Решение заданий
В 5

по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике 2014 года

Кильдеева Ирина Владимировна,
учитель математики МБОУ «СОШ № 37 имени Новикова Гаврила Гавриловича»
г. Кемерово

Теоремы сложения и умножения вероятностей

Два события называются совместными, если они могут произойти одновременно при одном исходе эксперимента и несовместными, если они не могут происходить одновременно.

Пример: *Брошена монета. Появление «герба» исключает появление «решки». События «появился герб» и «появилась решка» - несовместные.*

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Событие «к концу дня кофе останется в обоих автоматах» - совместные.

События А и В называются противоположными, если они несовместны и одно из них обязательно происходит.

Событие, противоположное событию А, обозначают символом $\bar{A}$.

Сумма вероятностей противоположных событий равна 1. $P(A)+P(\bar{A})=1.$

Суммой двух случайных событий A и B называется случайное событие A+B, состоящее в появлении события A или события B или события A и B одновременно.

Пример:

Событие A – попадание в цель при первом выстреле,

событие B – попадание в цель при втором выстреле.

Тогда событие C = A + B – «попадание в цель вообще», безразлично при каком выстреле.

Вероятность суммы двух *несовместных* событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A)+P(B)$

Заметим, что если при определении нового события, мы употребляем союз «ИЛИ», то имеет место сумма некоторых событий.

Вероятность появления хотя бы одного из двух *совместных* событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

Произведением двух событий А и В **называется событие, состоящее в совместном (одновременном или последовательном) осуществлении обоих событий А и В.**

Пример:

Событие А – выпадение «орла» при первом подбрасывании монеты, событие В – выпадение «орла» при втором подбрасывании монеты.

Тогда событие С = А · В – двукратное выпадение «орла».

Заметим, что если при определении нового события, употребляем союз «И», то имеет место произведение некоторых событий.

Два события А и В, являются **независимыми**, если вероятность каждого из них (P(A) и P(B)) не зависит от наступления или не наступления второго.

Произведение двух событий А и В обозначается $A \cdot B$.

Вероятность совместного появления двух и более независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Примеры решения задач с помощью теорем сложения и умножения

319353

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

<u>Решение:</u>

Введем обозначения для событий:

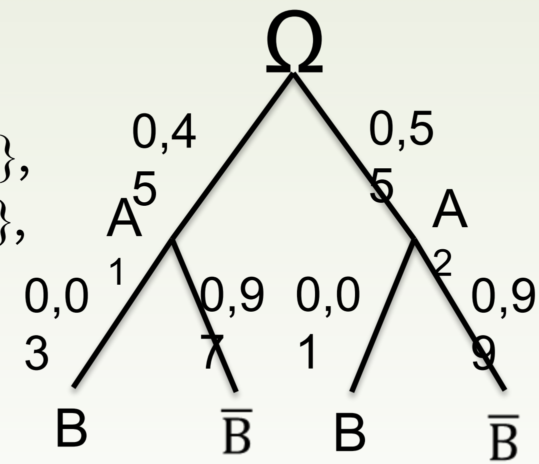
A_1 = {стекло выпущено на первой фабрике},

A_2 = {стекло выпущено на второй фабрике},

B = {стекло окажется бракованным},

$\overline{B}$ = {стекло **не** окажется бракованным}.

По условию задачи составим дерево и найдём необходимые вероятности.



$$P(\mathrm{B}) = 0{,}45 \cdot 0{,}03 + 0{,}55 \cdot 0{,}01 = 0{,}0135 + 0{,}0055 = 0{,}019$$

Ответ: 0,019.

Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

319355

Решение:

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $P(A \cdot B) = 0{,}52 \cdot 0{,}3 = 0{,}156$.

Ответ: 0,156.

На экзамене по геометрии школьнику достается один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

320171

Решение:

Определим события:

A = {вопрос на тему «Вписанная окружность»}, P(A)=0,2.

B = {вопрос на тему «Параллелограмм»}, P(B)=0,15.

События **A** и **B** несовместны, так как по условию в списке нет вопросов, относящихся к этим двум темам одновременно.

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: P(A)+P(B)=0,2 + 0,15 = 0,35.

