



Графический метод
решения квадратных
неравенств

Алгебра 8 класс



Определение

Квадратными неравенствами называют неравенства вида

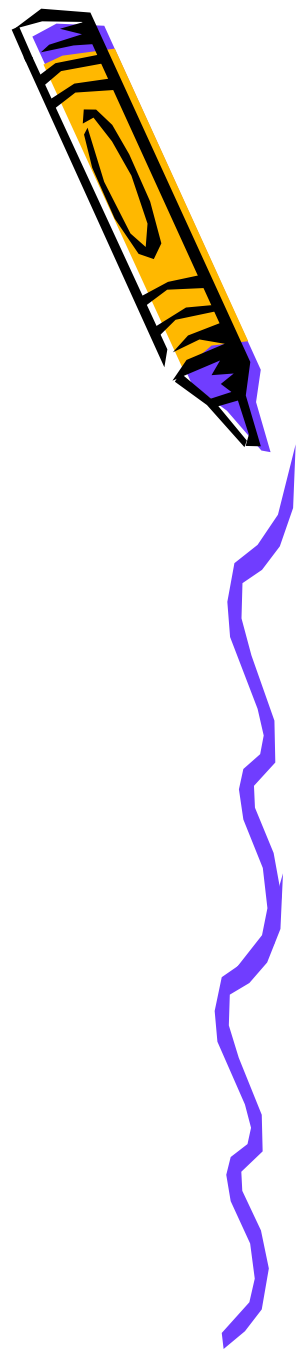
$$ax^2 + bx + c > 0,$$

$$ax^2 + bx + c < 0,$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0,$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0,$$

где $a \neq 0$



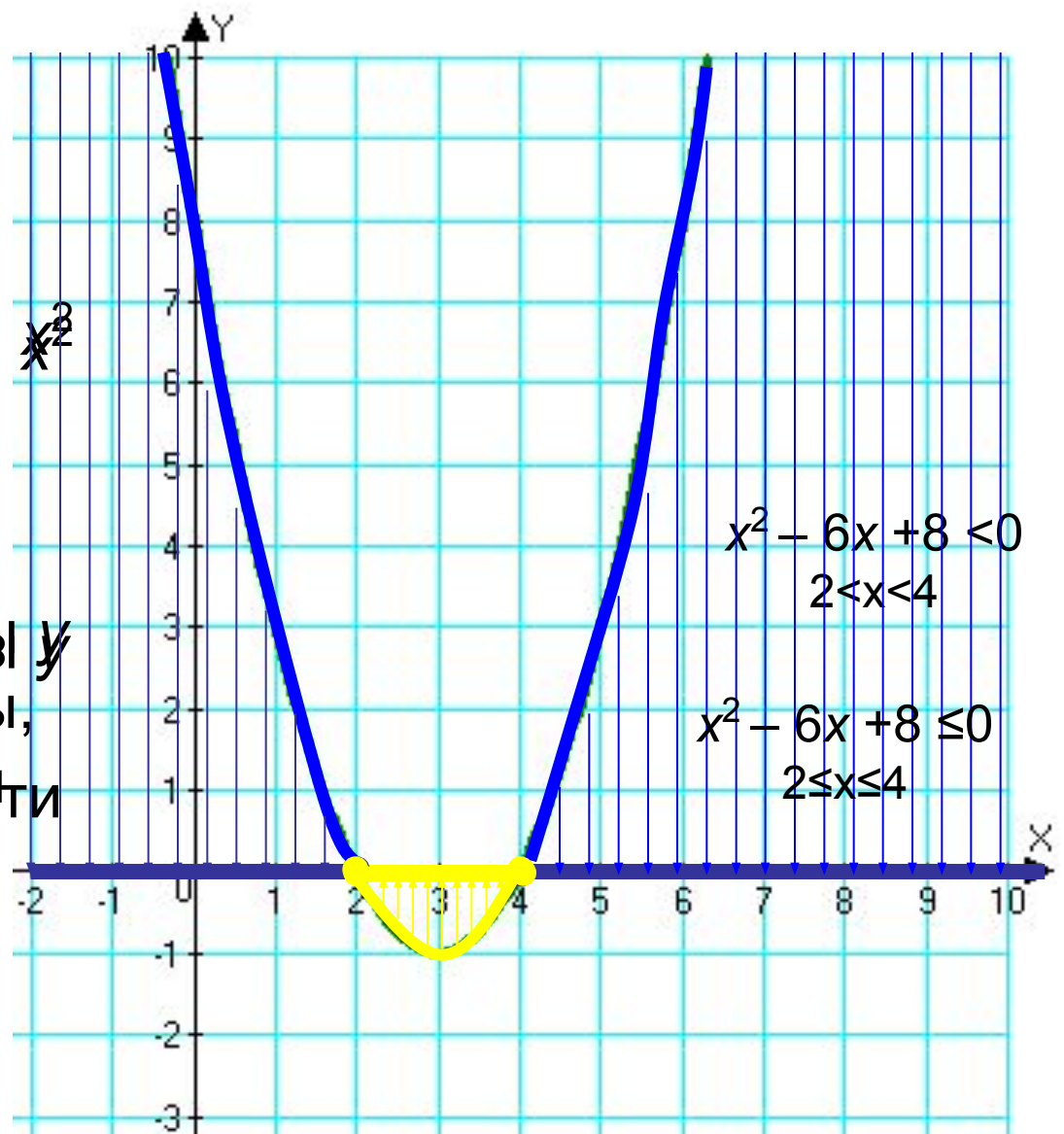
По графику функции $y = x^2 - 6x + 8$ определить, при каких значениях x а) $y=0$, б) $y>0$, в) $y<0$.

