Случайные события и их вероятности

Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой

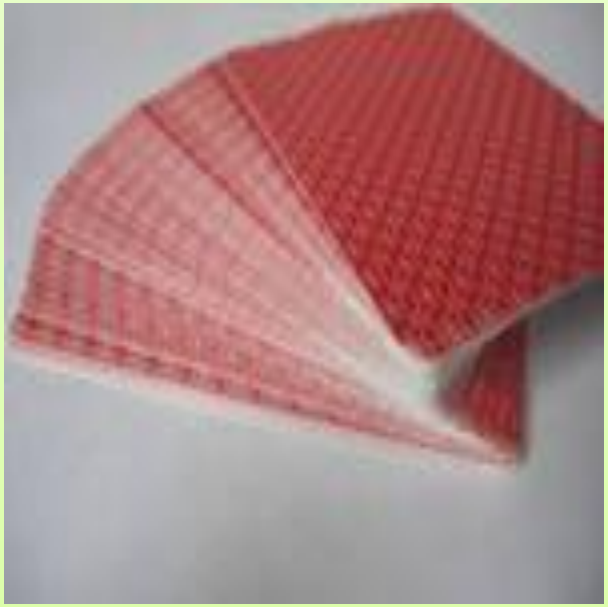
Бертран Рассел.

Из колоды в 52 карты случайным образом вытаскивают 4 карты.

Какова вероятность того, что среди них :

а) нет туза пик;

б) есть туз пик?



Произведение событий. Вероятность суммы двух событий. Независимость событий


Статистика
Комбинаторика
Теория вероятностей

Определение1. Произведением событий А и В называют событие, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает и событие А и событие В.

Оно обозначается **А·В** или **АВ.**

Пример1.

Дать описание произведения АВ событий А и В, если

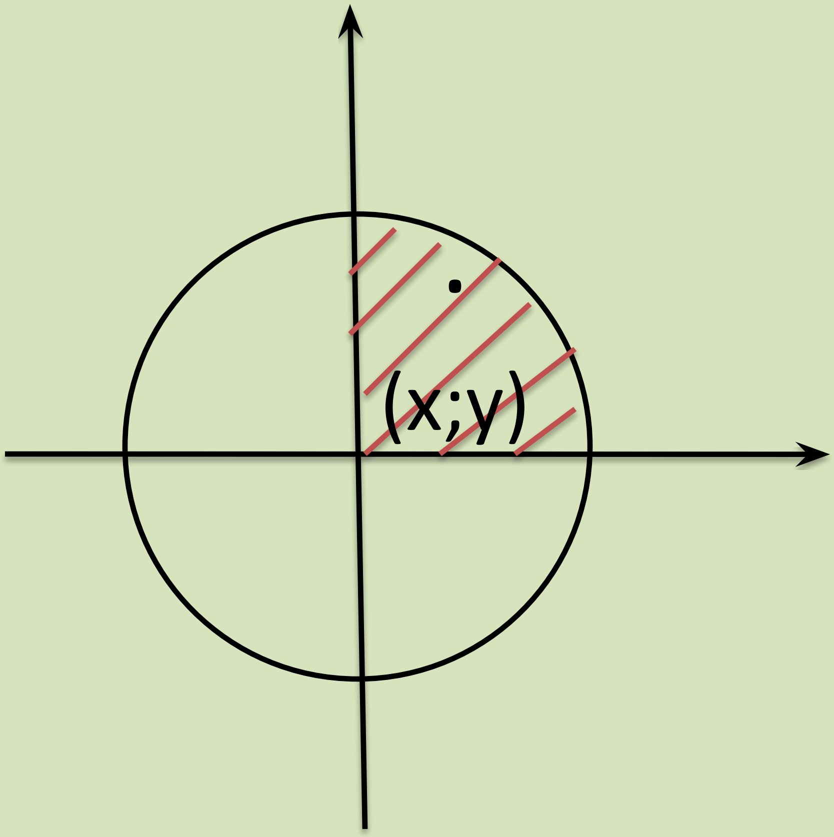
а) А-цена товара больше 100 руб.;

В -цена товара не больше 110руб.;

$$100 < S \leq 110$$

б)А-завтра пятница, В-завтра 13–е число;

в)А- координаты случайно выбранной точки на плоскости удовлетворяют неравенству $x^2+y^2\leq1$;
В- координаты случайно выбранной точки положительны;


(x;y)

г)А- случайно выбранное двузначное число четно;
В- случайно выбранное число делится на 11.

{22,44,66,88}

Теория вероятностей	Теория множеств
Испытание с N исходами	Множество с N элементами
Отдельный исход испытания	Элемент множества
Случайное событие	Подмножество
Невозможное событие	Пустое множество
Достоверное событие	Подмножество совпадающее со всем множеством
Вероятность события	Доля элементов подмножества среди всех элементов множества
Сумма событий	Объединение подмножеств
Несовместные события	Непересекающиеся подмножества
Противоположное событие	Дополнение подмножества до всего множества
Произведение событий	Пересечение подмножеств

Теорема1.Сумма вероятностей двух событий равна сумме вероятности произведения этих событий и вероятности суммы этих событий

$$\mathbf{P(A)+P(B)=P(AB)+P(A+B)}$$

Доказательство. A_1 -событие, состоящее в том, что наступает A, но не наступает B.

AB- событие, состоящее в том, что наступают A и B.

Эти события несовместны, их сумма равна A.

$P(A)=P(A_1)+P(AB)$

Аналогично, для B_1 -событие, состоящее в том, что наступает B, но не наступает A.

$P(B)=P(B_1)+P(AB)$

$P(A)=P(A_1)+P(AB)$

$P(B)=P(B_1)+P(AB)$

$P(A)+P(B)=P(A_1)+P(AB)+P(B_1)+P(AB)= =P(AB)+(P(A_1)+P(AB)+P(B_1))=P(AB)+P(A+B)$

$\mathbf{P(A)+P(B)=P(AB)+P(A+B)}$ или

$\mathbf{P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)}$

Для несовместных событий А и В событие АВ- невозможно

т.е. $P(AB)=0$

Тогда $P(A)+P(B)=P(AB)+P(A+B)=P(A+B)$

Определение 2.События А и В называются независимыми, если вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий

P(AB)=P(A)P(B)

Теорема2. Вероятность суммы двух независимых событий
равна разности суммы вероятностей этих событий и произведения
вероятностей этих событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$$

Доказательство.

По теореме 1

$P(A+B) = P(A)+ P(B)- P(AB)$

Независимость A и B означает, что $P(AB)=P(A)P(B)$

Значит,

$$\mathbf{P(A+B) = P(A)+ P(B)- P(A)P(B)}$$

Пример.
Два стрелка независимо друг от друга по одному раза стреляют в мишень Вероятность попадания в мишень каждого стрелка в отдельности равна **0,9 и 0,3** соответственно.
Найти вероятность того, что
а) мишень будет поражена дважды;
б) не будет поражена ни разу;
в) будет поражена хотя бы один раз
г) будет поражена ровно один раз.

$$P(A)+P(B)=P(AB)+P(A+B)$$

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$$

№54.8(а
)

Домашнее задание:

§54, п.1; п.2;

№ 54.2; 54.9

На «3»-(а,б)

На «4»-(а,в)

На «5»-(а-г)

Итог урока