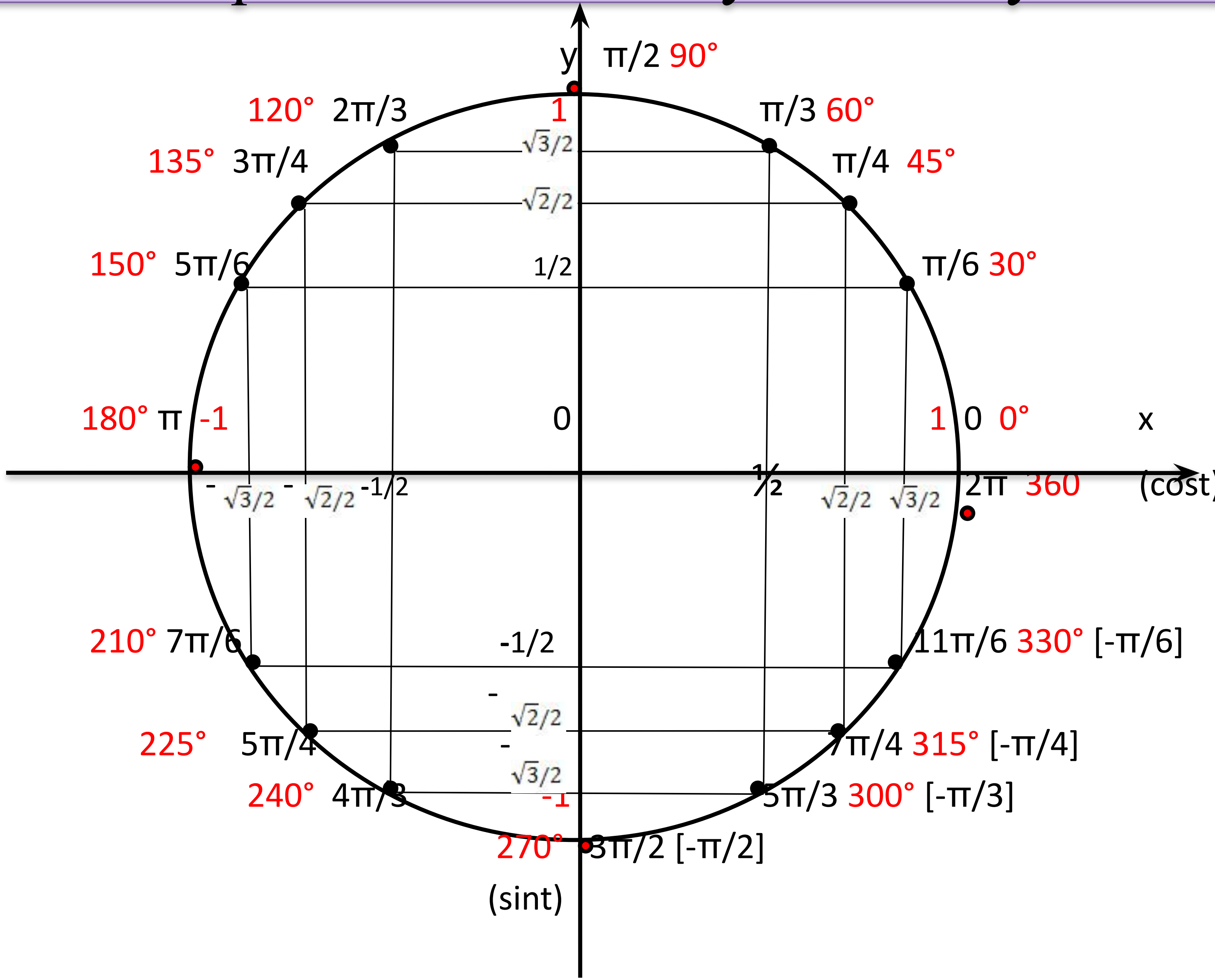
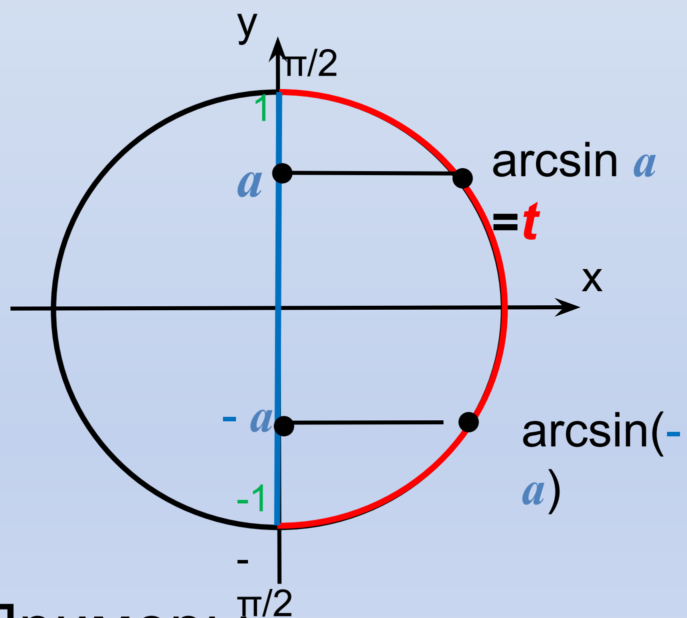
Решение простейших тригонометрических неравенств

Галиева Гульназ Муллагалиевна , учитель математики и информатики
МБОУ «Изминская средняя общеобразовательная школа
Сабинского муниципального района Республики Татарстан»

Повторим значения синуса косинуса



Арксинус



Арксинусом числа a называется такое число (угол) t из **[-π/2;π/2]**, что $\boldsymbol{\sin t = a}$.
Причём, $|a| \leq \mathbf{1}$.

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

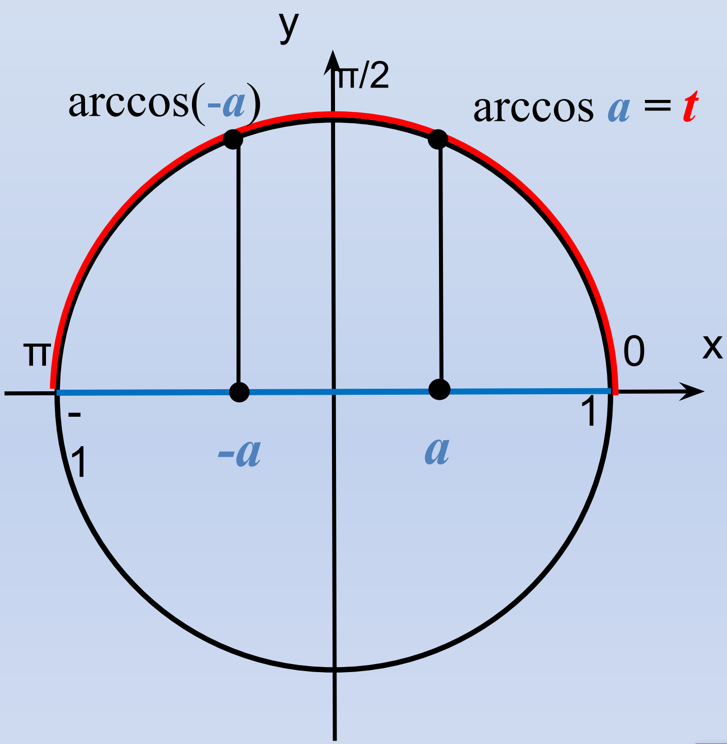
Примеры:

$$1)\ arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$2) arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

$$3) arcsin0 = 0$$

Арккосинус



Арккосинусом числа a называется такое число (угол) t из $[0;\pi]$, что **cos** $t = a$**.**

Причём, $|a| \leq$ **1**.

