

ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Мышление

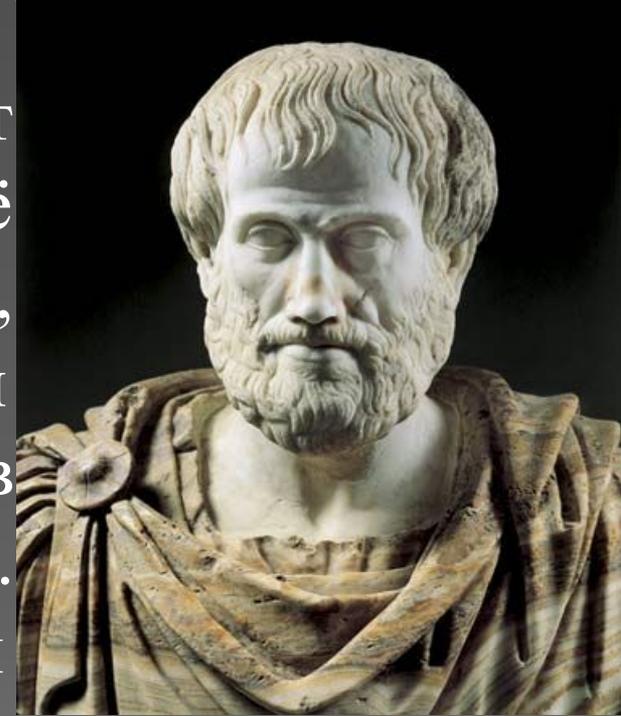
1. Как человек мыслит?
2. Что в нашей обыденной речи является высказыванием, а что нет?
3. Арифметическое умножение и логическое умножение. В чём сходство и различие?



Иероглиф «Мысль»

ОСНОВОПОЛОЖНИК ЛОГИКИ

В основе современной логики лежат учения, созданные ещё древнегреческими мыслителями, хотя первые учения о формах и способах мышления возникли в Древнем Китае и Индии. Основателем формальной логики является Аристотель, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.



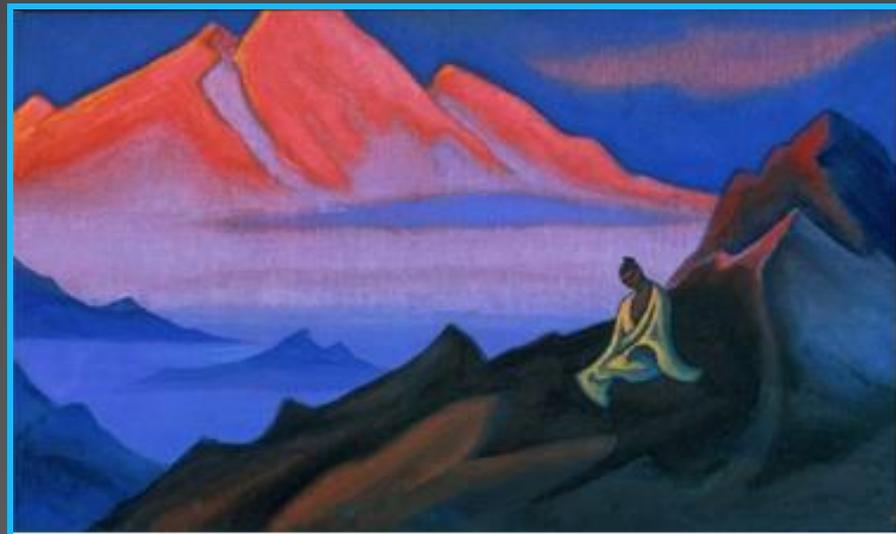
Мышление помогает -

- ◎ Познать законы окружающего мира
- ◎ Сделать научное открытие
- ◎ Получить знания о свойствах и явлениях, которые не могут быть непосредственно восприняты человеком



Логика

Н. Рерих, «Мысль» (1946 г.)



Логика —

это наука о формах и
способах мышления.

◎ Формы мышления

```
graph TD; A[◎ Формы мышления] --> B[◎ Понятие]; A --> C[◎ Суждение]; A --> D[◎ Умозаключения];
```

◎ Понятие

◎ Суждение

◎ Умозаключения
е

Понятие – это форма мышления, которая выделяет существенные признаки объекта или класса объектов, позволяющие отличать их от других.