Ответ: 0,35.

320197

№ 320197. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °С, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °С или выше

Решение:

Указанные события противоположны, поэтому искомая вероятность равна 1 − 0,81 = 0,19.

Ответ: 0,19.

При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

320196

Решение:

A = {отличается меньше, чем на 0,01мм}.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965, т.е. P(A)=0,965;

$\overline{A}$ = {отличается больше, чем на 0,01мм}, поэтому искомая вероятность противоположного события равна

$P(\overline{A}) = 1 - 0,965 = 0,035.$

Ответ: 0,035.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

320172

Решение:

Определим события

A = {кофе закончится в первом автомате},

B = {кофе закончится во втором автомате},

A · B = {кофе закончится в обоих автоматах},

A + B = {кофе закончится хотя бы в одном автомате}.

По условию задачи $P(A)=P(B)=0{,}3$ и $P(A \cdot B)=0{,}12$

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0{,}3 + 0{,}3 - 0{,}12 = 0{,}48.$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0{,}48 = 0{,}52$.

Ответ: 0,52.

320173

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение:

Результат каждого следующего выстрела не зависит от предыдущих. Поэтому события «попал при первом выстреле», «попал при втором выстреле» и т.д. независимы.

Вероятность каждого попадания равна 0,8. Значит, вероятность промаха равна $1 - 0{,}8 = 0{,}2$.

1 выстрел: 0,8
2 выстрел : 0,8
3 выстрел : 0,8
4 выстрел : 0,2
5 выстрел : 0,2

По формуле умножения вероятностей независимых событий, получаем, что искомая вероятность равна:

$$0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}02048 \approx 0{,}02.$$

Ответ: 0,02.

В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

320174

<u>Решение:</u>

Найдем вероятность $\bar{A}$ = {неисправны оба автомата}. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий: $P(\bar{A}) = 0{,}05 \cdot 0{,}05 = 0{,}0025$.

Событие A = {хотя бы один автомат исправен} противоположное. Следовательно, его вероятность равна
$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}0025 = 0{,}9975$.

Ответ: 0,9975.

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

320175

Решение:

Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равно произведению вероятностей этих событий: $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,09 = 0,91$.

Ответ: 0,91.

Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

320176

Решение:

Введем обозначения для событий:

A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет»,

B = «чайник прослужит больше двух лет», тогда

A + B = «чайник прослужит больше года».

События A и B совместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения.

Вероятность произведения этих событий, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю.

Тогда: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B)$,

откуда, используя данные из условия, получаем

$0{,}97 = P(A) + 0{,}89$.

Тогда: $P(A) = 0{,}97 - 0{,}89 = 0{,}08$.

Ответ: 0,08.

320176

Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

<u>Решение:</u> (другой способ)

Будем рассматривать как геометрическую вероятность.

Срок службы - 100%.

3%   97%

0__________1год______________________________100%

11%   89%

0____________________2года___________________100%

Нас интересует промежуток от года до двух лет.

11% - 3% = 8%

8%= 0,08

Ответ: 0,08.

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц из этих двух хозяйств. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

320177

<u>*Решение:*</u>

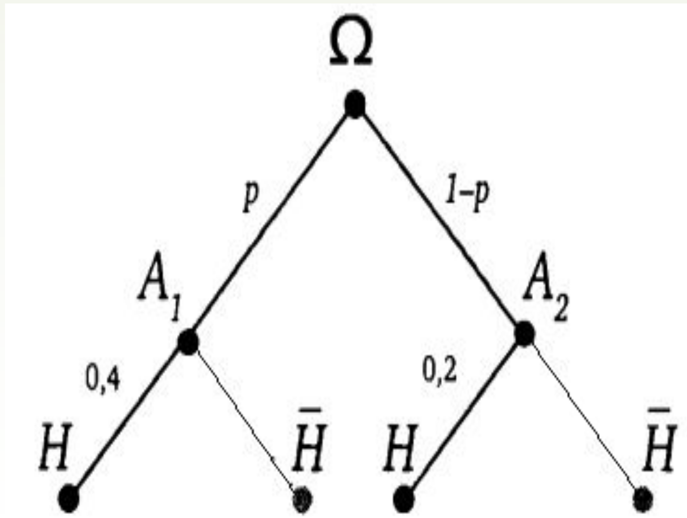
Введем обозначения для событий:

A_1 = {яйцо поступило из первого хозяйства},

A_2 = {яйцо поступило из второго хозяйства},

H = {яйцо имеет высшую категорию}.