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Примеры:

1) $\arccos(-1) = \pi$

2) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$

При каких значениях x имеет смысл выражение:

1. $\arcsin(2x+1)$

1) $-1 \le \mathbf{2x-1} \le 1$

$-2 \le \mathbf{2x} \le 0$

$-1 \le \mathbf{x} \le 0$

Ответ: $[-1;0]$

2. $\arccos(5-2x)$

2) $-1 \le \mathbf{5-2x} \le 1$

$-6 \le \mathbf{-2x} \le -4$

$2 \le \mathbf{x} \le 3$

Ответ: $[2;3]$

3. $\arccos(x^2-1)$

$-1 \le \mathbf{x^2-1} \le 1$

$0 \le \mathbf{x^2} \le 2$

Ответ:

$\left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$

4. $\arcsin(4x^2-3x)$

$-1 \le 4x^2-3x \le 1$

$$\begin{cases} 4x^2-3x \ge -1 \\ 4x^2-3x \le 1 \end{cases}$$

$4x^2-3x-1 \le 0$

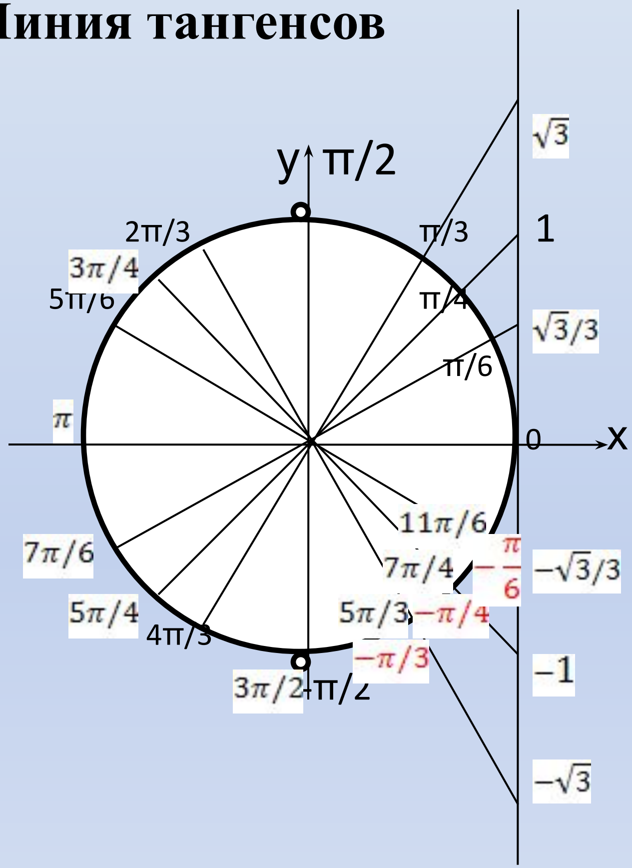
Ответ:

$\left[-\frac{1}{4}; 1\right]$

Повторим значения тангенса и котангенса

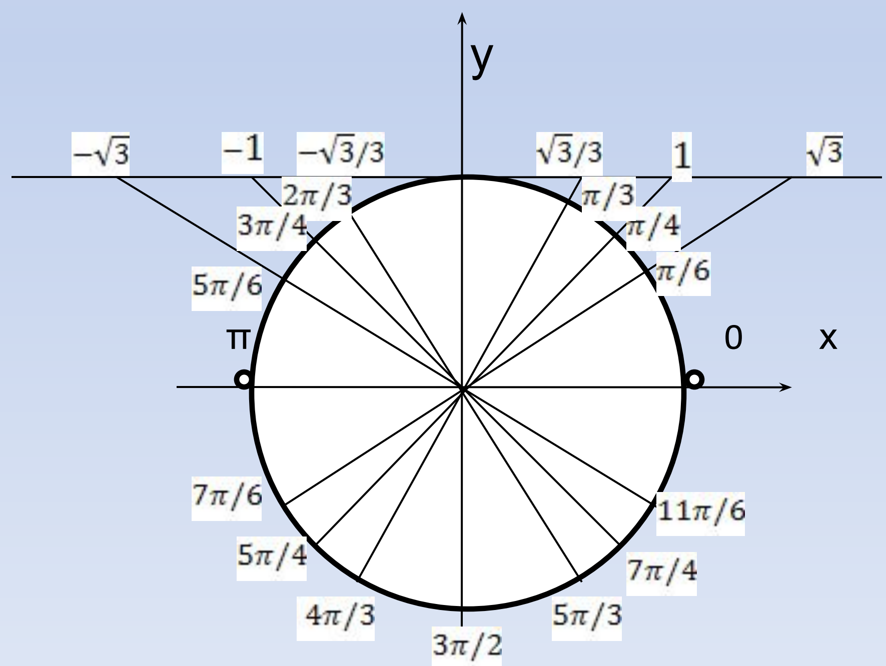
Линия тангенсов

tg t ЄR , но t ≠ $\pi/2 + \pi k$, kЄZ

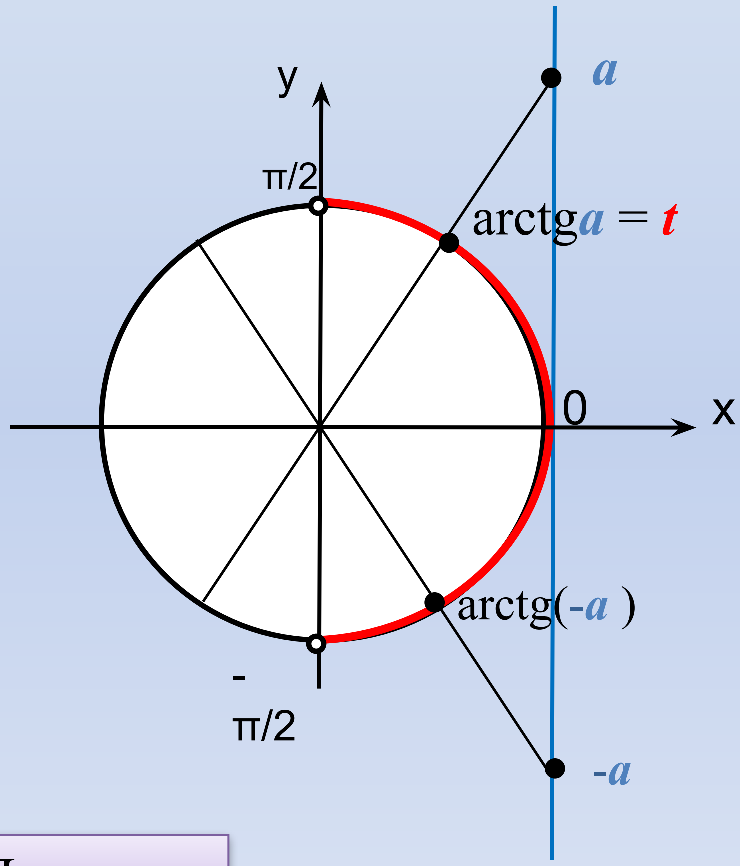


ctg t ЄR, но t ≠ 0 + πk, kЄZ

Линия котангенсов



Арктангенс



Арктангенсом числа *a* называется такое число (угол) ***t*** из (-π/2;π/2), что ***tg t* = *a* .**
Причём, *a* **Є R.**

