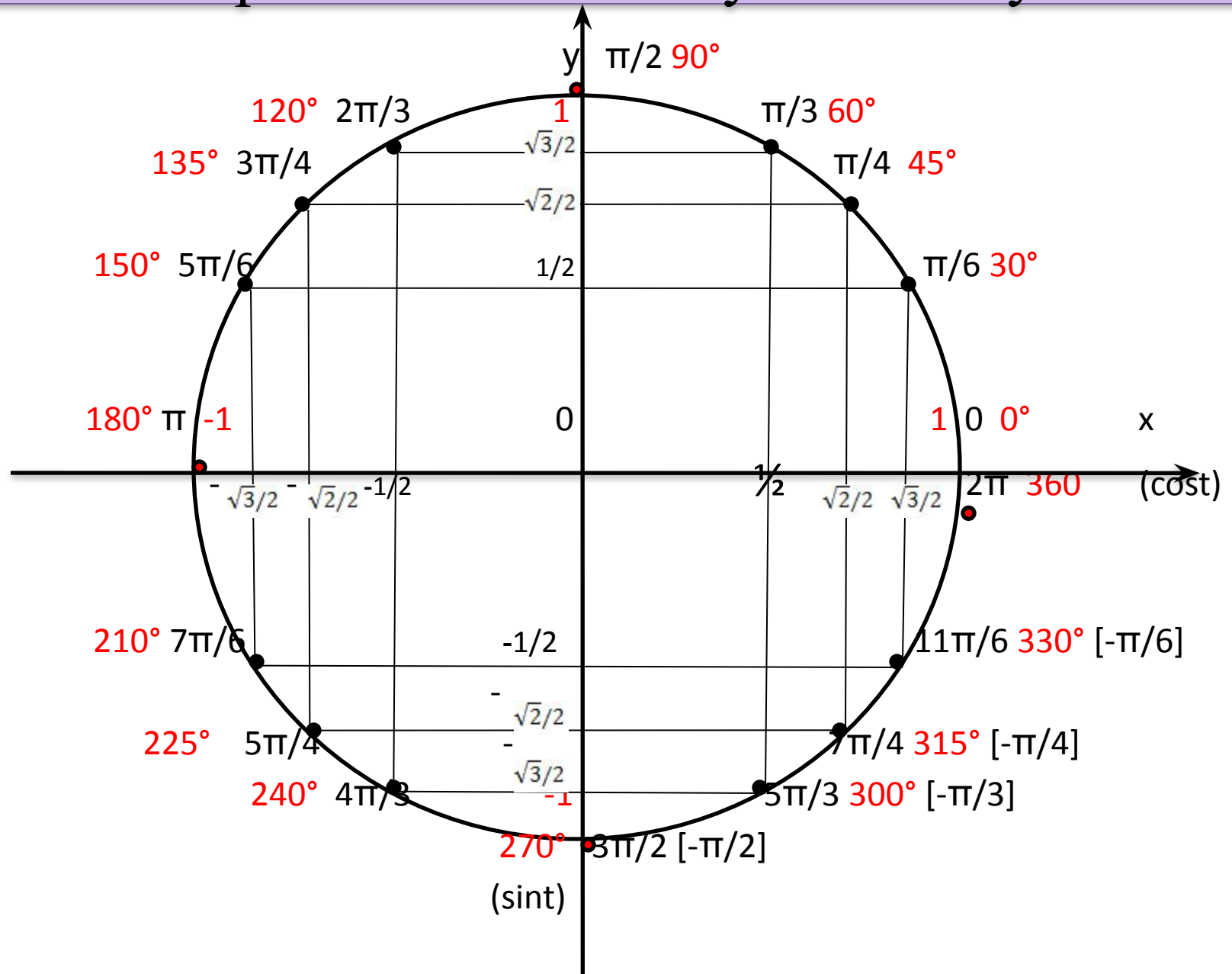


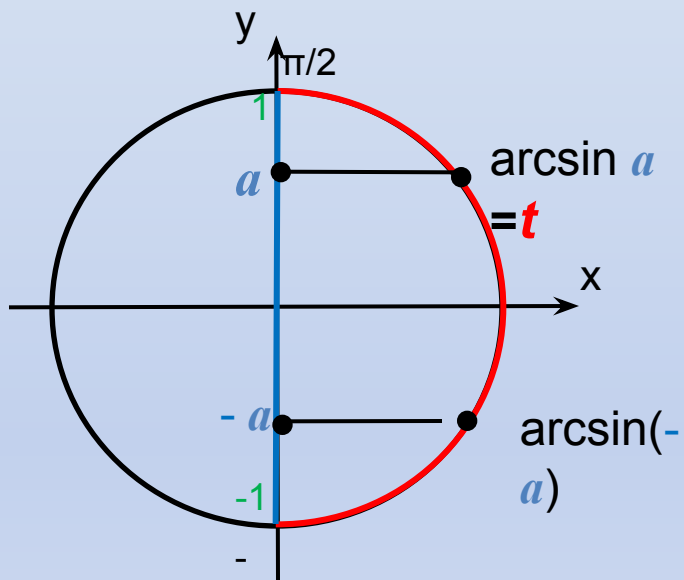
# Решение простейших тригонометрических неравенств

Галиева Гульназ Муллагалиевна , учитель математики и информатики  
МБОУ «Изминская средняя общеобразовательная школа  
Сабинского муниципального района Республики Татарстан»

# Повторим значения синуса косинуса



# Арксинус



Арксинусом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $[-\pi/2; \pi/2]$ , что  $\sin t = a$ .  
Причём,  $|a| \leq 1$ .

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

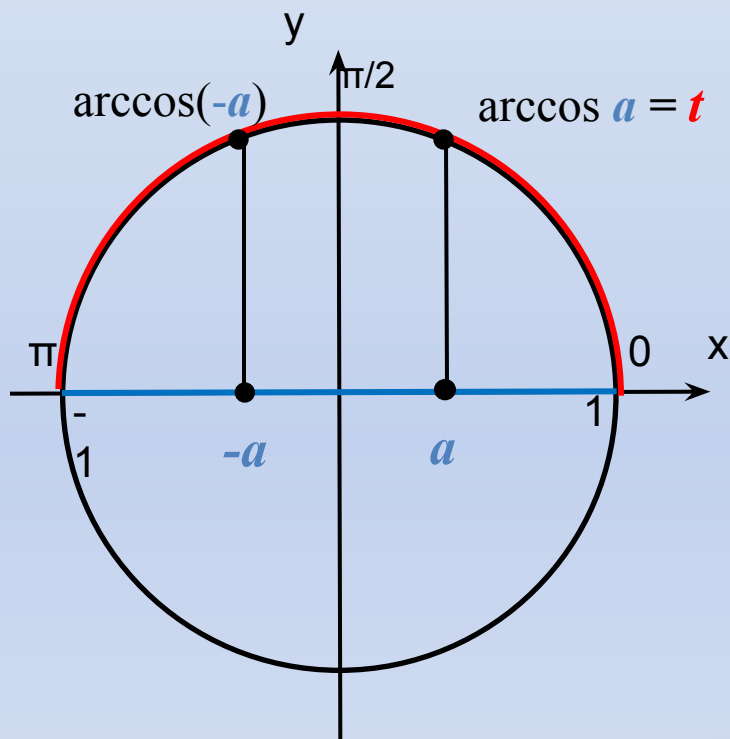
Примеры:

$$1) \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$3) \arcsin 0 = 0$$

$$2) \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{4}$$

# Арккосинус



Арккосинусом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $[0; \pi]$ , что  $\cos t = a$ .  
Причём,  $|a| \leq 1$ .