$y=0$ при $x=2$ и $x=4$

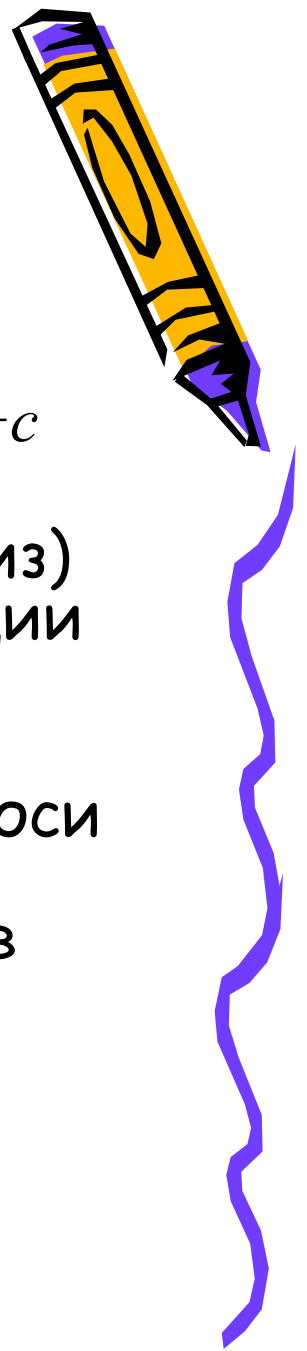
$y>0$ при $x<2$ и $x>4$

$y<0$ при $2<x<4$

Решить неравенство $x^2 - 6x + 8 \leq 0$ это значит ответить на вопросы, при каких значениях x ординаты точек параболы $y \equiv x^2 - 6x + 8$ отрицательны, т.е. найти значения x , при которых точки параболы лежат ниже или на оси Ox