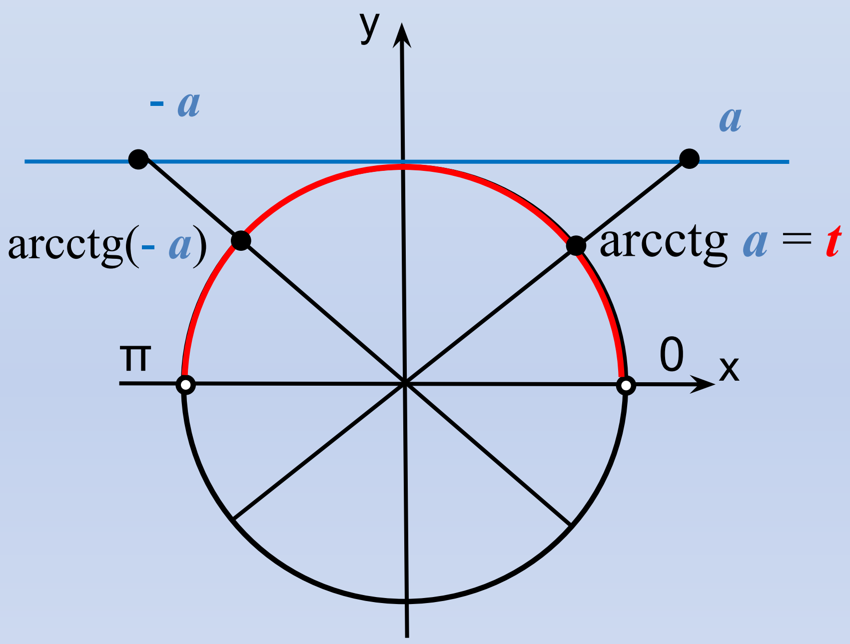
arctg(-*a*) = - arctg *a*

Примеры:

1) arctg√3/3 = π/6

2) arctg(-1) = -π/4

Арккотангенс



Арккотангенсом числа *a* называется такое число (угол) **t** из (0;π), что **c*tg t* = *a*.** Причём, *a* ЄR .

arcctg(- *a*) = π – arcctg *a*

Примеры:

1) arcctg(-1) = 3π/4

2) arcctg√3 = π/6

Формулы корней простых тригонометрических уравнений

1.cost = *a* , где |***a***| ≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = \arccos\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = \pm\arccos\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)cost=0
t = π/2+πk, kЄZ

2)cost=1
t = 0+2πk, kЄZ

3)cost = -1
t = π+2πk, kЄZ

2.sint = *a*, *где* | *a* |≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = \arcsin\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin\boldsymbol{a} + \pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1)sint=0
t = 0+πk, kЄZ

2)sint=1
t = π/2+2πk, kЄZ

3)sint = - 1
t = - π/2+2πk, kЄZ

3. tgt = *a*, *a*ЄR

t = arctg ***a*** + πk, kЄZ

4. ctgt = *a*, *a*ЄR

t = arcctg ***a*** + πk, kЄZ

Примеры
:

1) $\cos t = -\frac{1}{2}$;

$t = \pm\arccos(-1/2) + 2\pi k,\ k \in Z$

$t = \pm 2\pi/3 + 2\pi k,\ k \in Z$

2) $\sin t = 0$;

Частный случай:

$t = 0 + \pi k,\ k \in Z$

3) $\mathrm{tg}\, t = 1$;

$t = \mathrm{arctg}\, 1 + \pi k,\ k \in Z$

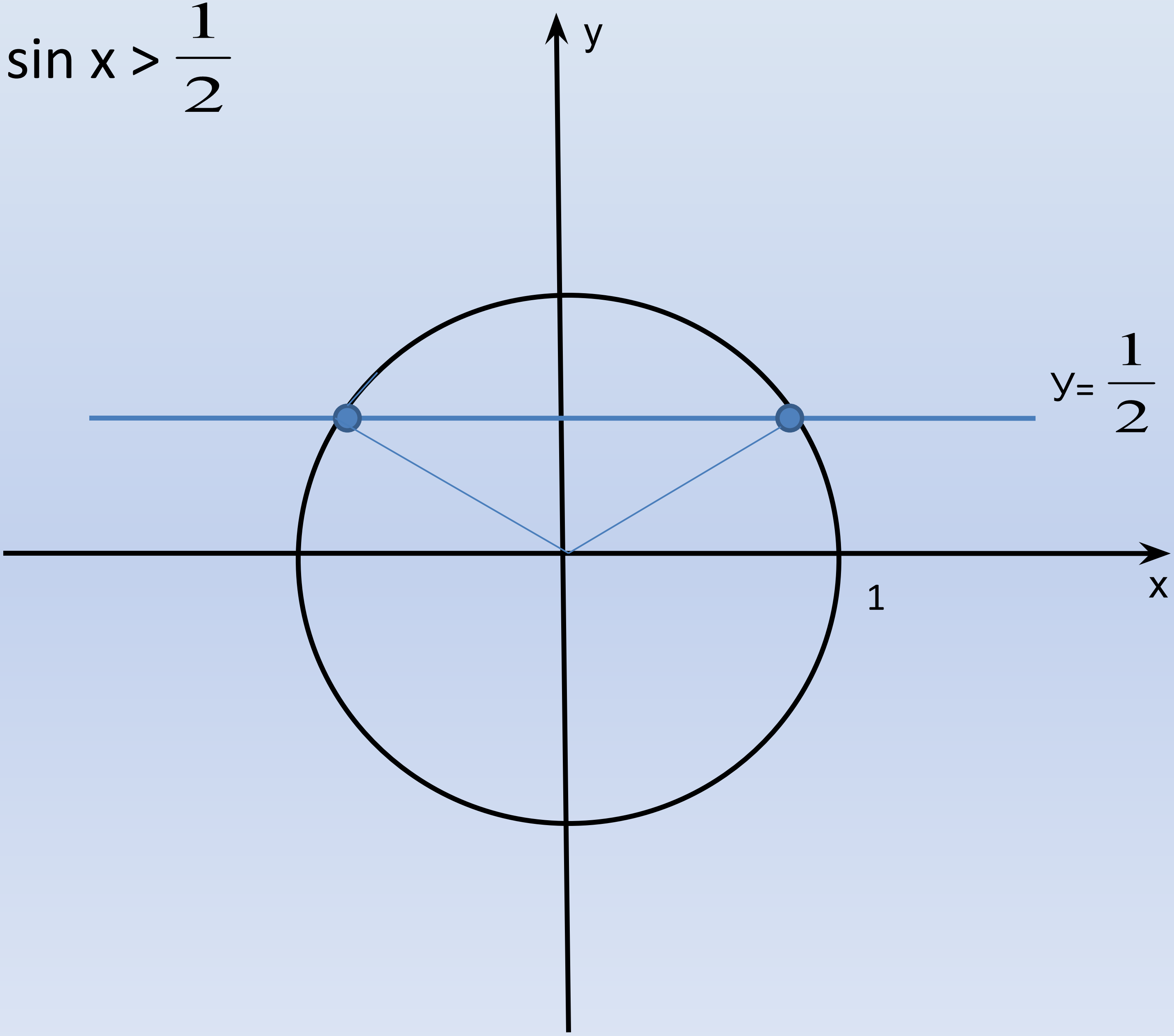
$t = \pi/4 + \pi k,\ k \in Z$.

