

*«Число, положение и комбинаторика – три
взаимно пересекающиеся, но различные
сферы мысли, к которым можно
отнести все математические идеи»*

Джозеф Сильвестр (1844 г.)

Мастер-класс по теме : «Элементы
комбинаторики: перестановки,
сочетания и размещения».



алгебра

геометрия

М
а
т
е
м
а
т
и
к
а

теория
вероятностей

комбинаторика

Примерная программа стохастической линии в основной школе

5 класс – 8 часов:

- 1. Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств.
- 2. Сбор и регистрация данных
- 3. Таблицы, диаграммы и их использование
- 4. Разные задачи. Диаграммы Эйлера

1

6 класс – 6 часов:

- 1. Задачи подсчета вариантов
 - а) систематический перебор
 - б) дерево вариантов. Правило умножения
- 2. Разные задачи

7 класс – 9 часов:

- 1. Размещения. Перестановки. Сочетания.
- 2. Решение задач с использованием комбинаторики

8 класс – 9 часов:

- 1. Достоверные, невозможные и равновозможные события
- 2. Статистические характеристики
- 3. Статистическая вероятность
 - а) дискретные ряды распределения
 - б) числовые характеристики
 - в) наглядное представление рядов: полигон, столбчатые диаграммы
- 4. Разные задачи

9 класс – 13 часов:

- 1. Повторение (решение задач с использованием комбинаторики)
- 2. Вероятность случайного события
- 3. Теорема сложения и умножения
- 4. Формула Бернулли
- 5. Разные задачи

Цели занятия:

- **Образовательные:**

- познакомить учащихся с новым разделом математики: "Комбинаторика", с его историей, основными понятиями и задачами, использованием в практических целях и в жизни человека.

- **Развивающие:**

- развивать аналитические способности, логическое мышление,
- индивидуальные способности каждого ученика, создавая комфортную психологическую обстановку для каждого.

- **Воспитательные:**

- формировать активность личности ребенка, умение работать в группе.

Эмблема занятия:

$$28k + 30m + 31n = 365$$

- Говорят, уравнение вызывает сомнение, но итогом сомнения может быть озарение!

КОМБИНАТОРИКА

- это раздел математики, в котором изучаются простейшие «соединения»: перестановки, размещения, сочетания.

(Большой Энциклопедический Словарь)

- происходит от латинского слова «combinā», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Исторические сведения.

- Комбинаторика как наука стала развиваться в XIII в. параллельно с возникновением теории вероятностей.
- Первые научные исследования по этой теме принадлежат итальянским ученым Дж. Кардано, Н. Чарталье (1499-1557), Г. Галилею (1564-1642) и французским ученым Б. Пискамо (1623-1662) и П. Ферма.
- Комбинаторику, как самостоятельный раздел математики, первым стал рассматривать немецкий ученый Г. Лейбниц в своей работе «Об искусстве комбинаторики», опубликованной в 1666г. Он также впервые ввел термин «Комбинаторика».

Гипотеза

Комбинаторика интересна и имеет широкий спектр практической направленности.

Комбинаторика в различных областях жизнедеятельности человека.

- Литература
- Физика
- Математика
- Различные игры
- Государственная символика
- Повседневная жизнь

Перестановки

- Это соединения, которые можно составить из n предметов, меняя всеми возможными способами их порядок; число их:

$$P_n = n!$$

- Число n называется порядком перестановки.

■ n-факториал-

это произведение всех натуральных чисел от единицы до n, обозначают символом ! Используя знак факториала, можно, например, записать:

$$1! = 1,$$

$$2! = 2 * 1 = 2,$$

$$3! = 3 * 2 * 1 = 6,$$

$$4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24,$$

$$5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120.$$

Необходимо знать, что $0! = 1$

Задача.

■ Квартет

- Проказница Мартышка
- Осёл,
- Козёл,
- Да косолапый Мишка
- Затеяли играть квартет
- ...
- Стой, братцы стой! —
- Кричит Мартышка, - погодите!
- Как музыке идти?
- Ведь вы не так сидите...
- *И так, и этак пересаживались — опять музыка на лад не идет.*
- Вот пуще прежнего пошли у них разборы
- И споры,
- Кому и как сидеть...
- Сколькими способами можно рассадить четырех музыкантов?