Алгоритм решения квадратного неравенства



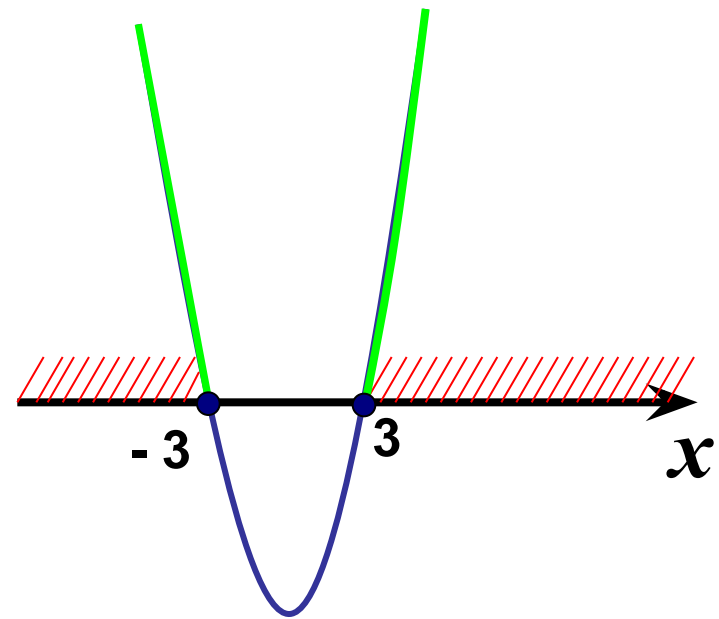
1. Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c
2. Отметить найденные корни на оси x и определить куда направлены (вверх или вниз) ветви параболы, служащей графиком функции $y=ax^2+bx+c$; сделать набросок графика.
3. С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси x ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.



Пример 1

Решить неравенство: $x^2 - 9 \geq 0$

1. $x^2 - 9 = 0$, $x^2 = 9$, $x_{1,2} = \pm 3$,
отмечаем корни на оси Ox
2. Ветви параболы направлены
вверх ($a = 1$, $1 > 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x , при которых
точки параболы лежат **выше или**
на оси Ox (знак у неравенства
нестрогий " **\geq** ")
5. *Ответ:* $x \leq -3$, $x \geq 3$



$$x \leq -3$$

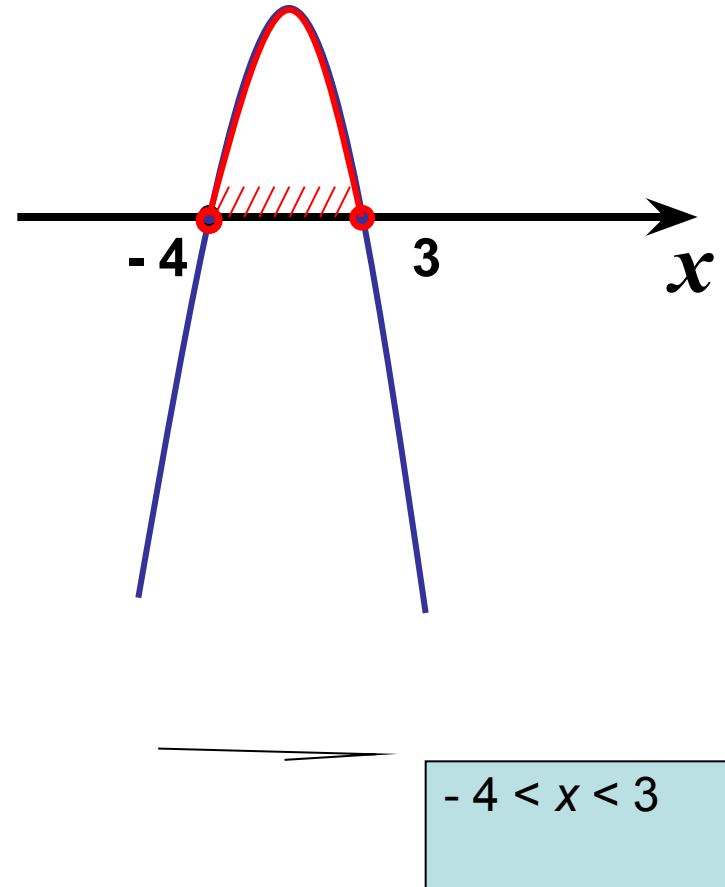
$$x \geq 3$$

Пример 2

Решить неравенство:

$$-x^2 - x + 12 > 0$$

1. $-x^2 - x + 12 = 0$, $x_1 = -4$, $x_2 = 3$
2. Ветви параболы направлены вниз ($a = -1$, $-1 < 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x , при которых точки параболы лежат **выше** оси Ox (знак у неравенства строгий "**>**")
5. *Ответ:* $-4 < x < 3$