4) $\mathrm{ctg}\, t = -\sqrt{3}$

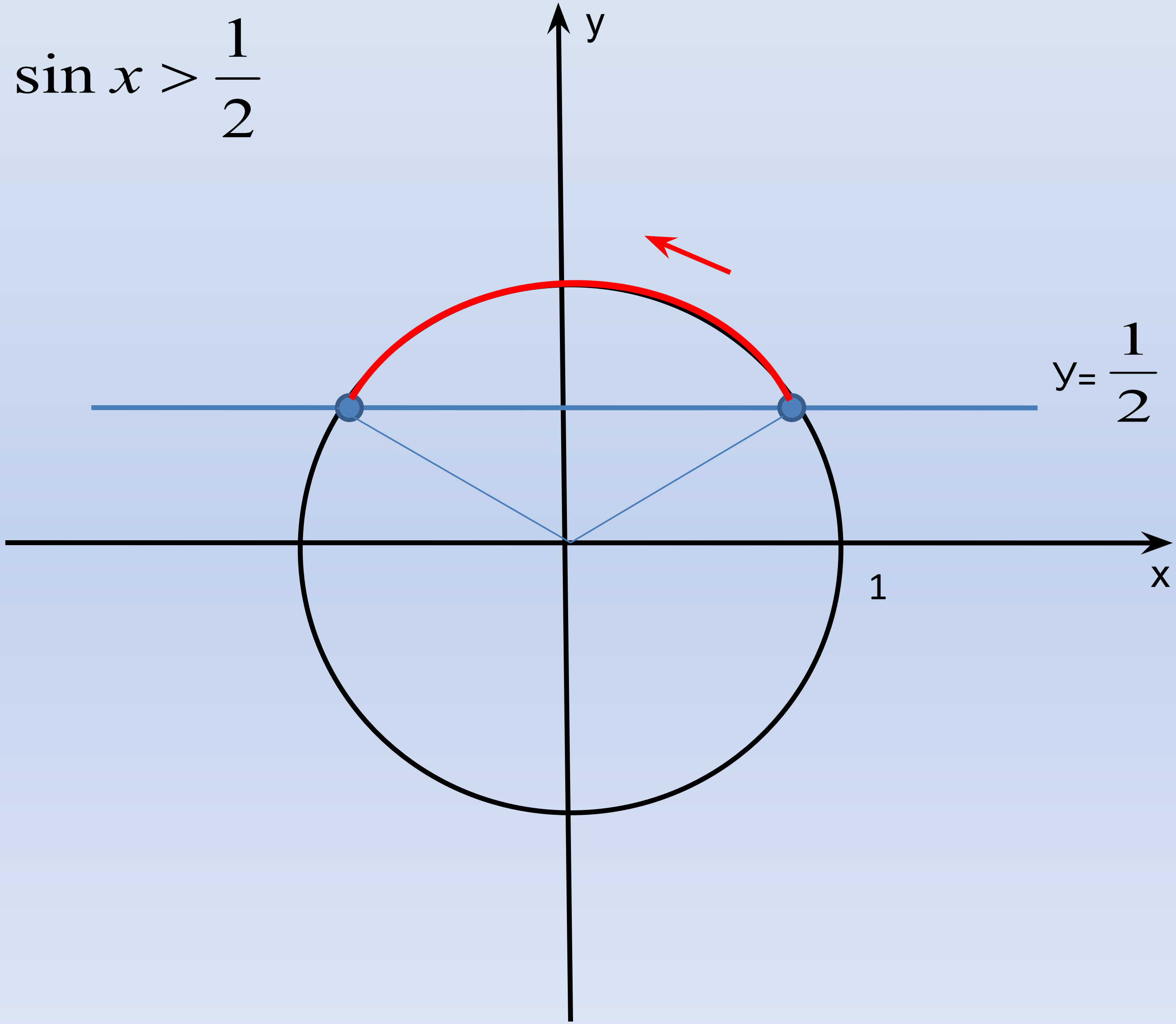
$t = \mathrm{arcctg}(-\sqrt{3}) + \pi k,\ k \in Z$

$t = 5\pi/6 + \pi k,\ k \in Z$.