Решение:



Здесь $n=4$, поэтому способов «усесться чинно в ряд» имеется

$$P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

Размещения

- Это соединения, содержащие по m предметов из числа n данных, различающихся либо порядком предметов, либо самими предметами; число их:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Задача

- Сколькими способами можно составить график дежурства по классу (из учащихся 7 «а» класса, МОУ-СОШ № 9), если группа дежурных состоит из 5 учеников?

Решение:

$$A_{30}^5 = \frac{30!}{(30-5)!} = \frac{30!}{25!} = \frac{25! \cdot 26 \cdot 27 \cdot 28 \cdot 29 \cdot 30}{25!} = 17100720$$



Сочетания

- Это соединения, содержащие по m предметов из n , различающихся друг от друга, по крайней мере, одним предметом; число их:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Задача

В классе 10 учеников имеют отличные знания по математике. Сколькими способами можно из них выбрать троих учеников для участия в математической олимпиаде?



Решение

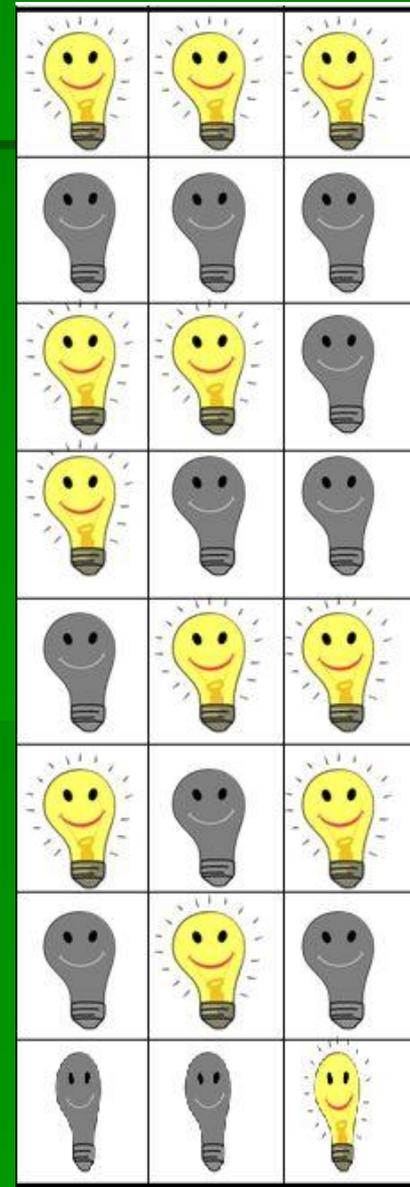
Для подсчёта числа способов выбора трёх учеников, применяется формула числа сочетаний из 10 элементов по 3, так как не имеет значения порядок, в котором выбираются ученики.