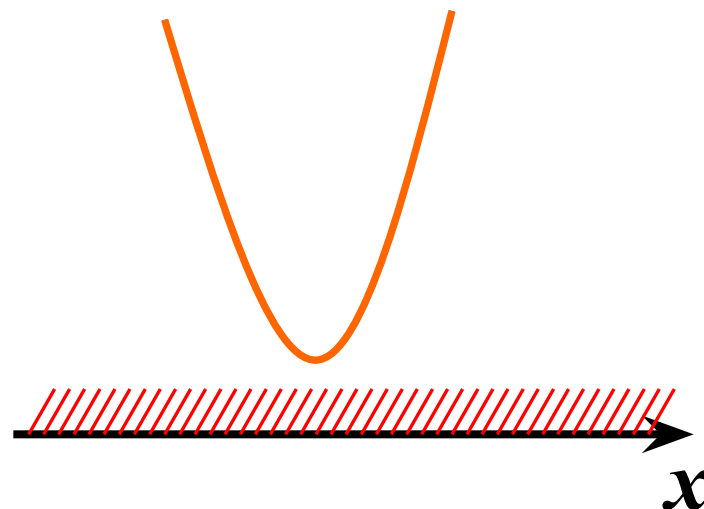


Пример 3

Решить неравенство: $x^2 + 9 > 0$

1. $x^2 + 9 = 0$, $x^2 = -9$, $-9 < 0$, нет корней. Парабола не пересекает ось Ox .
2. Ветви параболы направлены вверх ($a=1, 1 > 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x при которых график функции расположен выше оси Ox .
5. *Ответ:*
– любое число (или $(-\infty; +\infty)$).

x

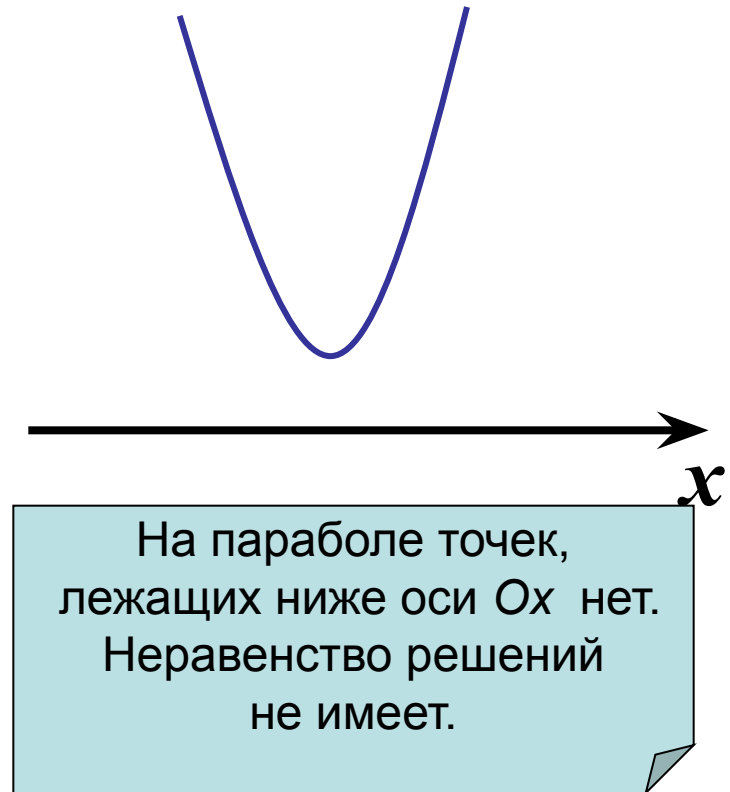


Все точки параболы
лежат выше оси Ox .
Неравенство выполняется
при любом значении x

Пример 4

Решить неравенство: $x^2 + 9 < 0$

1. $x^2 + 9 = 0$, $x^2 = -9$, $-9 < 0$, нет корней. Парабола не пересекает ось Ox .
2. Ветви параболы направлены вверх ($a = 1$, $1 > 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x при которых график функции расположен ниже оси Ox .
5. *Ответ: нет решений*