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Примеры:

$$1) \arccos(-1) = \pi$$

$$2) \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$$

При каких значениях  $x$  имеет смысл выражение:

1.  $\arcsin(2x+1)$

$$\begin{aligned} 1) \quad & -1 \leq 2x-1 \leq 1 \\ & -2 \leq 2x \leq 0 \\ & -1 \leq x \leq 0 \\ \text{Ответ: } & [-1; 0] \end{aligned}$$

2.  $\arccos(5-2x)$

$$\begin{aligned} 2) \quad & -1 \leq 5-2x \leq 1 \\ & -6 \leq -2x \leq -4 \\ & 2 \leq x \leq 3 \\ \text{Ответ: } & [2; 3] \end{aligned}$$

3.  $\arccos(x^2-1)$

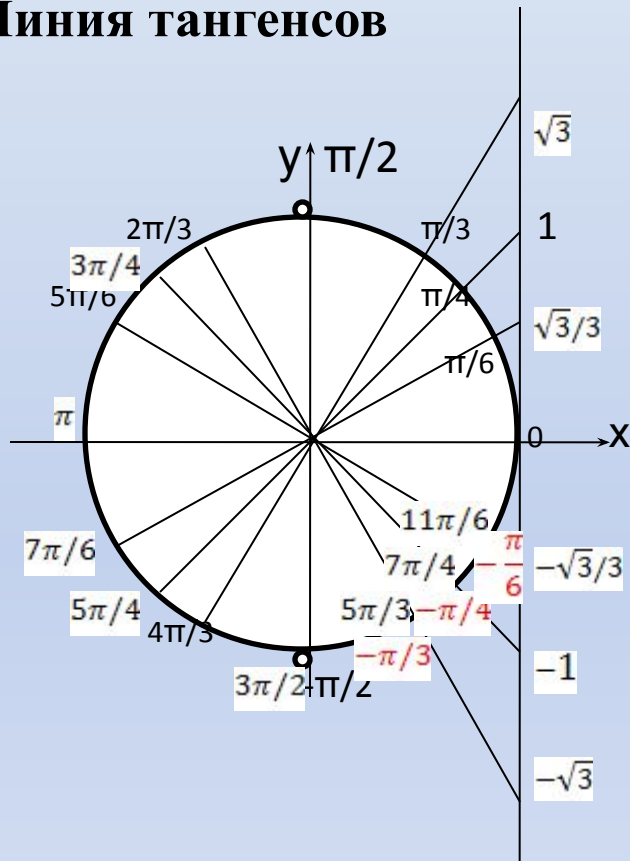
$$\begin{aligned} & -1 \leq x^2-1 \leq 1 \\ & 0 \leq x^2 \leq 2 \\ \text{Ответ: } & [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \end{aligned}$$

4.  $\arcsin(4x^2-3x)$

$$\begin{aligned} & -1 \leq 4x^2-3x \leq 1 \\ & \left[ \begin{aligned} 4x^2-3x & \geq -1 \\ 4x^2-3x & \leq 1 \end{aligned} \right. \\ & 4x^2-3x-1 \leq 0 \\ \text{Ответ: } & \left[ -\frac{1}{4}; 1 \right] \end{aligned}$$

# Повторим значения тангенса и котангенса

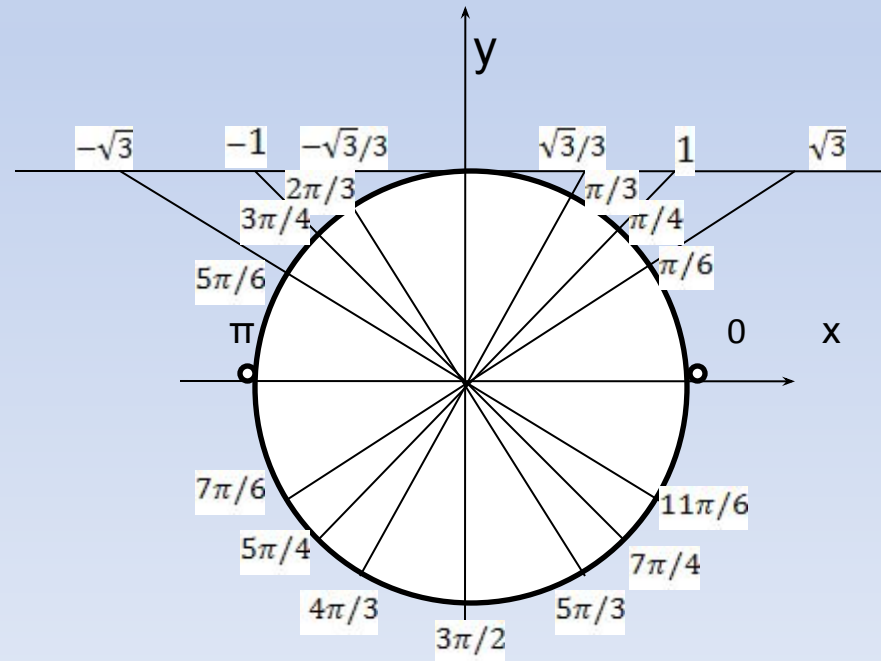
## Линия тангенсов



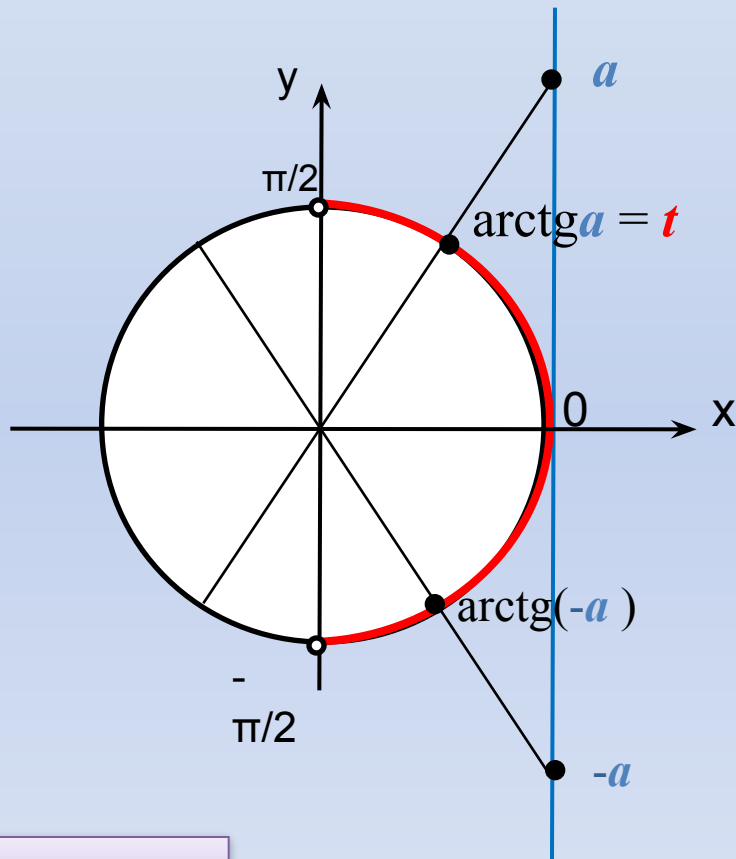
$\operatorname{tg} t \in \mathbb{R}$ , но  $t \neq \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\operatorname{ctg} t \in \mathbb{R}$ , но  $t \neq 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

## Линия котангенсов



# Арктангенс



Арктангенсом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $(-\pi/2; \pi/2)$ , что  $\operatorname{tg} t = a$ .  
Причём,  $a \in \mathbb{R}$ .

