид сверху
Вид спереди
Исходное положение
Вращать
высота
наклон
масштаб
поворот
На грани пятиугольной пирамиды взята точка А и задается след g. Построить сечение проходящий через точку А
назад
1ый шаг
2ой шаг
3ий шаг
4ый шаг
5ый шаг
Убрать построения
A
D
g
Замечание: Если на каком-то шаге построения очередная точка (может быть и точка A) лежит на грани, параллельной следу g, то секущая плоскость пересекает эту грань по отрезку, параллельному прямой g.

В данной работе рассмотрены следующие задачи:

- Классификация задач С2
- Решение задач С2 с помощью программы «Живая математика»
- Нахождение сечений многогранников