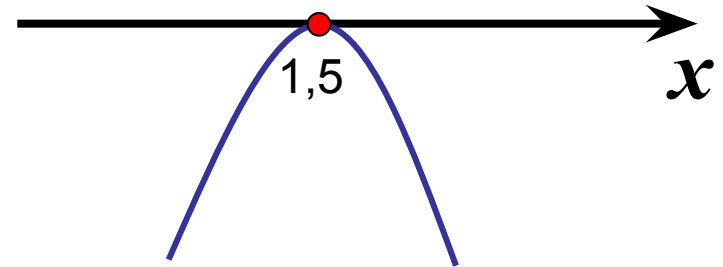


Пример 5

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$$

1. $-4x^2 + 12x - 9 = 0$, $D = 0$, $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ($a = -4$, $-4 < 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x , при которых точки параболы расположены выше или на оси Ox
5. *Ответ: $x = 1,5$*



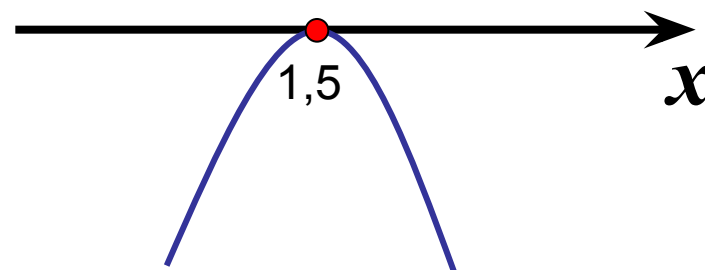
Точек, лежащих выше оси Ox , нет.
На оси Ox только одна точка.
Ее абсцисса $x = 1,5$ – решение неравенства

Пример 6

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 > 0$$

1. $-4x^2 + 12x - 9 = 0$, $D = 0$, $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ($a = -4$, $-4 < 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x , при которых точки параболы расположены выше оси Ox
5. *Ответ: нет решений.*



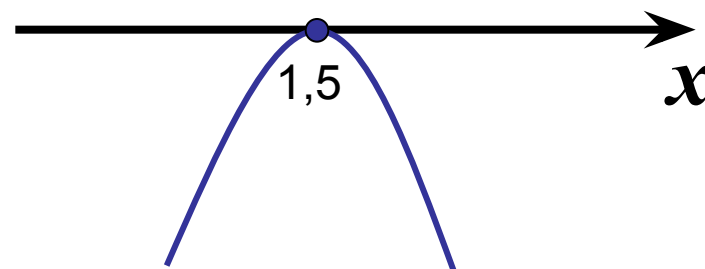
Точек, лежащих выше
оси Ox , нет.
Неравенство решений
не имеет.

Пример 7

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 \leq 0$$

1. $-4x^2 + 12x - 9 = 0$, $D = 0$, $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз ($a = -4$, $-4 < 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x , при которых точки параболы расположены ниже или на оси Ox
5. *Ответ: x – любое число.*



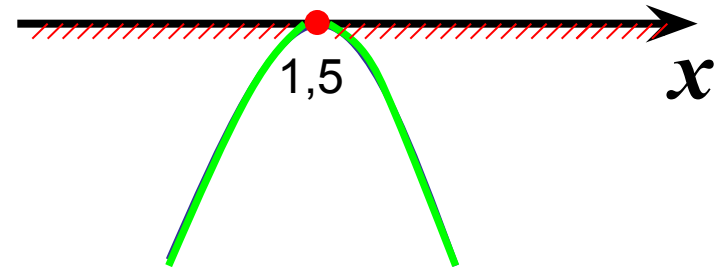
Каждая из точек параболы лежит либо ниже либо на оси Ox .
Неравенство выполняется при любых значениях x

Пример 8

Решить неравенство:

$$-4x^2 + 12x - 9 < 0$$

1. $-4x^2 + 12x - 9 = 0$, $D = 0$, $x = 1,5$
2. Ветви параболы направлены вниз
($a = -4$, $-4 < 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x , при которых точки параболы расположены ниже оси Ox
5. *Ответ:* $x \neq 1,5$ (или $(-\infty; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$).



При всех значениях x ,
кроме $x = 1,5$
точки параболы
расположены
ниже оси Ox