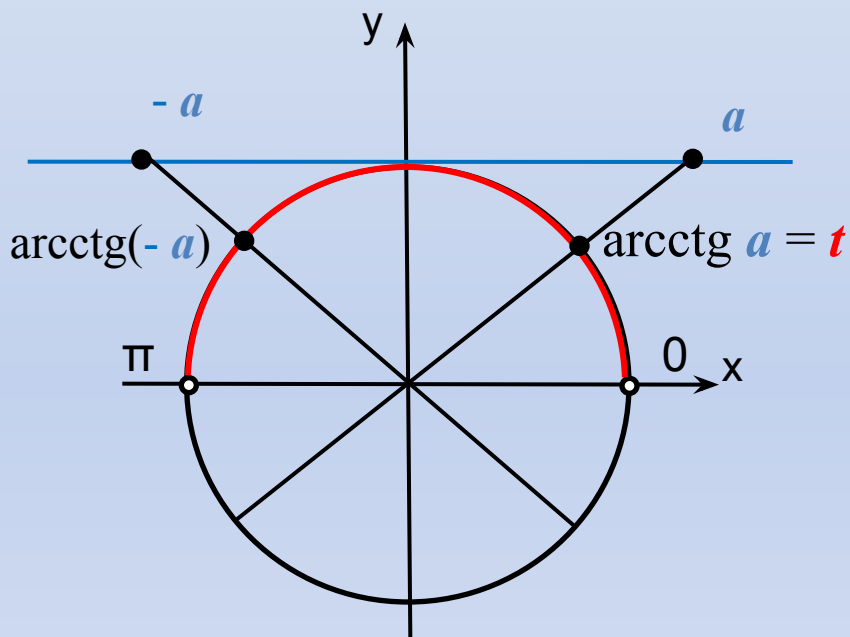
$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

Примеры:

$$1) \operatorname{arctg} \sqrt{3}/3 = \pi/6$$

$$2) \operatorname{arctg}(-1) = -\pi/4$$

# Арккотангенс



Арккотангенсом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $(0; \pi)$ , что  $\text{ctg } t = a$ .  
Причём,  $a \in \mathbb{R}$ .

$$\text{arcctg}(-a) = \pi - \text{arcctg } a$$

Примеры:

$$1) \text{arcctg}(-1) =$$

$$3\pi/4$$

$$2) \text{arcctg}\sqrt{3} =$$

$$\pi/6$$



# Формулы корней простых тригонометрических уравнений

**1.  $\cos t = a$  , где  $|a| \leq 1$**

$$\begin{cases} t = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

ИЛИ

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

**Частные случаи**

1)  $\cos t = 0$

$$t = \pi/2 + \pi k, k \in Z$$

2)  $\cos t = 1$

$$t = 0 + 2\pi k, k \in Z$$

3)  $\cos t = -1$

$$t = \pi + 2\pi k, k \in Z$$

**2.  $\sin t = a$  , где  $|a| \leq 1$**

$$\begin{cases} t = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

ИЛИ

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

**Частные случаи**

1)  $\sin t = 0$

$$t = 0 + \pi k, k \in Z$$

2)  $\sin t = 1$

$$t = \pi/2 + 2\pi k, k \in Z$$

3)  $\sin t = -1$

$$t = -\pi/2 + 2\pi k, k \in Z$$

**3.  $\operatorname{tg} t = a$  ,  $a \in \mathbb{R}$**

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$$

---

**4.  $\operatorname{ctg} t = a$  ,  $a \in \mathbb{R}$**

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$$

## Примеры

:

$$1) \cos t = -1/2;$$

$$t = \pm \arccos(-1/2) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$
$$t = \pm 2\pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin t = 0;$$

Частный случай:

$$t = 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

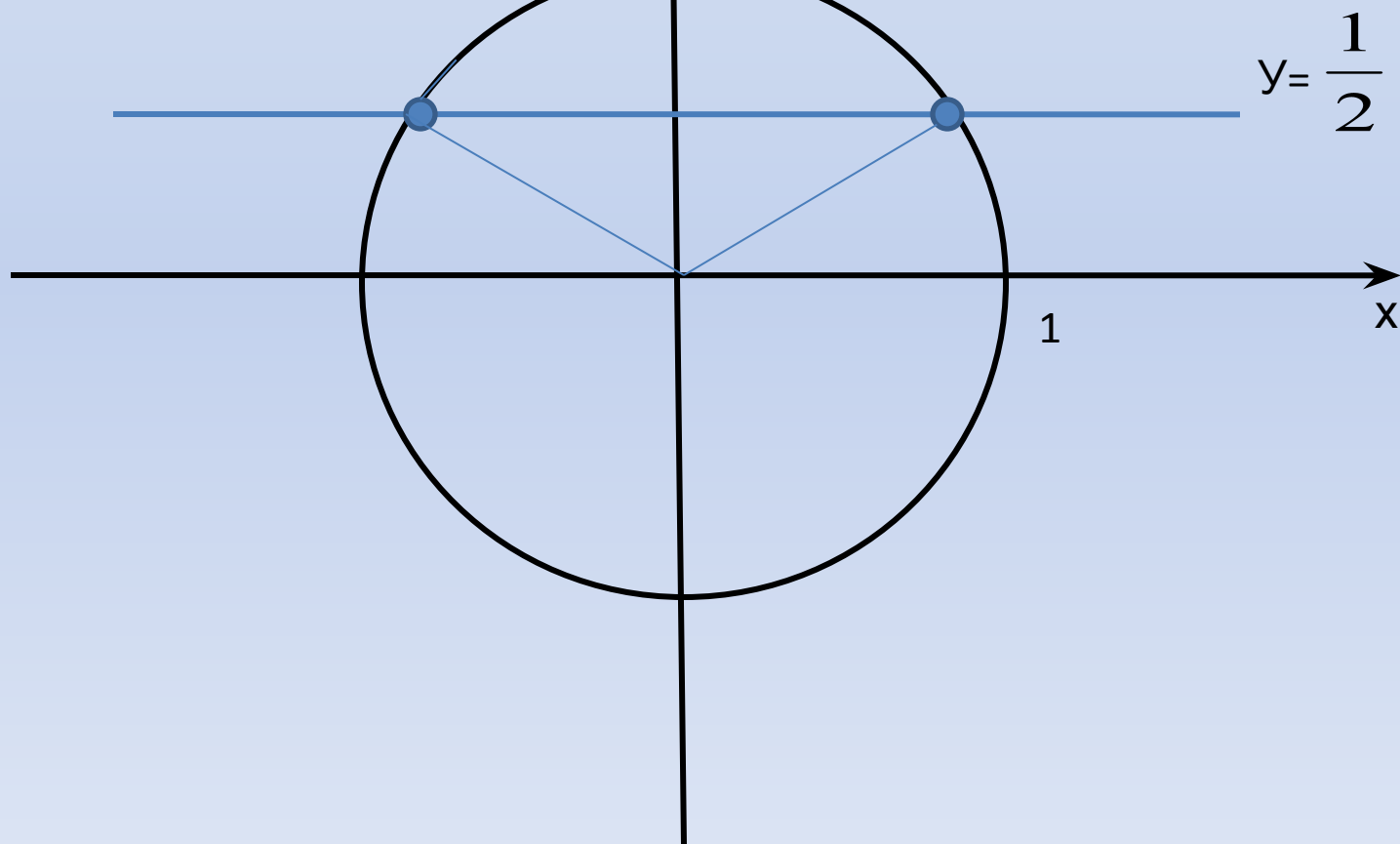
$$3) \operatorname{tg} t = 1;$$

$$t = \operatorname{arctg} 1 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$
$$t = \pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