Объекты

- Нас окружает множество объектов.
- **Объект** – это любой одушевленный или неодушевленный предмет, явление или событие.



Высказывание



Высказывание - это форма мышления, которой что-либо утверждается или отрицается об объектах, признаках или отношениях объектов.

Высказывание является повествовательным предложением, в котором что-либо утверждается или отрицается.

Примеры высказываний:

- Буква «а» – гласная.
- Ботаника – наука о животных.
- Луна – спутник Земли.
- Париж – столица Англии.
- Число 11 является простым.
- Компьютер был изобретён в середине XIX века.

Какие из предложений являются высказываниями?

1. Какой длины эта лента?
2. Прослушайте сообщение.
3. Делайте утреннюю зарядку!
4. $4 + 5 = 10$.
5. Все медведи – бурые.
6. Некоторые медведи живут на севере.
7. Какой час?

Умозаключение

Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (знание или вывод).



Дано высказывание...

Исходное суждение - посылка

Все углы равнобедренного треугольника равны
– Пусть основанием треугольника является сторона c . Тогда $a=b$. Так как в треугольнике все углы равны, следовательно, основанием может быть любая другая сторона, например a . тогда $b=c$. Следовательно $a=b=c$. Треугольник равносторонний.

Полученное суждение - заключение

Логические выражения и операции

Алгебра – это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются не только над числами, но и над другими математическими объектами, в том числе и над высказываниями.

Такая алгебра называется алгеброй
ЛОГИКИ.

Логическая переменная и функция

Логическая переменная – это простое высказывание, содержащее только одну мысль.

Её обозначают латинской буквой (например, А, В, Х, Y).

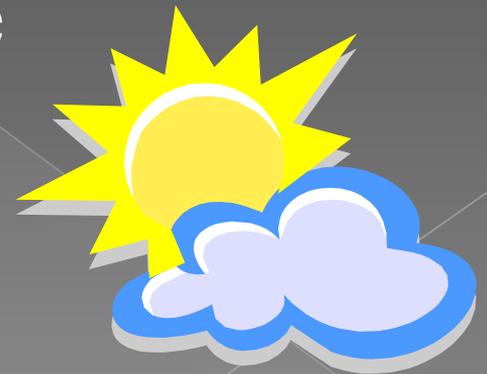
Значением переменной могут быть только константы ИСТИНА и ЛОЖЬ (0 или 1).

Логическая функция – это составное высказывание, которое содержит несколько простых мыслей, соединённых между собой с помощью логических операций. Её обозначают – $F(A, B, \dots)$.

Например:

$A = \text{«Земля круглая и Солнце светит для всех»}$

$A = 1$



Логические операции

1. Конъюнкция – логическое умножение.
 - ⦿ Обозначение: $A \& B$ или $A \wedge B$.
 - ⦿ Союз в естественном языке: A и B .

Таблица истинности

Таблица истинности – таблица, определяющая значение сложного высказывания при всех возможных значениях простых высказываний.

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

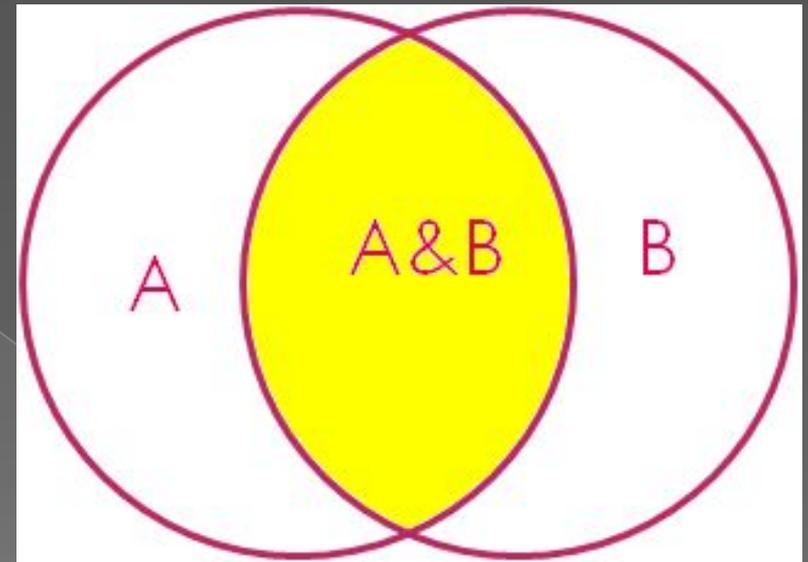
Круги Эйлера

Конъюнкция – пересечение множеств.