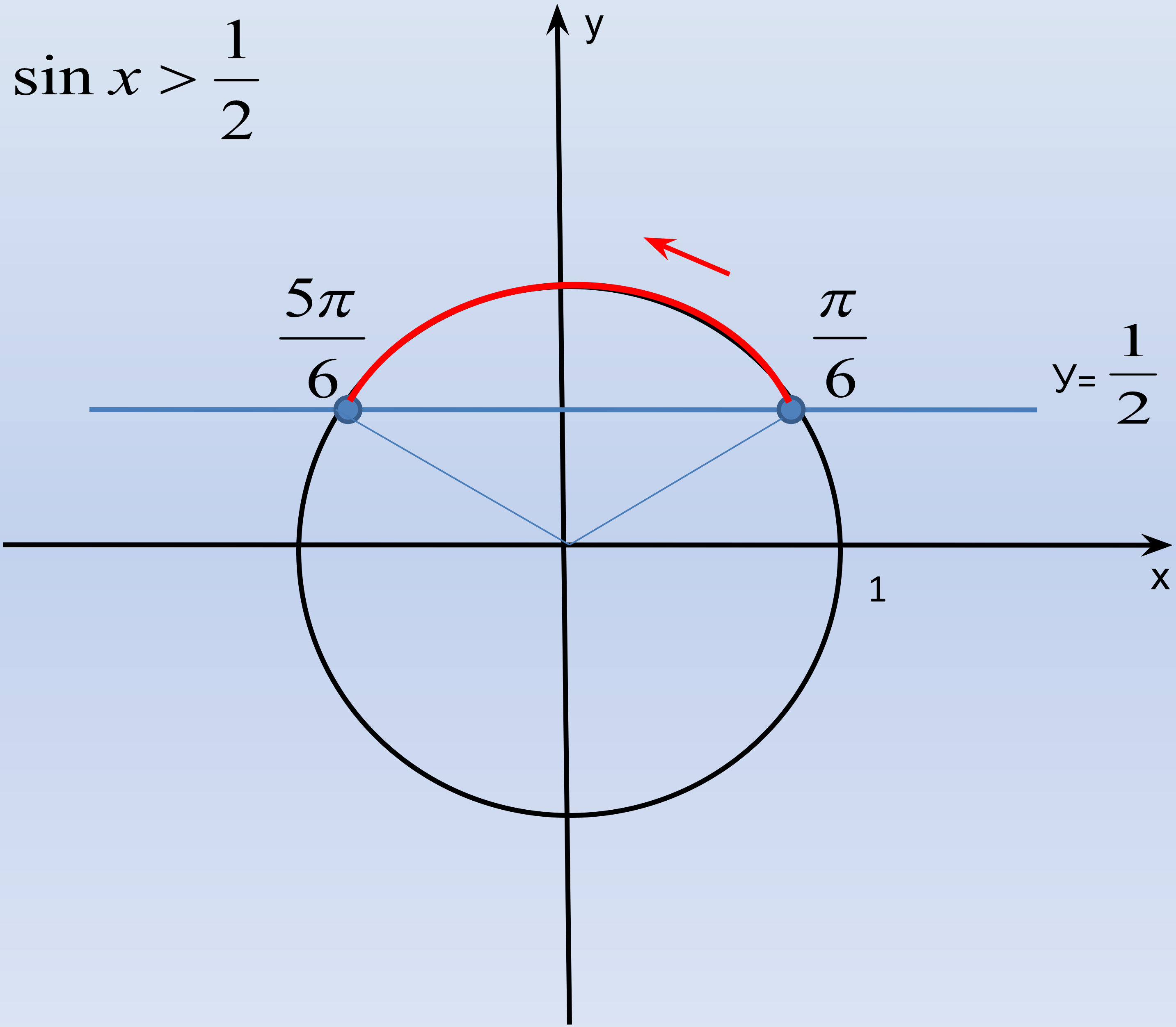
$\sin x > \frac{1}{2}$



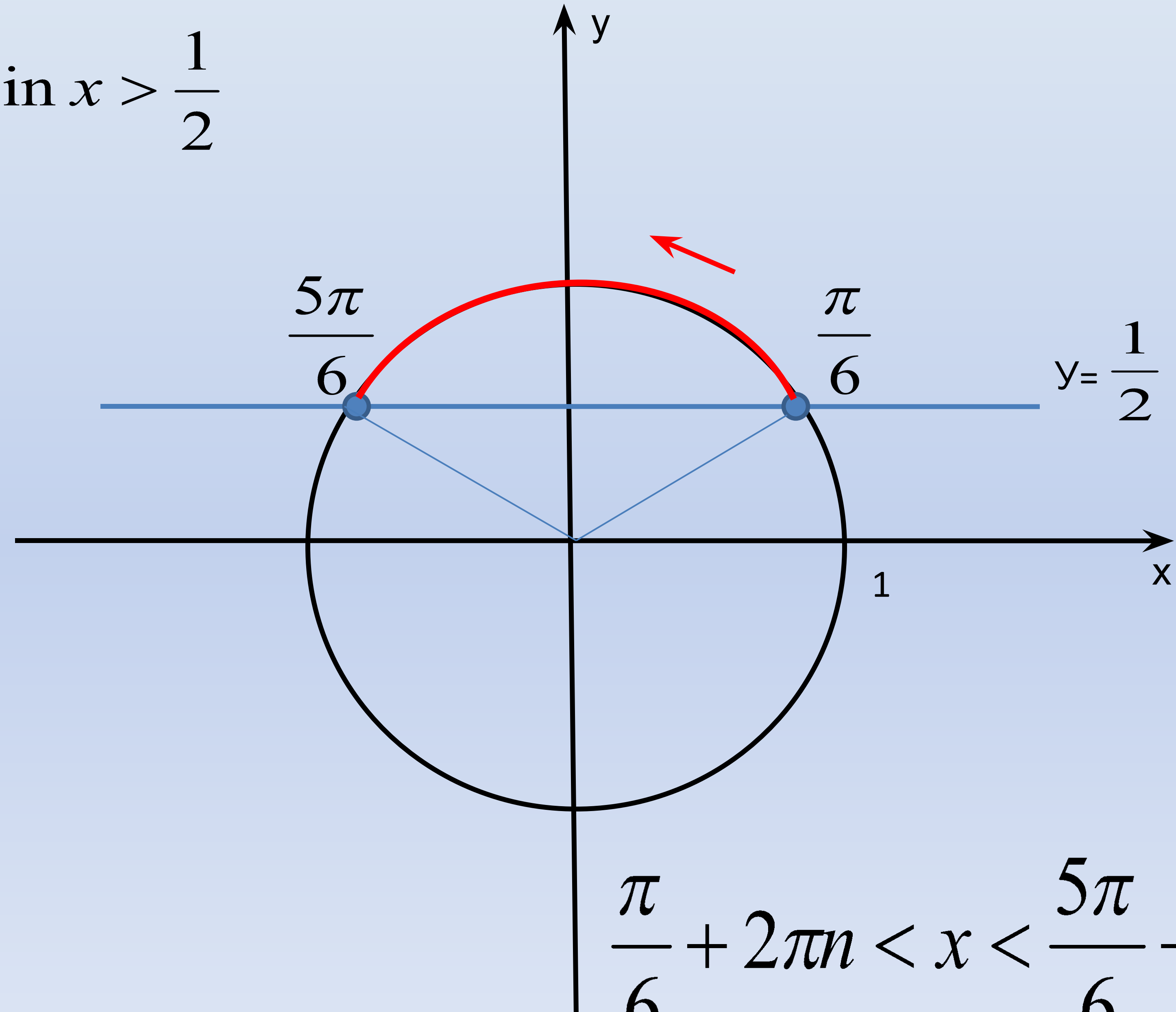
$$\sin x > \frac{1}{2}$$



$$\sin x > \frac{1}{2}$$