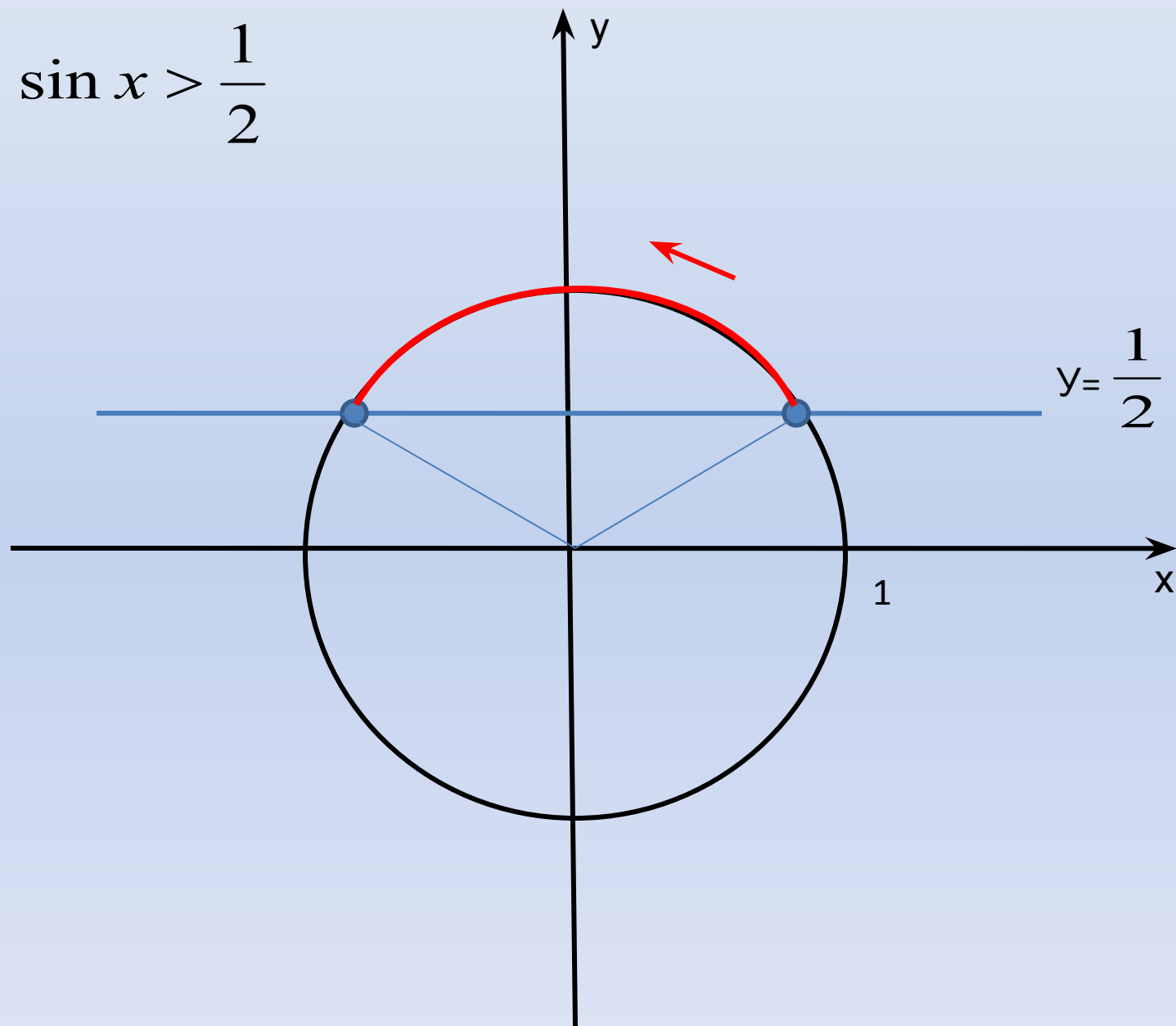
$$4) \operatorname{ctg} t = -\sqrt{3}$$

$$t = \operatorname{arcc} \operatorname{tg}(-\sqrt{3}) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$
$$t = 5\pi/6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