A=«Множество учеников в классе»

B=«Множество отличников в классе»

A&B=«Множество учеников, являющихся отличниками».



Логические операции

2. Дизъюнкция – логическое сложение.
 - ⊙ Обозначение: $A \vee B$.
 - ⊙ Союз в естественном языке: А или В.

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

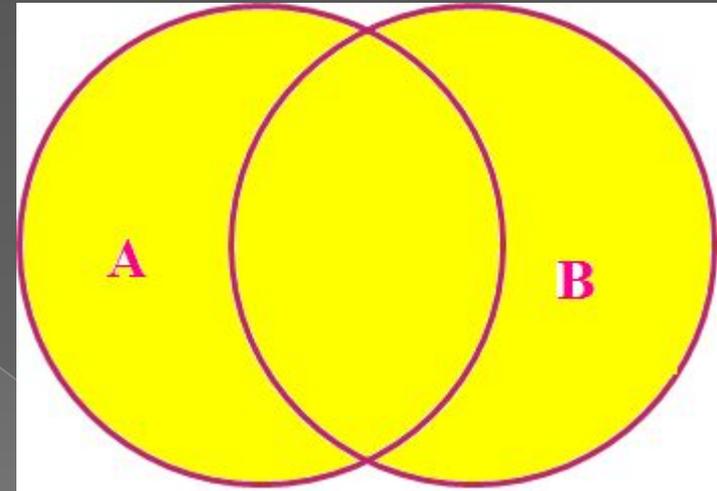
Круги Эйлера

Дизъюнкция – объединение множеств.

A = «Множество учеников начальной школы».

B = «Множество учеников старшей школы».

$A \vee B$ = «Множество всех учеников школы».



Логические операции

3. Инверсия – логическое отрицание.

⊙ Обозначение: \bar{A} или $\neg A$.

⊙ Союз в естественном языке: не А.

Таблица истинности

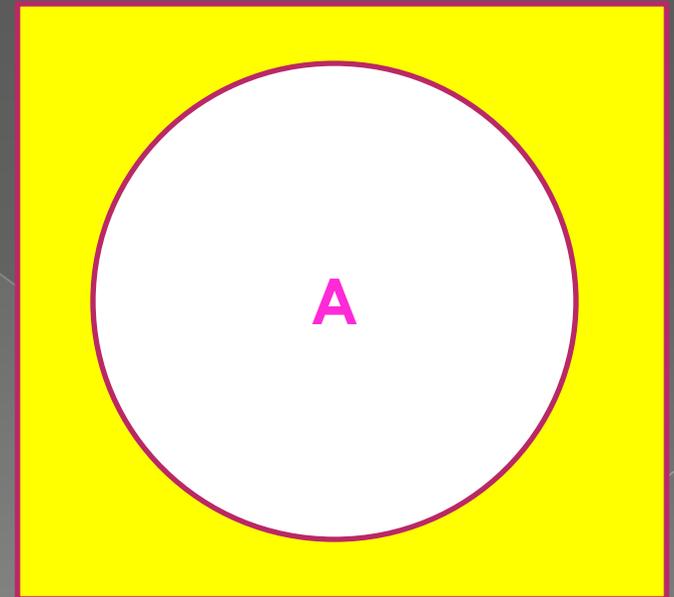
A	$\neg A$
0	1
1	0

Круги Эйлера

Инверсия – дополнение к множеству.

A = «Множество учеников».

$\neg A$ = «Множество детей,
не достигших школьного
возраста».



