

Исследовательская задача на уроках математики

*«Важнейшая задача цивилизации - научить человека
мыслить.»*

Т. Эдисон

Автор: Лашманова Жанна Викторовна
учитель математики
МБОУ Таксимовская СОШ №3
Республика Бурятия

Цели использования исследовательской задачи на уроках математики

- **Образовательные**: формирование умений систематизировать, обобщать, видеть закономерности; формирование умения решать задачи разными способами, привлекая разнообразный теоретический материал из всего курса; формирование графической культуры учащихся.
- **Развивающие**: развитие мыслительных операций посредством наблюдений, сравнений, сопоставления, сознательного восприятия учебного материала; развитие математической речи учащихся, потребность к самообразованию, способствование развитию творческой деятельности учащихся.
- **Воспитательные**: воспитание познавательной активности, чувства ответственности, уважения друг к другу, взаимопонимания, уверенности в себе.

Алгоритм использования исследовательской задачи на уроках математики

- Постановка задачи
- Решение задачи
- Выводы
- Возможные задачи для дальнейшего решения

Постановка задачи

Способы отбора корней в тригонометрических уравнениях

1. Арифметический способ:

- а) непосредственная подстановка полученных корней в уравнение и имеющиеся ограничения;
- б) перебор значений целочисленного параметра и вычисление корней.

2. Алгебраический способ:

- а) решение неравенства относительно целочисленного параметра и вычисление корней;
- б) исследование уравнения с двумя целочисленными параметрами.

3. Геометрический способ:

- а) изображение корней на тригонометрической окружности и их отбор с учетом имеющихся ограничений;
- б) изображение корней на числовой прямой с последующим отбором и учетом имеющихся ограничений;

4. Функционально – графический способ:

- а) отбор корней с использованием графиков простейших тригонометрических функций.

Решение задачи Алгебраический способ

ВЫСШЕЕ НАЗНАЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ... СОСТОИТ В
ТОМ, ЧТОБЫ НАЙТИ СКРЫТЫЙ ПОРЯДОК В ХАОСЕ, КОТОРЫЙ НАС ОКРУЖАЕТ. *ВИНЕР Н.*

$$\begin{aligned} \sin 2x &= \cos x \\ \sin 2x - \cos x &= 0 \\ 2 \sin x \cos x - \cos x &= 0 \\ \cos x (2 \sin x - 1) &= 0 \\ \cos x = 0 & \quad 2 \sin x - 1 = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$-x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq \frac{3\pi}{4} \quad | : \pi$
 $-1 \leq \frac{1}{2} + 2n \leq \frac{3}{4}$
 $-1 - \frac{1}{2} \leq h \leq \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$
 $-\frac{3}{2} \leq h \leq \frac{1}{4}, h \in \mathbb{Z}$
 $h = -1, h = 0$
 Если $h = -1$, то $x = \frac{\pi}{2} - \pi = -\frac{\pi}{2}$
 Если $h = 0$, то $x = \frac{\pi}{2}$

$-x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq \frac{3\pi}{4} \quad | : \pi$
 $-1 \leq \frac{5}{6} + 2n \leq \frac{3}{4}$
 $-\frac{5}{6} - \frac{5}{6} \leq 2n \leq \frac{9}{12} - \frac{10}{12}$
 $-\frac{11}{6} \leq 2n \leq -\frac{1}{12} \quad | : 2$
 $-\frac{11}{12} \leq h \leq -\frac{1}{24}, h \in \mathbb{Z}$
 решений нет
 Ответ: $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}$

Выводы

Алгебраический способ

Преимущества способа:

Эффективен, когда последовательный перебор значений параметров приводит к вычислительным трудностям.

Промежуток для отбора корней большой.

При решении задач с дополнительными условиями.

Значения обратных тригонометрических функций, входящих в серии решений, не являются табличными.

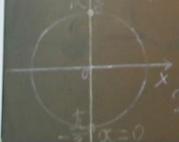
Недостатки способа:

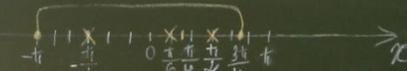
Требуется уверенное умение решать неравенства относительно неизвестного целочисленного



Решение задачи Арифметический способ

ВЫСШЕЕ НАЗНАЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ... СОСТОИТ В
ТОМ, ЧТОБЫ НАЙТИ СКРЫТЫЙ ПОРЯДОК В ХАОСЕ, КОТОРЫЙ НАС ОКРУЖАЕТ. *Виллер Н.*

$$\begin{aligned} \sin 2x &= \cos x \\ \sin 2x - \cos x &= 0 \\ 2 \sin x \cos x - \cos x &= 0 \\ \cos x (2 \sin x - 1) &= 0 \\ \cos x = 0 & \quad 2 \sin x - 1 = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} & \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} & \quad \sin x = \frac{1}{2} \\ x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi n & \\ x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} & \end{aligned}$$


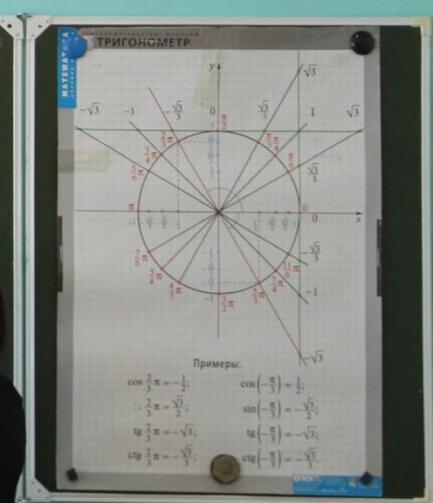


Если $n=0$, то $x = \frac{\pi}{6} \in [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$
 $x = \frac{\pi}{6} \in [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$