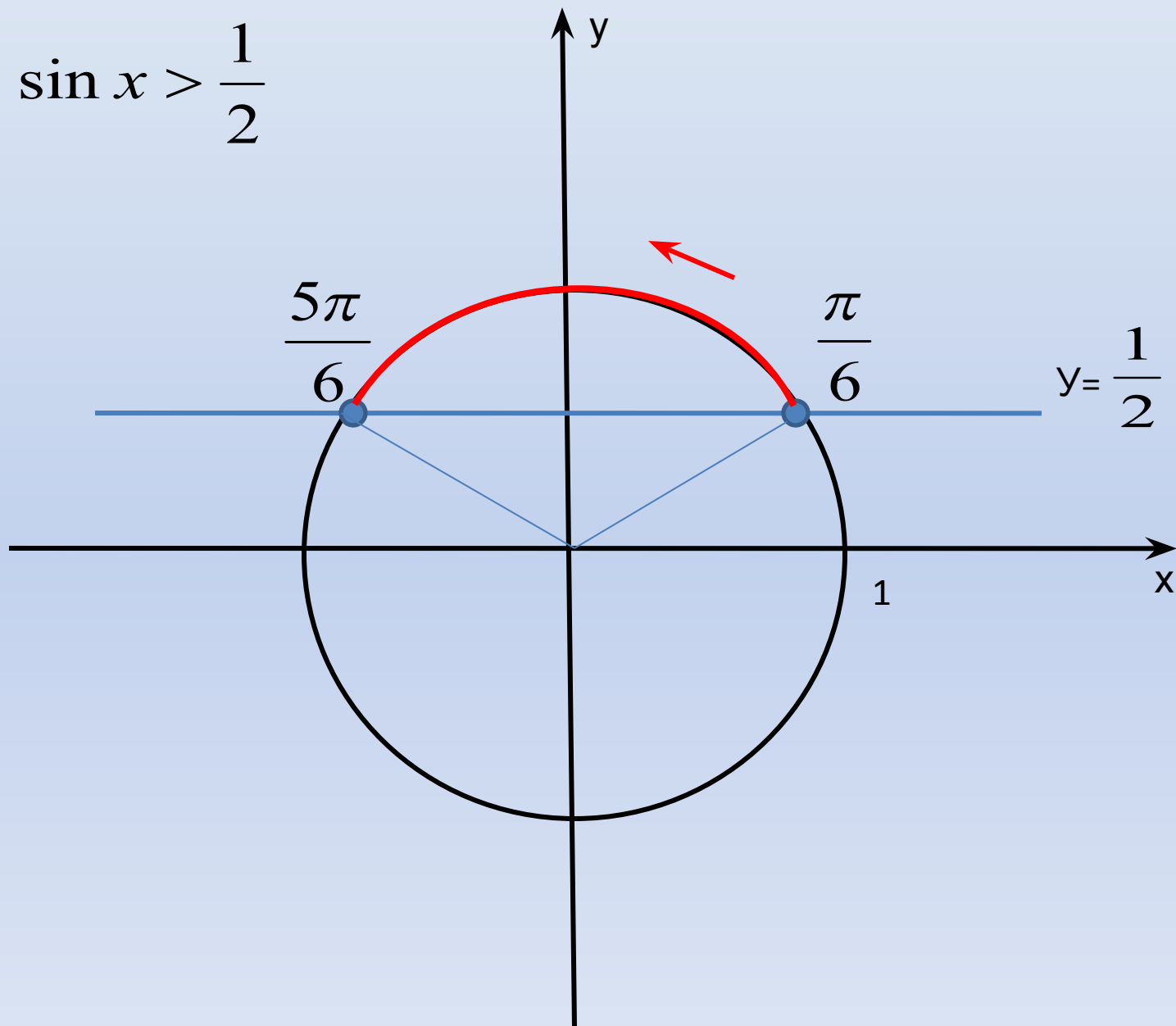
$$\sin x > \frac{1}{2}$$



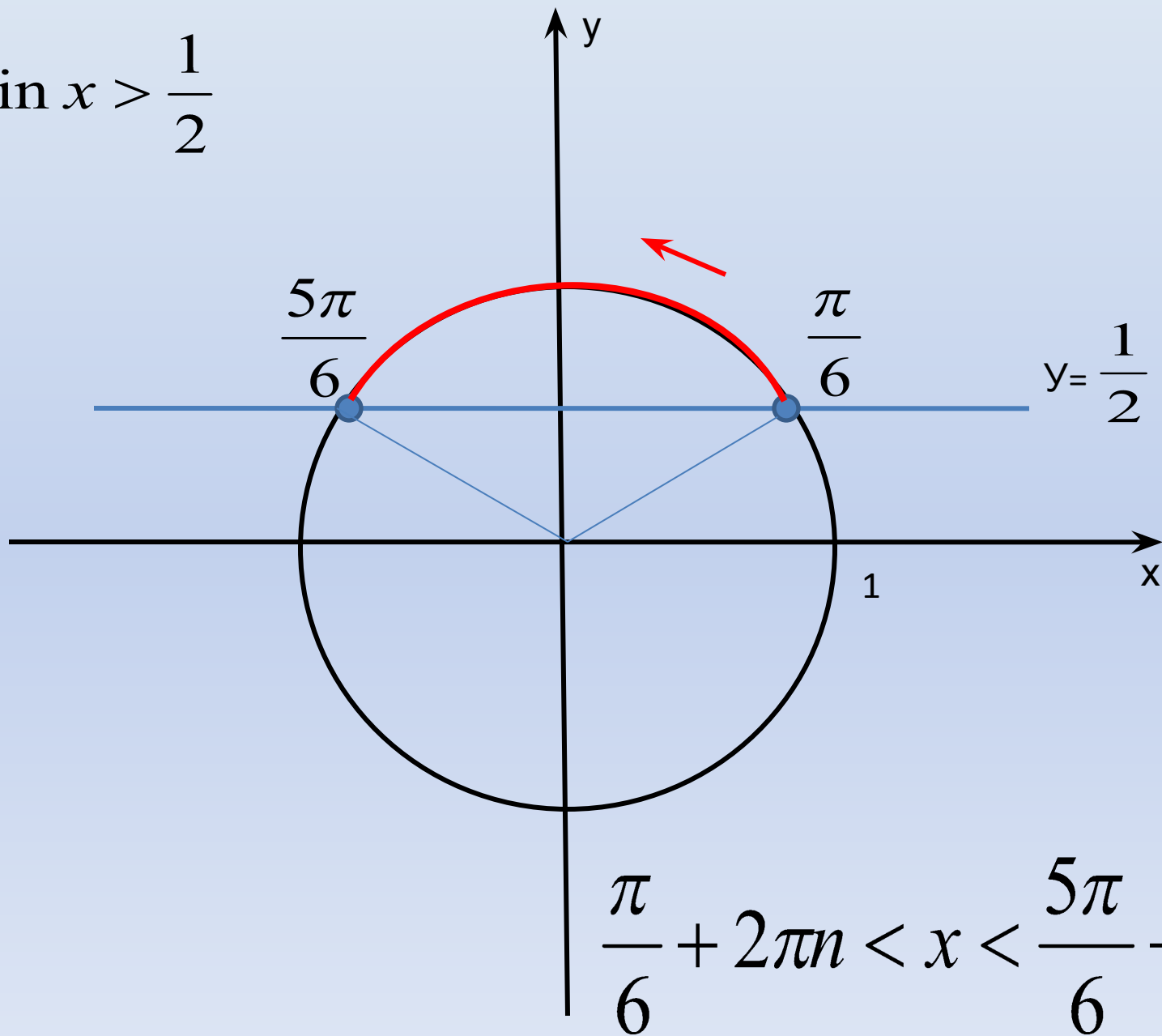
$$\sin x > \frac{1}{2}$$



$$\sin x > \frac{1}{2}$$

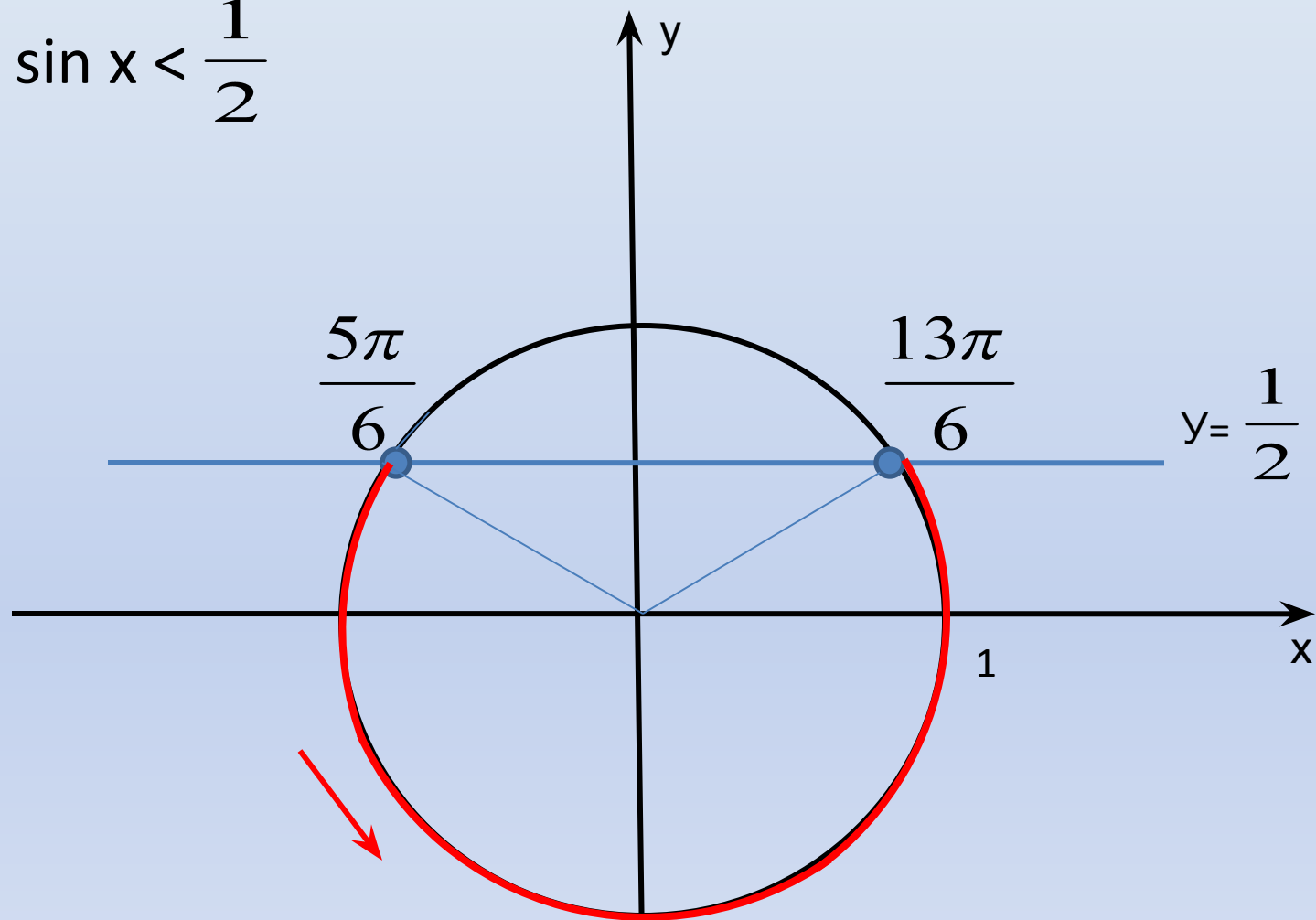


$$\sin x > \frac{1}{2}$$