Обозначим буквой *p* искомую вероятность события A_1 и нарисуем дерево.



По условию величина P(H) равна 0,35.

Ответ: 0,75.

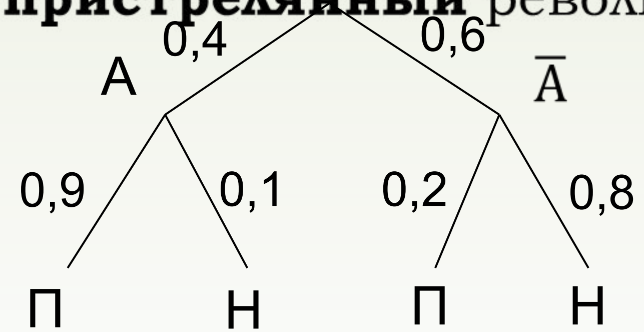
Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

320180

Решение: Введем обозначения для событий:

A = {схватит пристрелянный револьвер}, $P(A) = 4/10 = 0,4$

$\bar{A}$ = {схватит **не пристрелянный** револьвер}, $P(\bar{A}) = 1 - 0,4 = 0,6$



Составим дерево вариантов и найдём необходимые вероятности.
Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер и промахнется из него, или если схватит не пристрелянный револьвер и промахнется из него. Вероятности этих событий равны соответственно $0,4 \cdot 0,1 = 0,04$ и $0,6 \cdot 0,8 = 0,48$.
Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0,04 + 0,48 = 0,52$.

Ответ: 0,52.

320188

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Решение:

Р(В)=0,4 Р(П)=0,4 Р(Н)=1-0,4-0,4=0,2

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: В+В=3+3, В+Н=3+1, Н+В=1+3. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Каждое из этих событий представляет собой произведение двух независимых событий — результата в первой и во второй игре.

$P(\geq 4)=0,4 \cdot 0,4+0,4 \cdot 0,2+0,2 \cdot 0,4=0,32$

Ответ: 0,32.

Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

320199

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение:

В силу независимости событий, вероятность успешно сдать экзамены на лингвистику: $0,6\cdot0,8\cdot0,7 = 0,336$, вероятность успешно сдать экзамены на коммерцию: $0,6\cdot0,8\cdot0,5 = 0,24$, вероятность успешно сдать экзамены и на «Лингвистику», и на «Коммерцию»: $0,6\cdot0,8\cdot0,7\cdot0,5 = 0,168$. Успешная сдача экзаменов на «Лингвистику» и на «Коммерцию» — события совместные, поэтому вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Тем самым, поступить на одну из этих специальностей абитуриент может с вероятностью $0,336 + 0,24 - 0,168 = 0,408$.

Ответ: 0,408.

На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до тысячных.

320200

<u>*Решение:*</u>

Пусть завод произвел n тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% не выявленных дефектных тарелок: $0{,}9n + 0{,}2 \cdot 0{,}1n = 0{,}92n.$

Поскольку качественных из них $0{,}9n$, вероятность купить качественную тарелку равна $\frac{0{,}9n}{0{,}92n} = \frac{90}{92} \approx 0{,}978.$

Ответ: 0,978.

В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

320201

Решение:

Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $(0{,}3)^3 = 0{,}027$

Ответ: 0,027.

320202

По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Решение:

Вероятность того, что первый магазин не доставит товар равна
$1 - 0,8 = 0,2$.
Вероятность того, что второй магазин не доставит товар равна
$1 - 0,9 = 0,1$.
Поскольку эти события независимы, вероятность их произведения (оба магазина не доставят товар) равна произведению вероятностей этих событий: $0,2 \cdot 0,1 = 0,02$.

Ответ: 0,02.

Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

320198

Решение:

Рассмотрим события:

А = «учащийся решит 11 задач» и

В = «учащийся решит больше 11 задач».