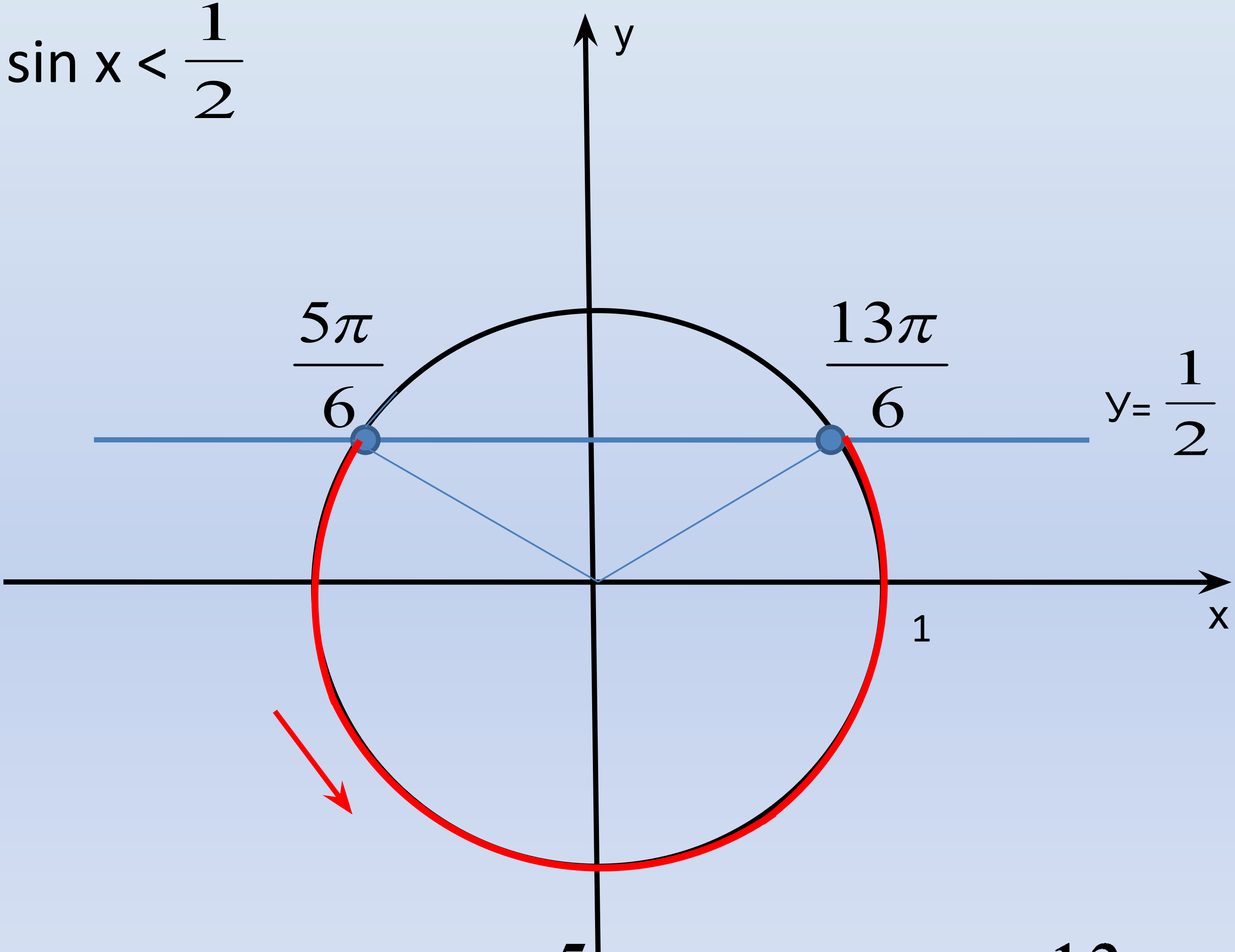


$$\sin x > \frac{1}{2}$$



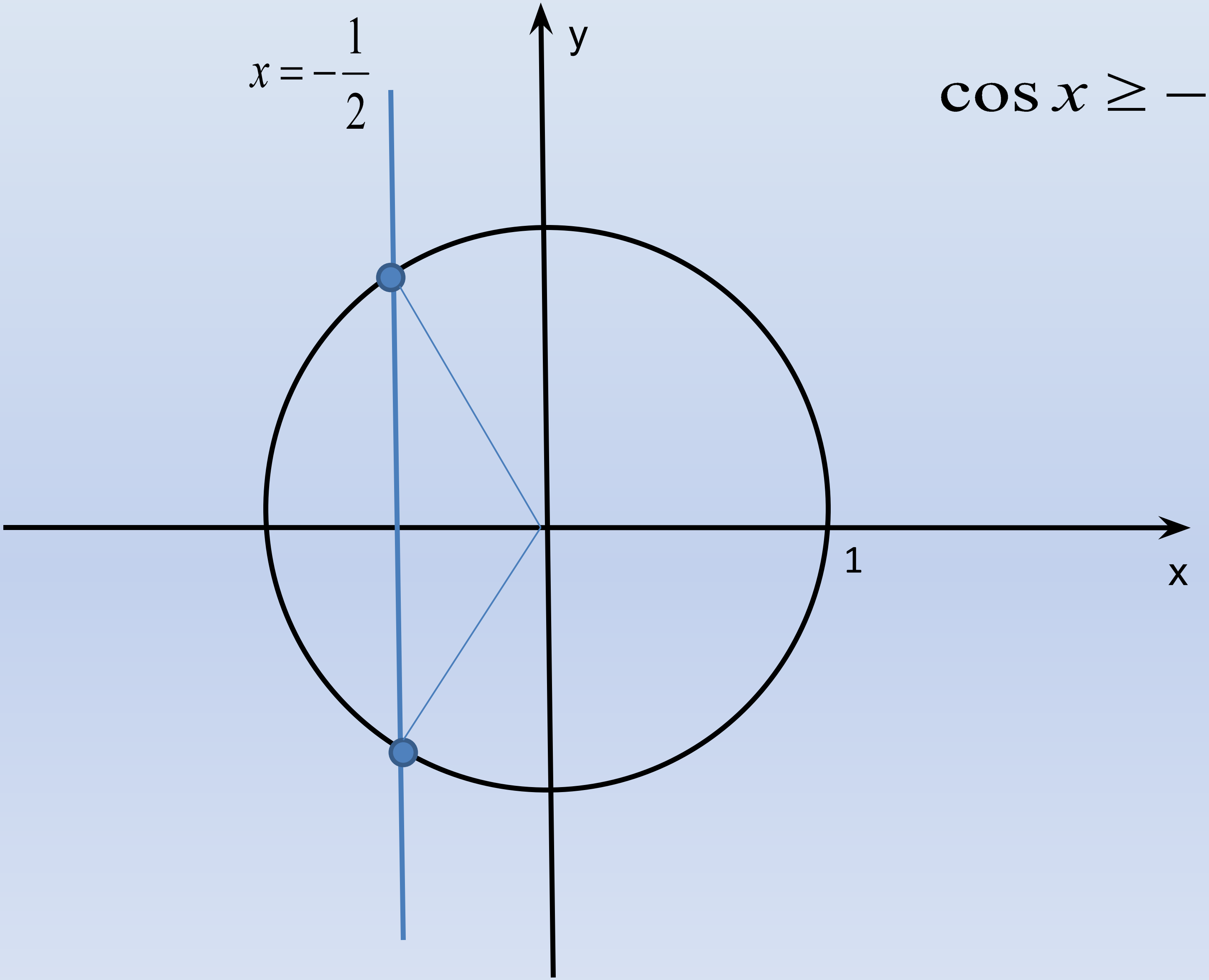
$$\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