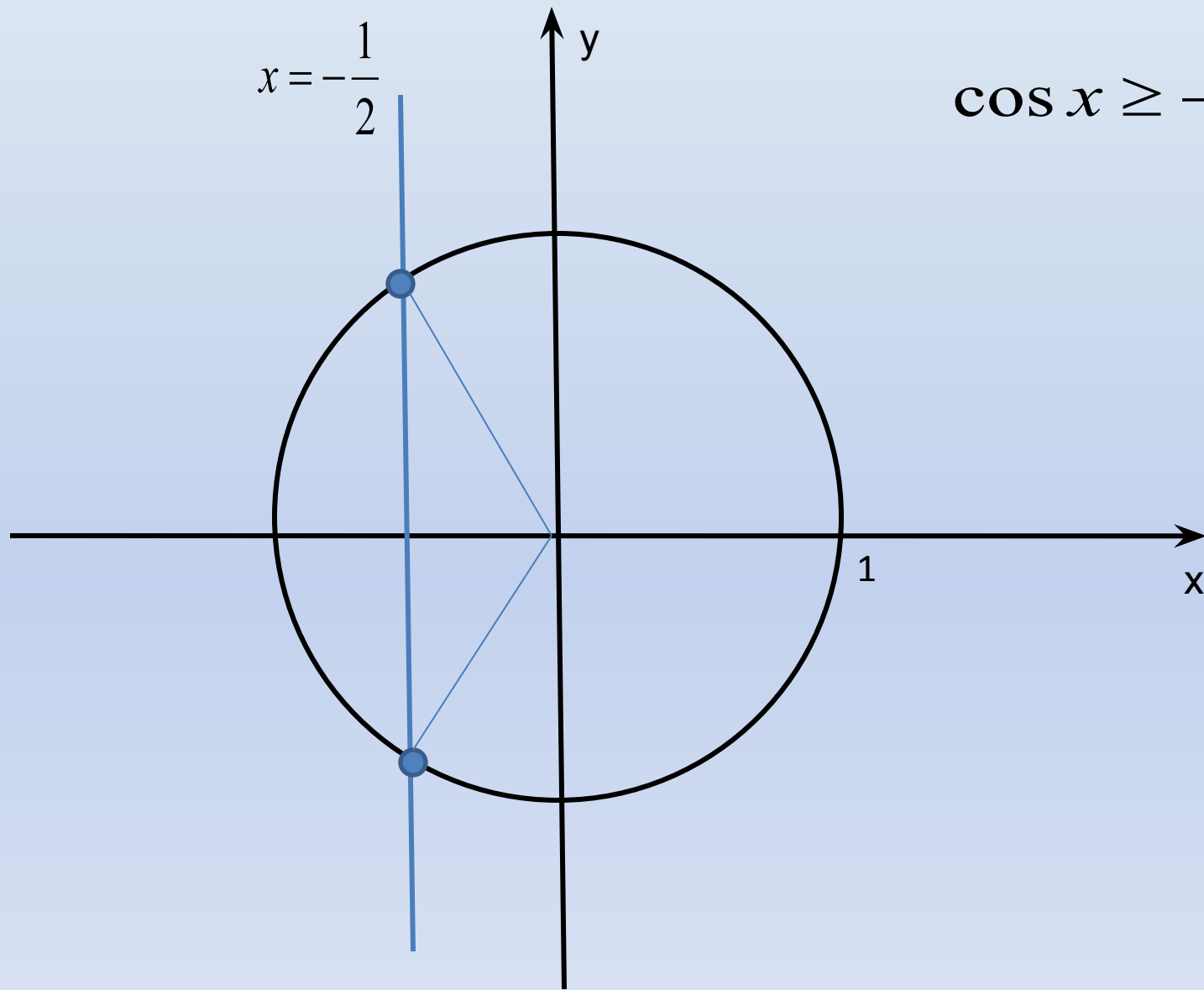


$$\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

$$\sin x < \frac{1}{2}$$



$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{13\pi}{6} + 2\pi n$$