Их сумма — событие А + B = «учащийся решит больше 10 задач».

События А и В несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0{,}74 = P(A) + 0{,}67$, откуда $P(A) = 0{,}74 - 0{,}67 = 0{,}07$.

Ответ: 0,07.

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

320203

Решение:

Рассмотрим события

A = «в автобусе меньше 15 пассажиров» и

B = «в автобусе от 15 до 19 пассажиров».

Их сумма — событие A + B = «в автобусе меньше 20 пассажиров».

События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0{,}94 = 0{,}56 + P(B)$, откуда

$P(B) = 0{,}94 - 0{,}56 = 0{,}38$.

Ответ: 0,38.

Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

320205

Решение:

1способ: Команда «Статор» начинает игру с мячом обозначим «+», начинает игру другая команда обозначим «-».

«Статор» играет с тремя командами. Возможные комбинации:

(+++); (++-); (+-+); (-++); (+--); (--+); (-+-); (---)

Всего 8 вариантов. Благоприятных - 1.

P(A)=1/8= 0,125

2 способ:

Требуется найти вероятность произведения трех событий: «Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность каждого из них равна 0,5, откуда находим: 0,5·0,5·0,5 = 0,125.

Ответ: 0,125.

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

320206

Решение:

3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х — хорошая, О — отличная погода). Найдем вероятности наступления такой погоды:

P(3 4 5 6)

P(Х Х Х О) = 0,8·0,8·0,2 = 0,128;

P(Х Х О О) = 0,8·0,2·0,8 = 0,128;

P(Х О Х О) = 0,2·0,2·0,2 = 0,008;

P(Х О О О) = 0,2·0,8·0,8 = 0,128.

Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

P(ХХХО) + P(ХХОО) + P(ХОХО) + P(ХООО) =

= 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392.

Ответ: 0,392.

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

320210

Решение: Введем обозначения для событий:

A = "батарейка бракованная", P(A)=0,06.

$\overline{A}$ = "батарейка исправная", P($\overline{A}$)=1-0,06=0,94.

Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}94 \cdot 0{,}94 = 0{,}8836$.

Ответ: 0,8836.

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

320211

Решение:

Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий:

A = «батарейка действительно неисправна и забракована справедливо» или

B = «батарейка исправна, но по ошибке забракована».

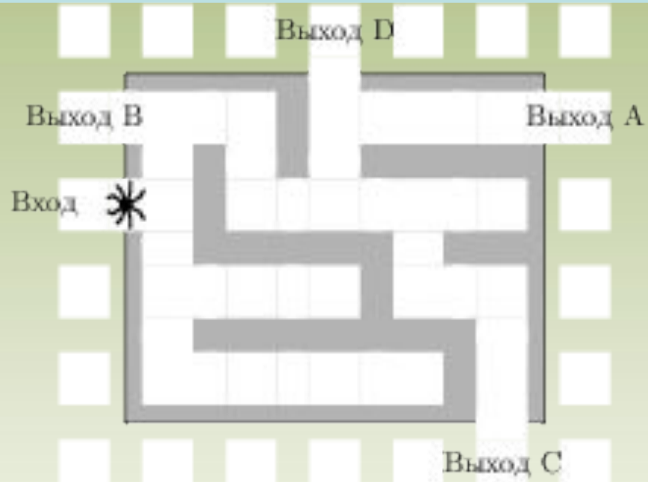
Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей эти событий. Имеем:

$P(A+B)=P(A)+P(B)=0{,}02\cdot 0{,}99+0{,}98\cdot 0{,}01=0{,}0198+0{,}098=0{,}0296.$

Ответ: 0,0296.

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.

320212



Решение:

На каждой из четырех отмеченных развилок паук с вероятностью $\frac{1}{2}$ может выбрать или путь, ведущий к выходу D, или другой путь. Это независимые события, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность прийти к выходу D равна $(\frac{1}{2})^4 = 0{,}0625$.

Ответ: 0,0625.