$\sin x < \dfrac{1}{2}$

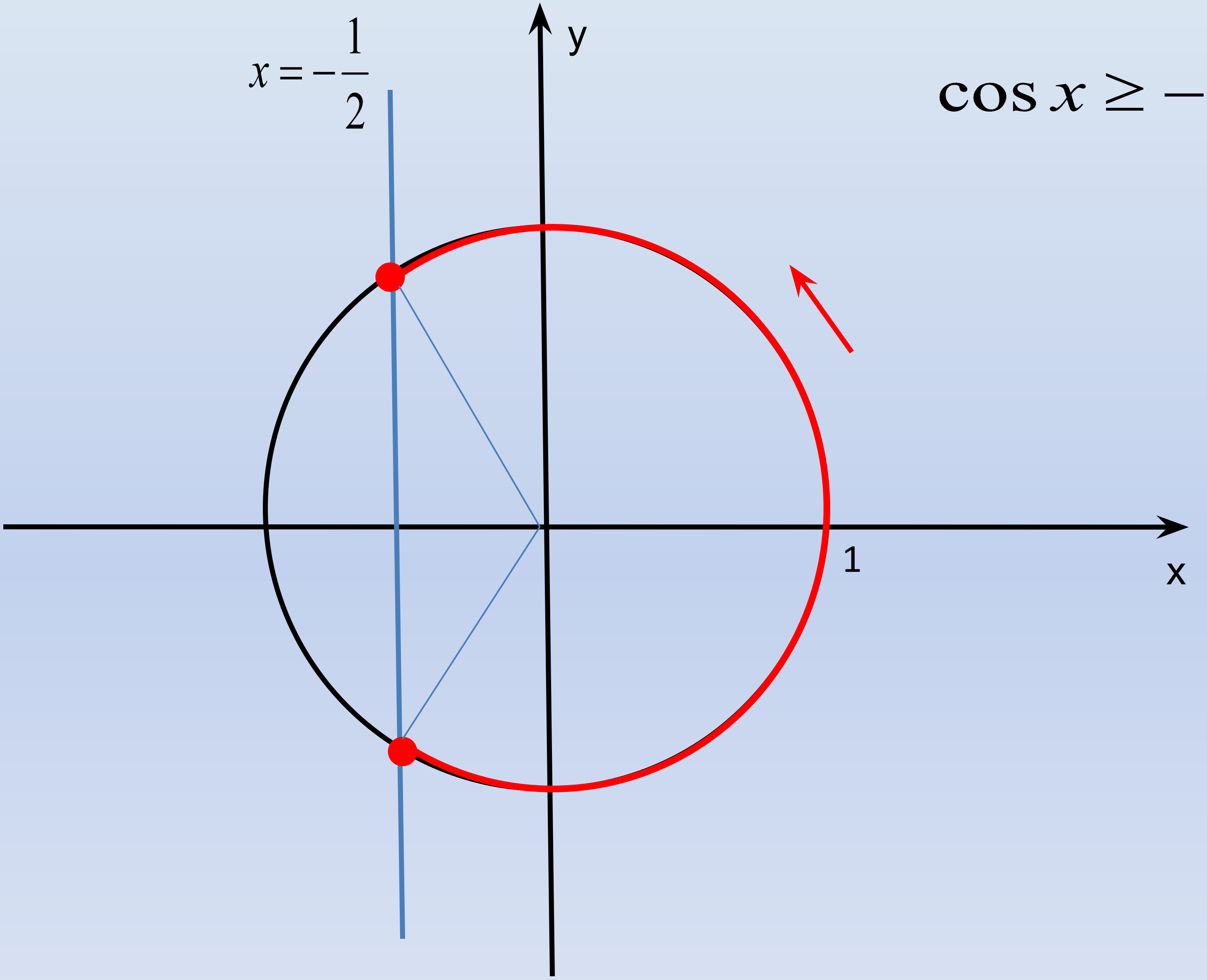


$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{13\pi}{6} + 2\pi n$$

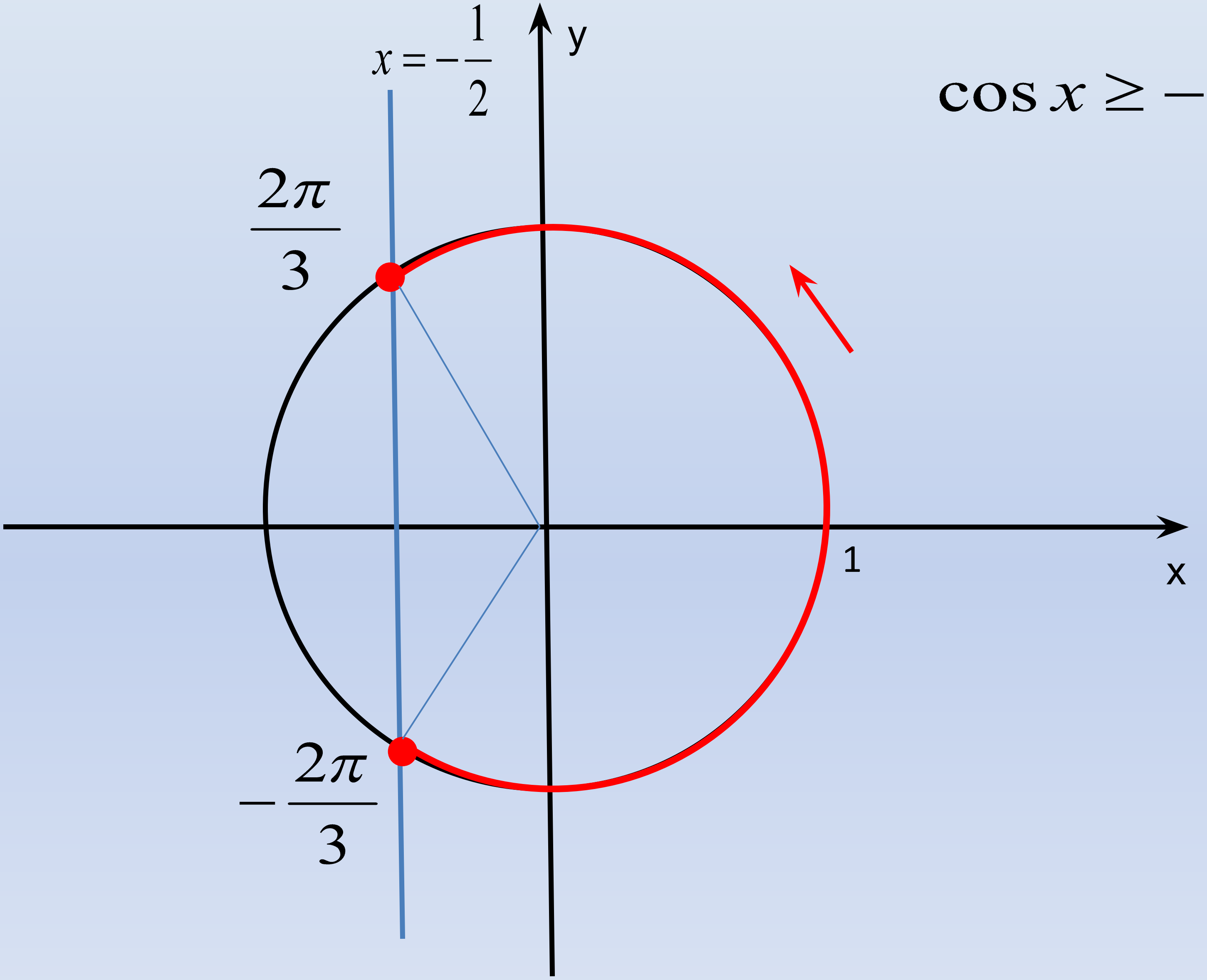
$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$



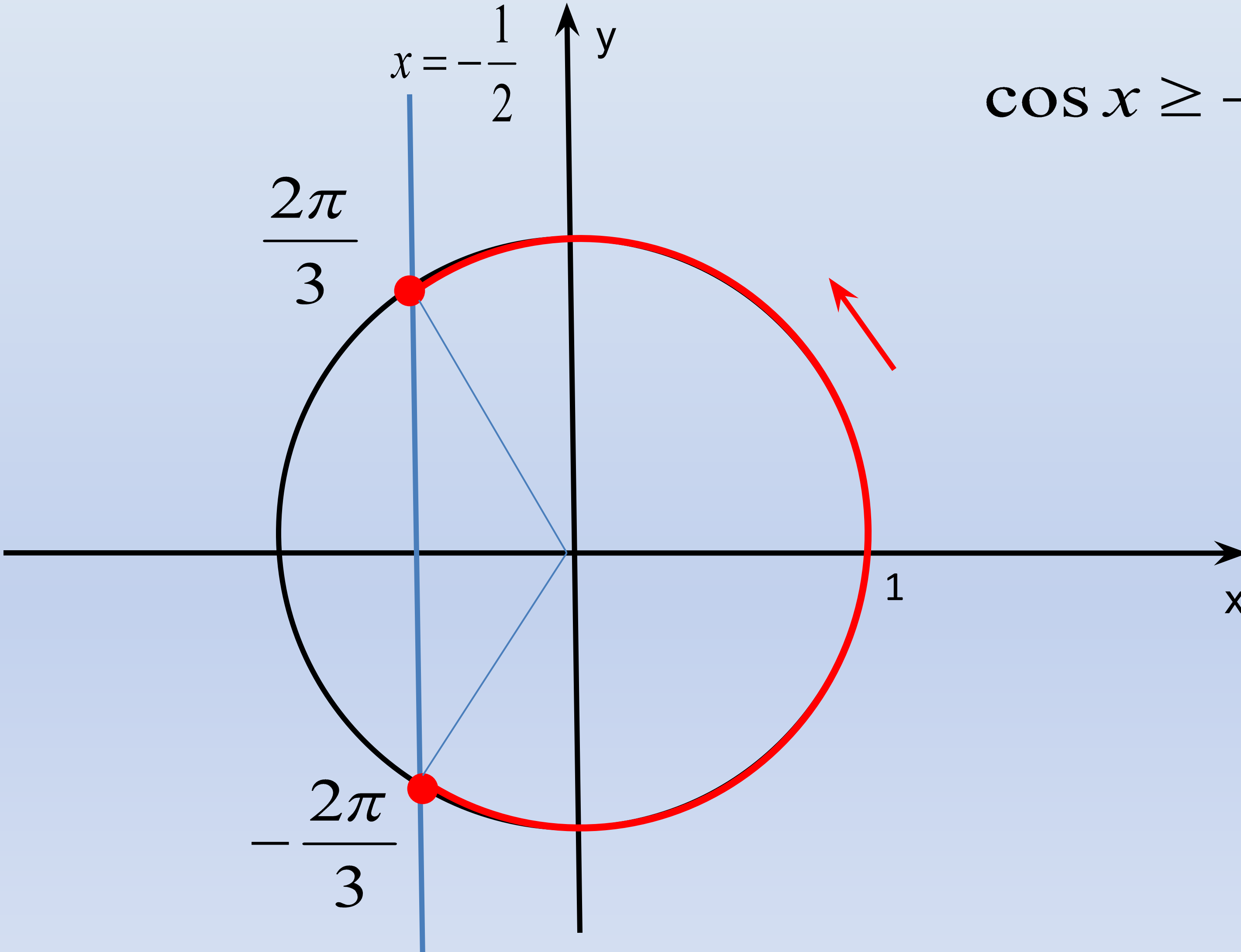
$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$