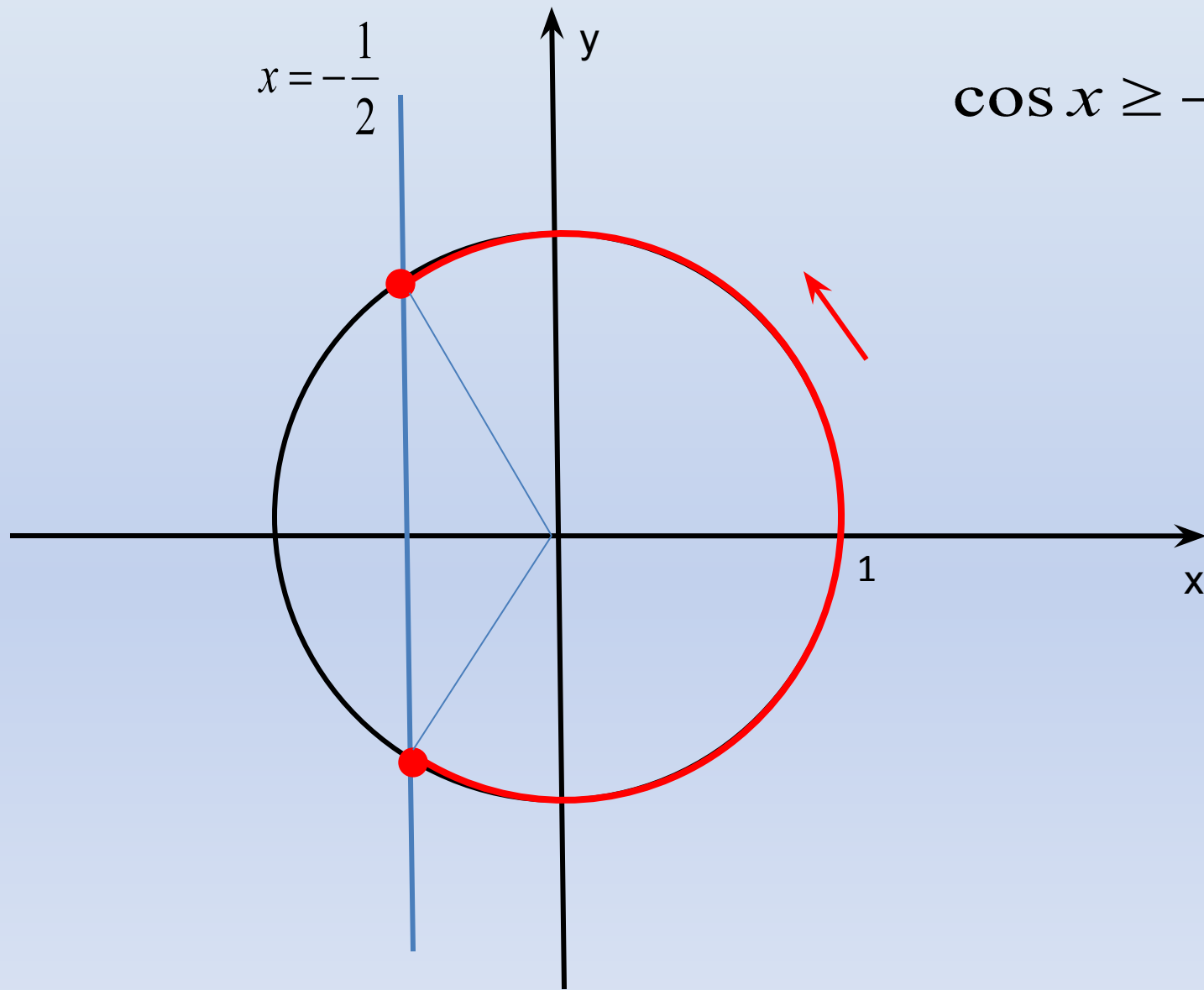


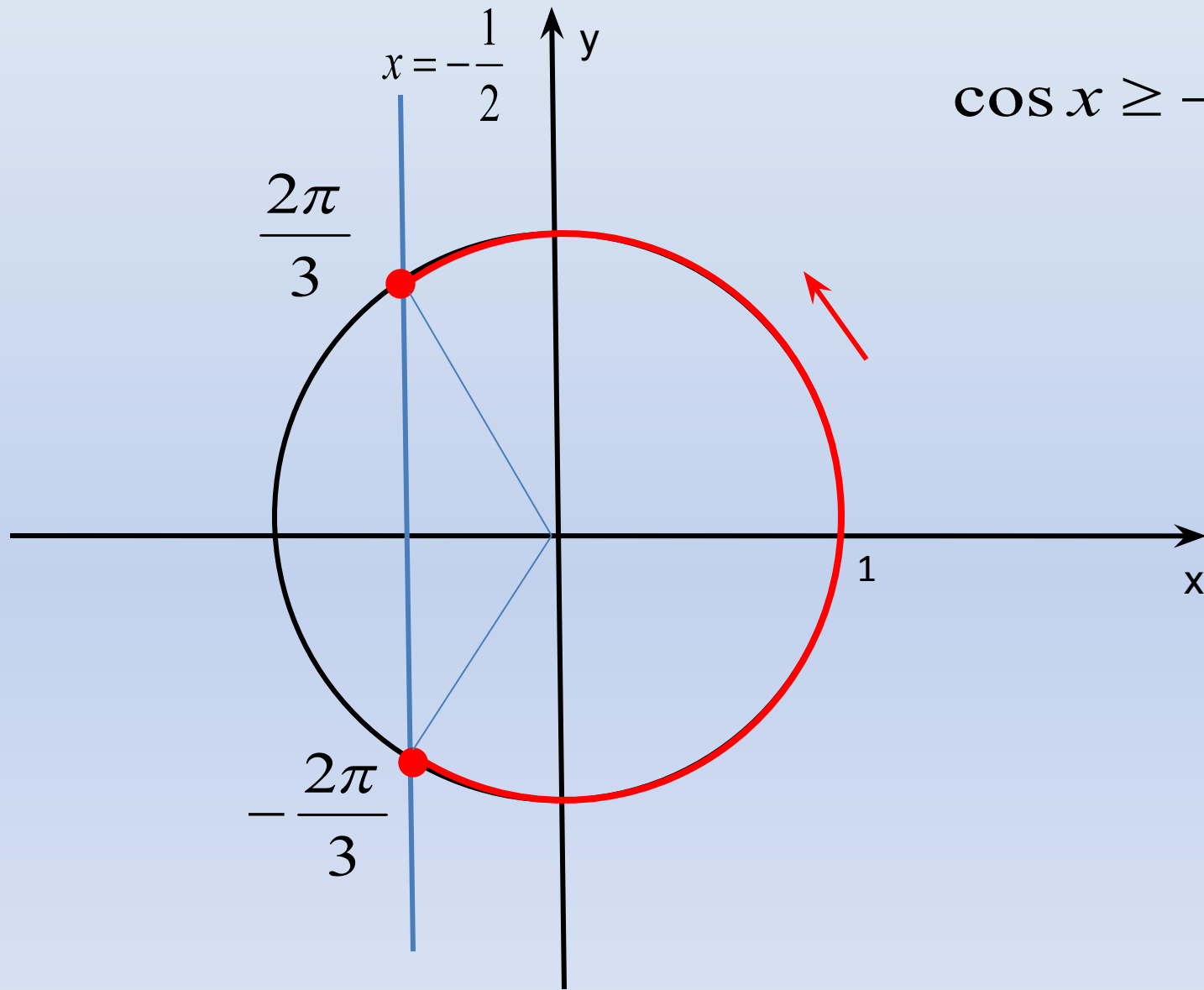
$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$



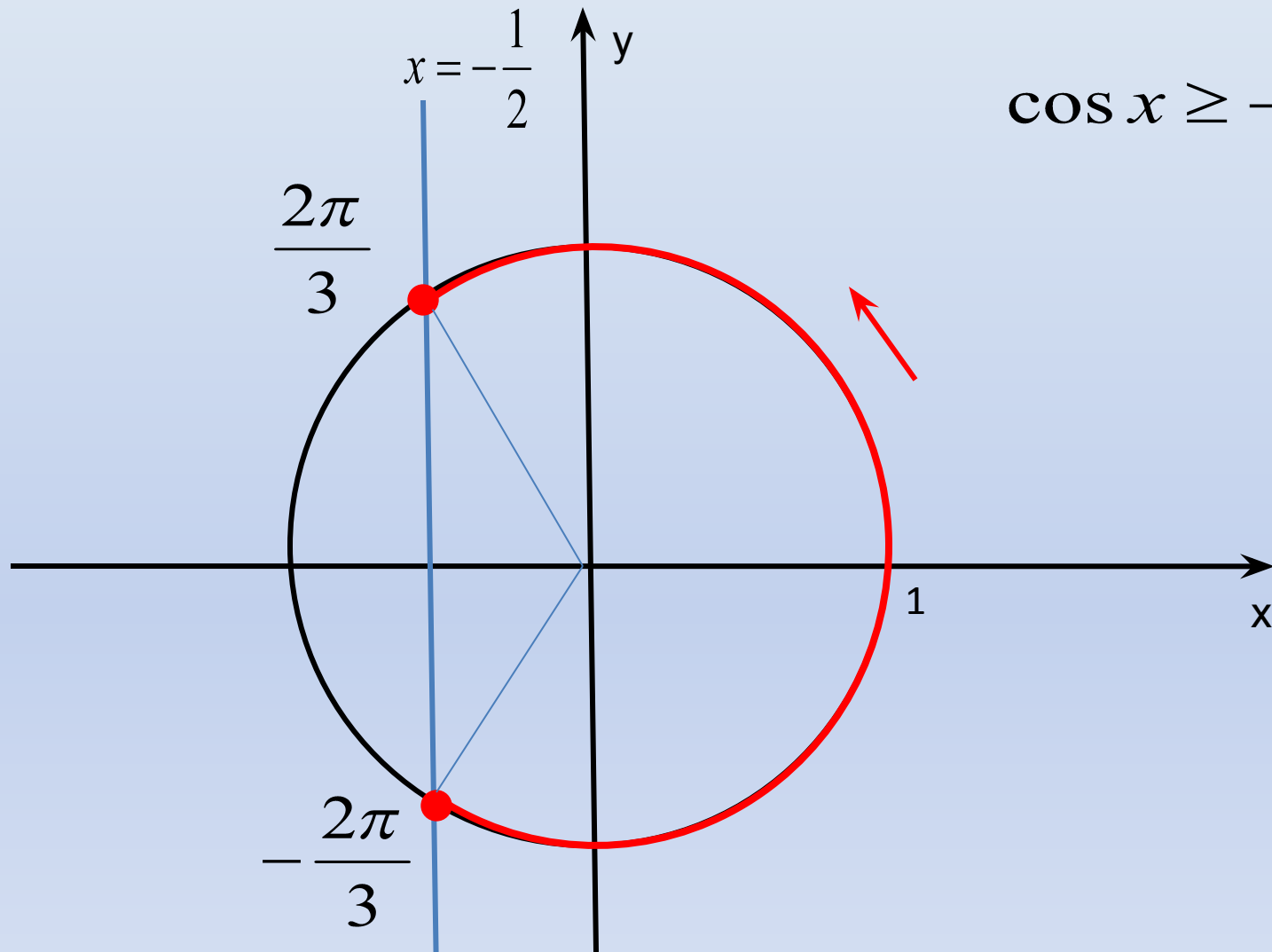
$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$