501061

Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Решение:

Пусть A — событие, состоящее в том, что мишень поражена стрелком с первого выстрела, B — событие, состоящее в том, что мишень поражена со второго выстрела. Вероятность события A равна P(A) = 0,7. Событие B наступает, если, стреляя первый раз, стрелок промахнулся, а стреляя второй раз, попал. Это независимые события, их вероятность равна произведению вероятностей этих событий: $P(B) = 0{,}3\cdot 0{,}7 = 0{,}21$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0{,}7 + 0{,}21 = 0{,}91.$$

Ответ: 0,91.

320187

При артиллерийской стрельбе автоматическая система де выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Решение:

A = {цель уничтожена}, $P(A) \geq 0{,}98$; $\overline{A}$ = {цель **не** уничтожена}, $P(\overline{A}) \leq 0{,}02$
Переформулируем задачу: сколько выстрелов надо сделать, чтобы вероятность непопадания была меньше или равна 0,02.
Найдем вероятность противоположного события, состоящего в том, что цель не будет уничтожена за n выстрелов. Вероятность промахнуться при первом выстреле равна 0,6, а при каждом следующем — 0,4. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятности этих событий.
Поэтому вероятность промахнуться при n выстрелах равна:
$0{,}6 \cdot (0{,}4)^{n-1} \leq 0{,}02$, т.е. $(0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdots 0{,}4 \leq 0{,}02)$
Последовательно проверяя значения n, равные 1, 2, 3 и т. д. находим, что искомым решением является n=5. Следовательно, необходимо сделать 5 выстрелов.

Ответ: 5.

320187

При артиллерийской стрельбе автоматическая система де
выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Другое решение:

Можно решать задачу «по действиям», вычисляя вероятность уце
леть после ряда последовательных промахов:

$P(1) = 0{,}6.$

$P(2) = P(1)\cdot 0{,}4 = 0{,}24.$

$P(3) = P(2)\cdot 0{,}4 = 0{,}096.$

$P(4) = P(3)\cdot 0{,}4 = 0{,}0384;$

$P(5) = P(4)\cdot 0{,}4 = 0{,}01536.$

Последняя вероятность меньше 0,02, поэтому достаточно пяти вы
стрелов по мишени.

Ответ: 5.

320207

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент н... гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

__Решение:__

Анализ пациента может быть положительным по двум причинам:

А) пациент болеет гепатитом, его анализ верен;

В) пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен.

Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем:

$P(A)=0{,}9 \cdot 0{,}05=0{,}045$

$P(B)=0{,}01 \cdot 0{,}95=0{,}0095$

$P(A+B)=P(A)+P(B)=0{,}045+0{,}0095=0{,}0545.$

Ответ: 0,0545.

В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

500998

Решение:

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать тремя способами: 5, 10, 10; 10, 5, 10 или 10, 10, 5. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{4}=\frac{3}{5}.$

Другое рассуждение.

Вероятность того, что Петя взял пятирублевую монету, затем десятирублевую, и затем еще одну десятирублевую (в указанном порядке) равна $\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{5}.$

Поскольку Петя мог достать пятирублевую монету не только первой, но и второй или третьей, вероятность достать набор из одной пятирублевой и двух десятирублевых монет в 3 раза больше. Тем самым, она равна 0,6.

Ответ: 0,6.

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублёвые монеты лежат в одном кармане.

500999

Решение:

Двухрублевые монеты могут лежать в одном кармане, если Петя переложил в другой карман три из четырех рублевых монет (а двухрублевые не перекладывал), или если переложил в другой карман обе двухрублевые монеты и одну рублевую одним из трех способов: 1, 2, 2; 2, 1, 2; 2, 2, 1. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{4}=0,4.$$

Ответ: 0,4.

Используемые материалы

- *ЕГЭ 2015. Математика. Задача 5. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. И. Р.Высоцкий, И.В. Ященко.– М.: МЦНМО, 2014. – 64 с.*
- *ЕГЭ: Математика 4000 задач с ответами базовый и профильный уровень. Все задания «Закрытый сегмент» / под ред. И.Р.Высоцкий, И.В. Ященко, А.В. Забелин.*
  – М.: Издательство «Экзамен», 2015. – 688с.
- http://4ege.ru/materials_podgotovka/4421-ssylki-na-otkrytye-banki-zadaniy-fipi-ege-i-gia.html *материалы открытого банка заданий по математике 2015 года*