Если $n=1$, то $x = \frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$
 $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$

Если $n=-1$, то $x = \frac{\pi}{6} - \pi = -\frac{5\pi}{6} \in [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$
 $x = -\frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{13\pi}{6} \notin [-\pi; \frac{3\pi}{4}]$

Ответ: $-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$



Выводы

Арифметический способ

Преимущества способа:

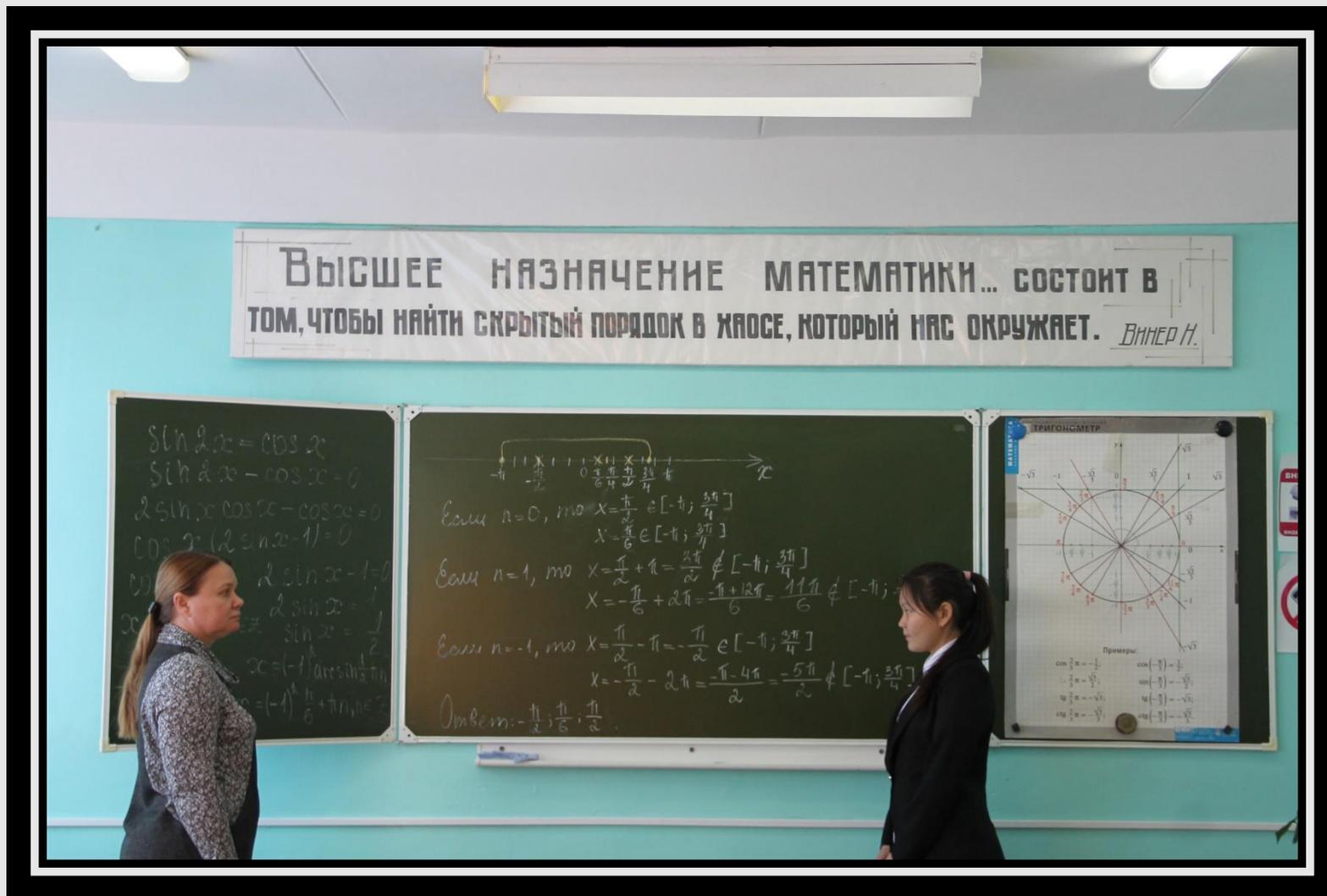
Не требует специальных умений.
Требует лишь уверенное владение таблицей значений тригонометрических функций и формулами приведения

Недостатки способа:

Заданные ограничения охватывают большой промежуток, и последовательный перебор значений параметров приводит к громоздким вычислениям.

Значения обратных тригонометрических функций, входящих в серии решений, не являются табличными.

Требуется определить количество корней уравнения, удовлетворяющих дополнительным условиям.



Решение задачи Геометрический способ



Выводы

Геометрический способ

Преимущества способа:

Тригонометрическую окружность удобно использовать при отборе корней на промежутке, длина которого не превосходит длину окружности, или в случае, когда значения обратных тригонометрических функций, входящих в серию решений, не являются табличными. Когда использовать числовую окружность затруднительно, для отбора корней тригонометрического уравнения применяют координатную прямую.

Недостатки способа:

Предполагает наличие навыков изображения решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств на числовой окружности или прямой.



Список использованной литературы

1. А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс (профильный уровень). В 2 ч. Ч. 1. Учебник (профильный уровень)
2. А. Г. Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник (профильный уровень)
3. А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Методическое пособие для учителя (профильный уровень)