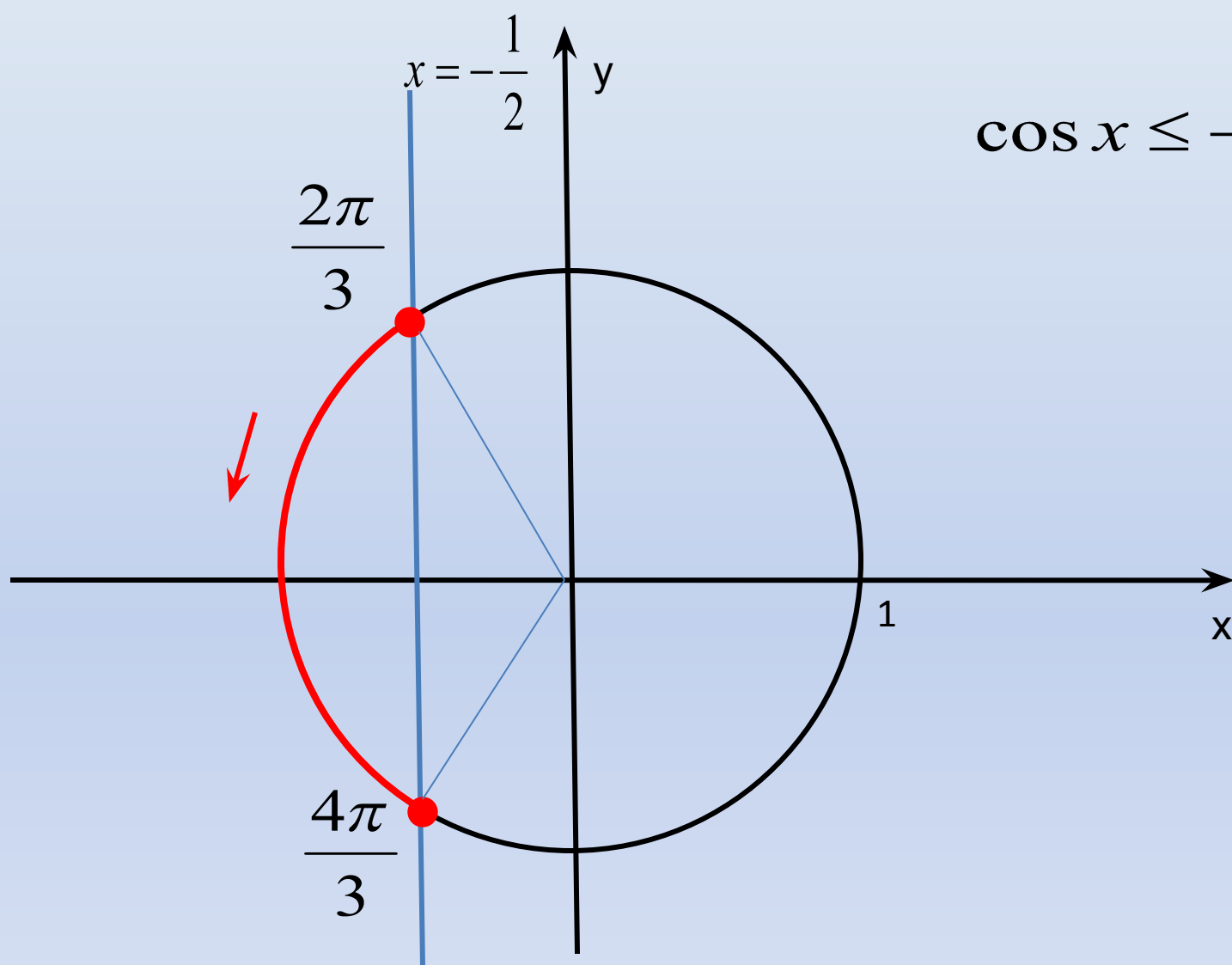


$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$



$$\cos x \geq -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

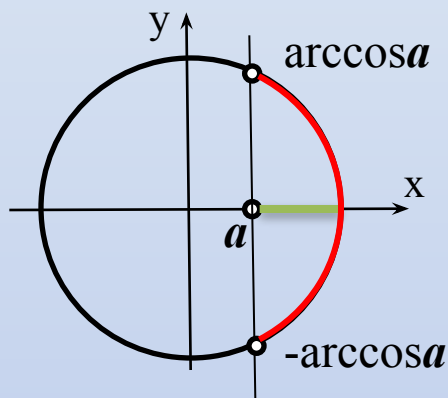


$$\cos x \leq -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$$

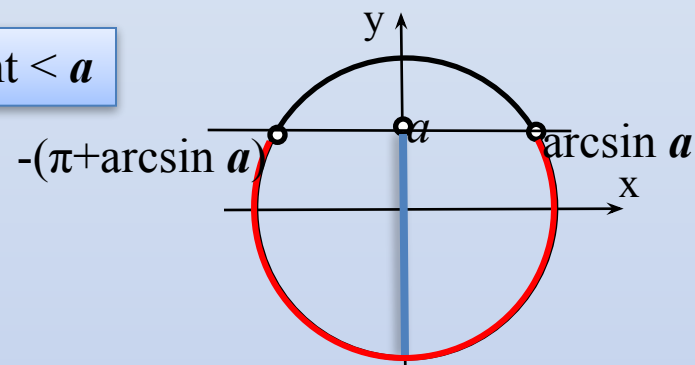
# Простые тригонометрические неравенства

1)  $\cos t > a$



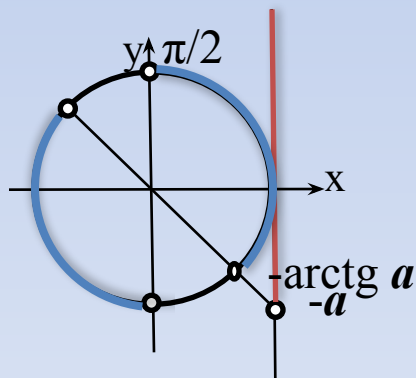
Ответ:  $(-\arccos a + 2\pi k; \arccos a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

2)  $\sin t < a$



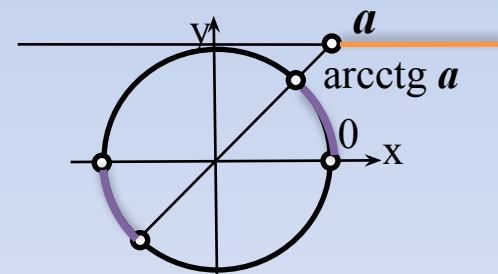
Ответ:  $(-(\pi + \arcsin a) + 2\pi k; \arcsin a + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

3)  $\operatorname{tg} t > -a$



Ответ:  $(-\arctg a + \pi k; \pi/2 + \pi k), k \in \mathbb{Z}$

4)  $\operatorname{ctg} t > a$



Ответ:  $(0 + \pi k; \operatorname{arctg} a + \pi k), k \in \mathbb{Z}$