Логические операции

3. Импликация – логическое следование.
 - ⊙ Обозначение: $A \rightarrow B$ (A – условие, B – следствие).
 - ⊙ Союз в естественном языке: если A , то B ; когда A , тогда B .

Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логические операции

3. Эквивалентность – логическое равенство.
 - ⊙ Обозначение: $A \equiv B$ или $A \leftrightarrow B$.
 - ⊙ Союз в естественном языке: A тогда и только тогда, когда B .

Таблица истинности

A	B	$A \equiv B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Задание 1.

Записать в виде логического выражения следующее высказывание:

«Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдёт на рыбалку».

A=«Петя поедет в деревню»

B=«Будет хорошая погода»

C=«Он пойдёт на рыбалку».

$$F = A \& (B \rightarrow C)$$

Решение задач ЕГЭ.

- Задание 1.

Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению:

$$\bar{A} \vee \overline{(\neg A \& B)} \vee \bar{C}$$

- 1) $\neg A \vee \neg C$
- 2) $\neg B \vee \neg C$
- 3) 1
- 4) 0

○ Задание 2.

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений трёх аргументов: X , Y , Z . Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

X	Y	Z	F
1	0	0	0
0	1	0	1
0	0	1	0

1) $(0 \ \& \ Y) \ \& \ (X \leftrightarrow Z)$

2) $(1 \ \& \ Y) \ \& \ (X \leftrightarrow Z)$

3) $(0 \ \vee \ \neg Y) \ \& \ (X \leftrightarrow Z)$

4) $(\neg 1 \ \& \ Y) \ \& \ (X \leftrightarrow Z)$

○ Задание 3.

Для какого имени истинно высказывание:

\neg (Первая буква имени гласная \rightarrow Четвёртая буква имени согласная).

1) ЕЛЕНА

2) ВАДИМ

3) АНТОН

4) ФЁДОР

○ Задание 4.

Для какого имени истинно высказывание:

(Первая буква имени согласная) & (¬(Вторая буква имени согласная → Четвёртая буква имени гласная)).

1) ИВАН

2) ПЁТР

3) ПАВЕЛ

4) ЕЛЕНА

◉ Задание 5.

Для какого из значений числа Y высказывание истинно?

$$(y < 5) \& (y > 1) \rightarrow (y > 5) = 1$$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

○ Задание 6.

Три свидетеля дорожного происшествия сообщили сведения о скрывшемся нарушителе. Николай утверждает, что тот был на синем «Рено», Дмитрий сказал, что нарушитель уехал на чёрной «Тойоте», а Семён показал, что машина была точно не синяя и, по всей видимости, это был «Форд». Когда удалось отыскать машину, выяснилось, что каждый из свидетелей точно определил только один из параметров автомобиля, а в другом ошибся. Какая и какого цвета была машина у нарушителя?

Решение

Обозначим высказывания:

A = «машина синего цвета»;

B = «машина была «Рено»;

C = «машина чёрного цвета»;

D = «машина была «Тойота»;

E = «машина была «Форд».



- ⊙ Из показаний Николая следует, что $A \vee B$ истинно;
- ⊙ Из показаний Дмитрия следует, что $C \vee D$ истинно;
- ⊙ Из показаний Семёна следует, что $\neg A \vee E$ истинно.

Если составленные из высказываний каждого свидетеля сложные высказывания истинны, то будет истинна и конъюнкция.

$$(A \vee B) \& (C \vee D) \& (\neg A \vee E) = 1$$

$$(A + B)(C + D)(\neg A + E) =$$

A = «машина синего цвета»;
B = «машина была «Рено»»;
C = «машина чёрного цвета»;
D = «машина была «Тойота»»;
E = «машина была «Форд»».

Самостоятельная работа

Задание 1. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению:

$$\overline{(A \vee \bar{B})}$$

- 1) $A \vee B$
- 2) $A \& B$
- 3) $(\neg A) \vee (\neg B)$
- 4) $(\neg A) \vee B.$

Задание 2. Для какого из указанных значений числа X истинно высказывание :

$$(X > 4) \vee ((X > 1) \rightarrow (X > 4))$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4.

ОТВЕТЫ:

1. Вариант № 4 ($(\neg A) \vee B$);
2. Вариант № 1 (для 1).