$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$

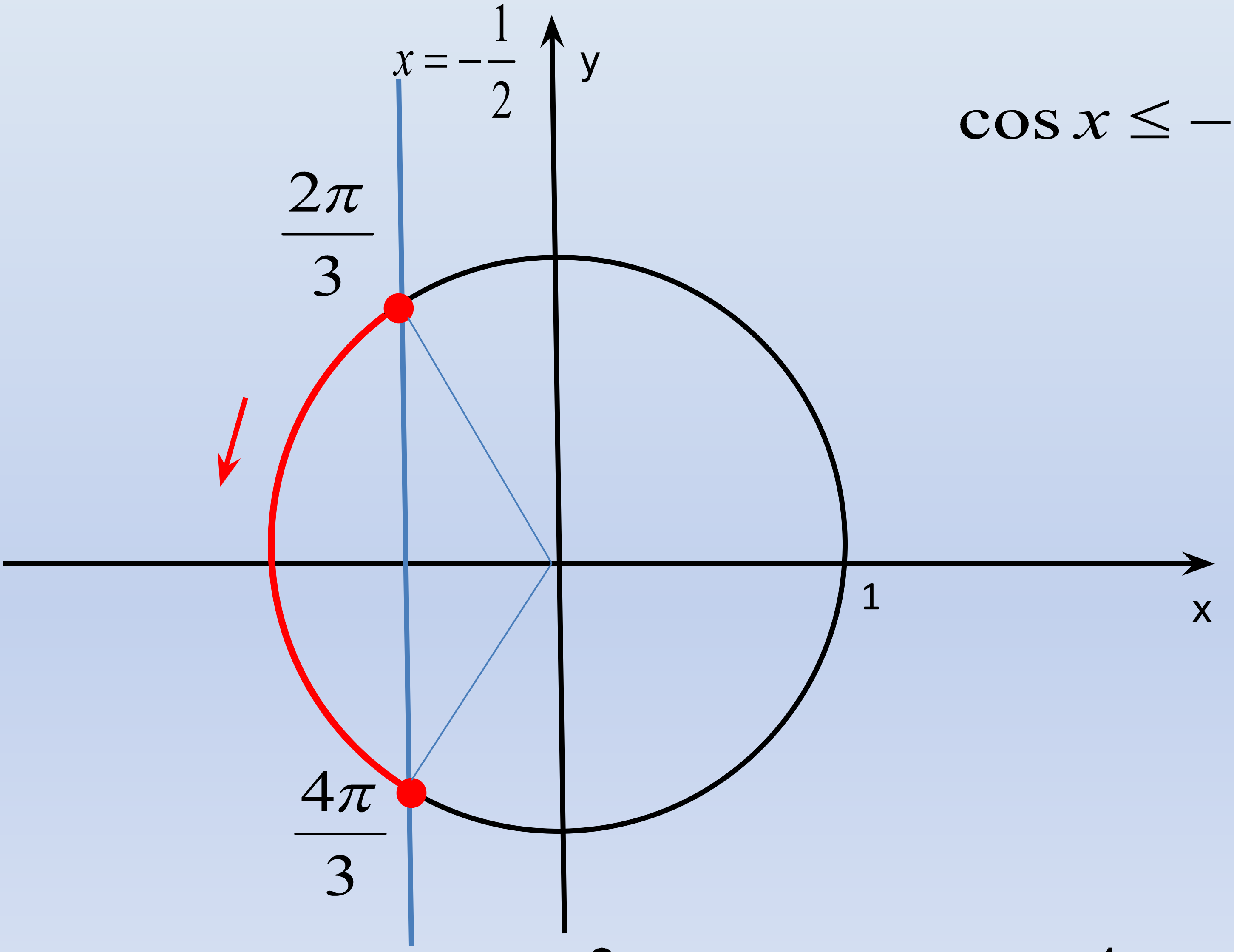


$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$



$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

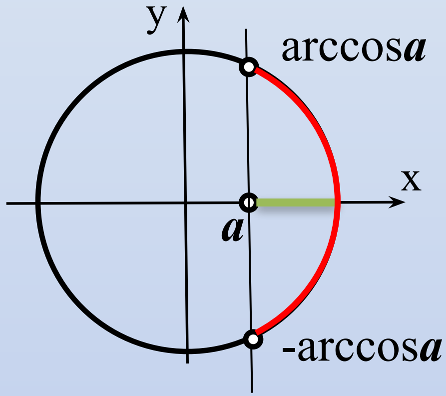
$$\cos x \le -\frac{1}{2}$$



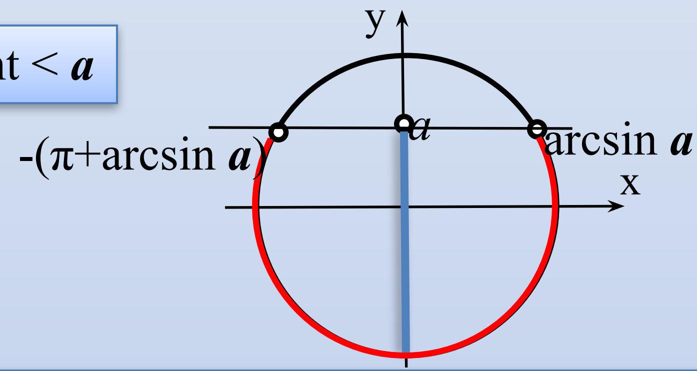
$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \le x \le \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$$

Простые тригонометрические неравенства

1) $\cos t > a$



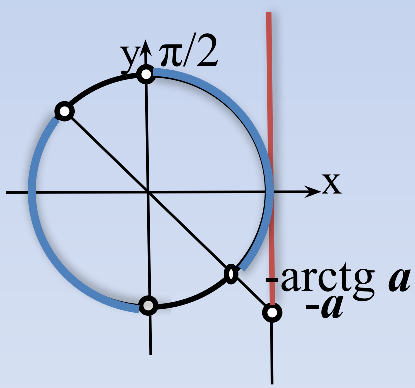
2) $\sin t < a$



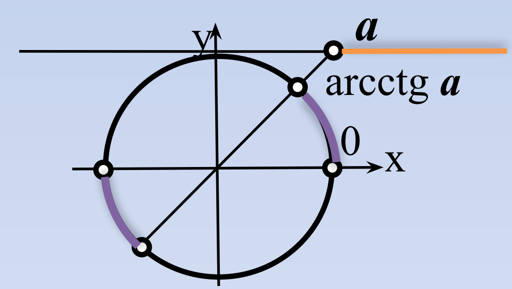
Ответ: $(-(\pi+\arcsin a)+2\pi k;\ \arcsin a+2\pi k),\ k\in Z$

Ответ: $(-\arccos a+2\pi k;\ \arccos a+2\pi k),\ k\in Z$

3) $\mathrm{tg}\, t > -a$



4) $\mathrm{ctg}\, t > a$



Ответ: $(0+\pi k;\ \mathrm{arcctg}\, a+\pi k),\ k\in Z.$

Ответ: $(-\mathrm{arctg}\, a+\pi k;\ \pi/2+\pi k),\ k\in Z$