$$C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120.$$

Электротехника

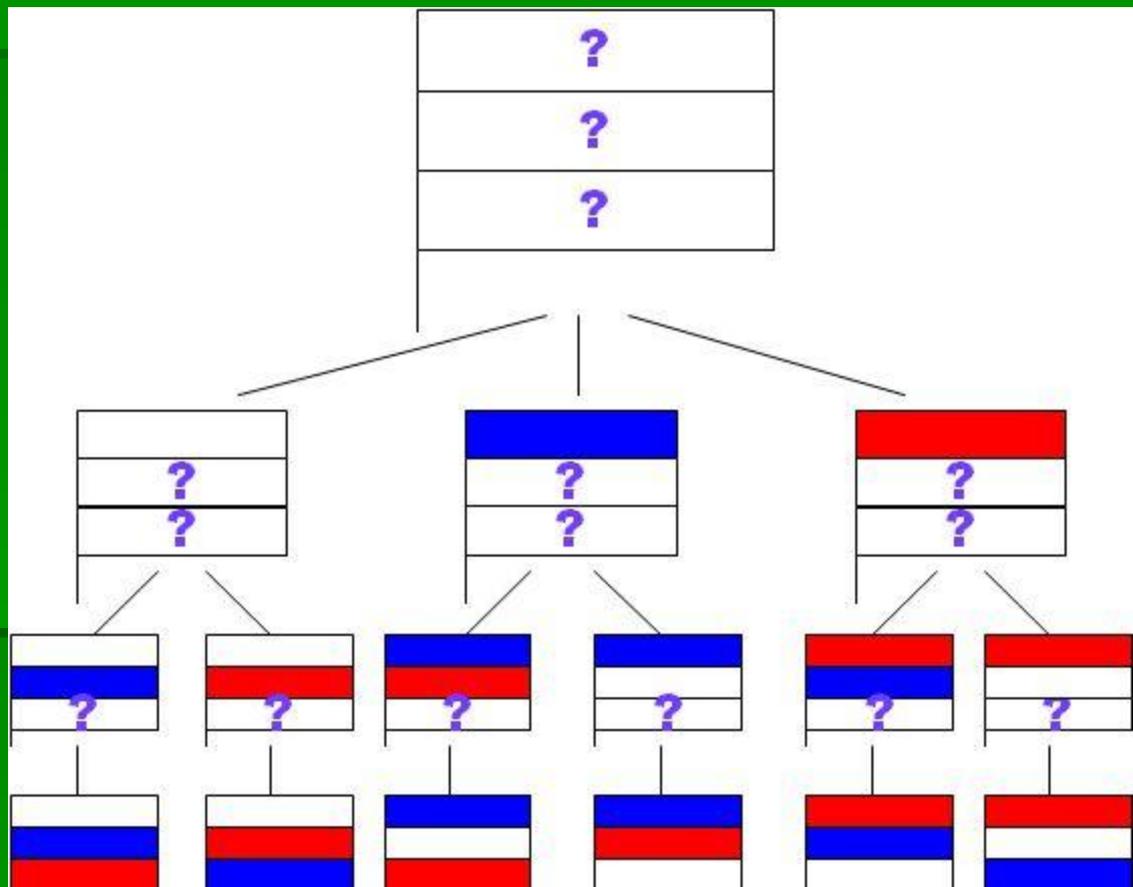
*В коридоре висят три
лампочки.*

*Сколько имеется
различных способов освещения коридора?*



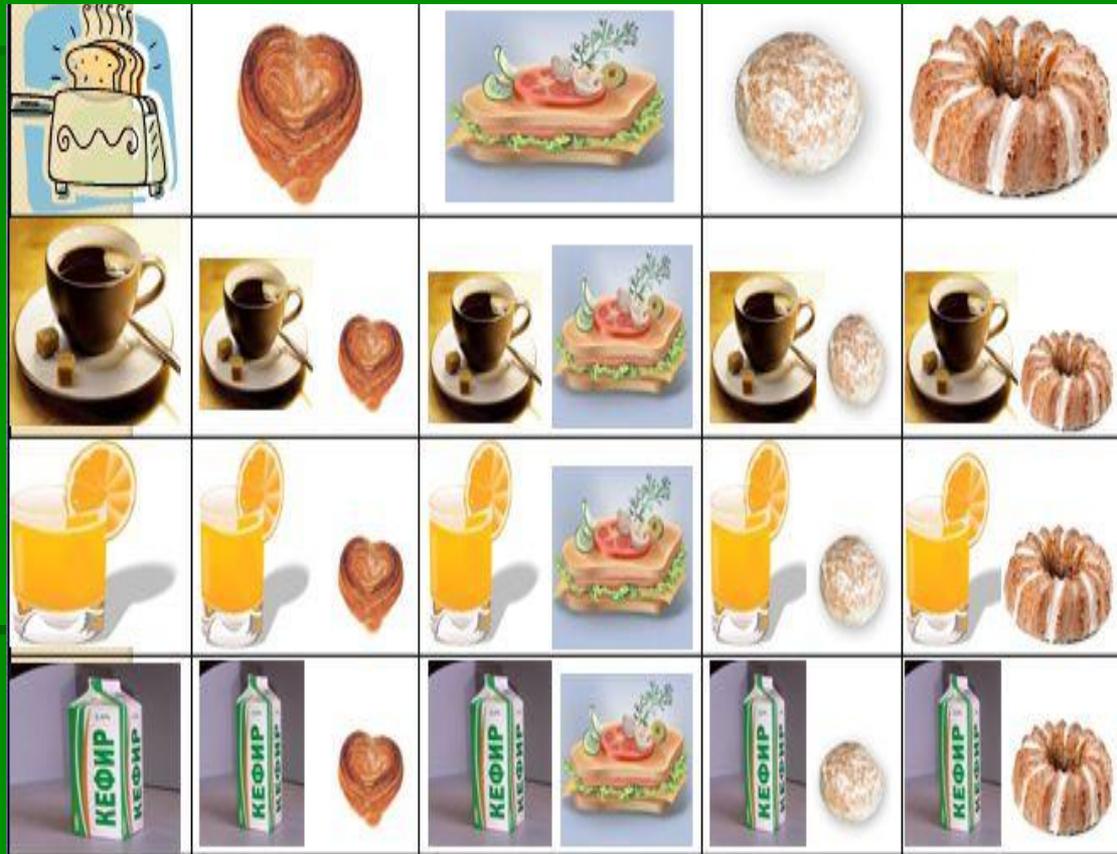
Задачи для самостоятельного решения.

- Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трёх горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику, при условии, что у каждой страны свой отличный от других стран флаг?



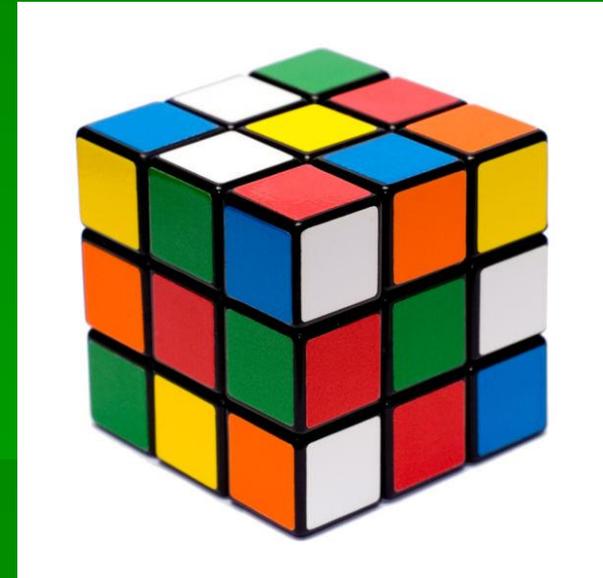
Меню на завтрак

- На завтрак можно выбрать: плюшку, бутерброд, пряник или кекс, а запить: кофе, соком, кефиром. Сколько возможных вариантов завтрака?



Игра Кубик Рубика

- Необыкновенно популярной головоломкой стал кубик Рубика, изобретенный в 1975 году преподавателем архитектуры из Будапешта Эрне Рубиком для развития пространственного воображения у студентов.
- Лучшее время, показанное на чемпионате мира 1982 г. по скоростной сборке кубика Рубика, составило всего 22,95 секунды.
- Кубик Рубика служит не только развлечением, но и прекрасным наглядным пособием по комбинаторике.



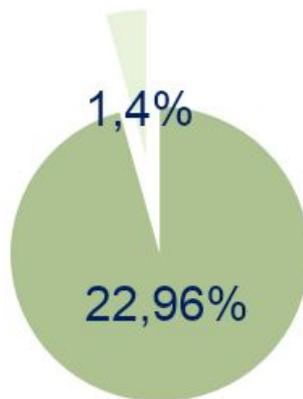
Вывод

- Усиление интереса к комбинаторике в последнее время обуславливается бурным развитием кибернетики.
- Рассмотрев использование комбинаторики в различных сферах жизнедеятельности, мы узнали о практической значимости комбинаторики как области математики.
- Комбинаторика помогает развивать математические способности, сообразительность, логическое мышление, укрепляет память.
- Таким образом, мы не только подтвердили гипотезу, что комбинаторика – это раздел математики, имеющий широкий спектр практической направленности, но и расширили диапазон своих знаний.

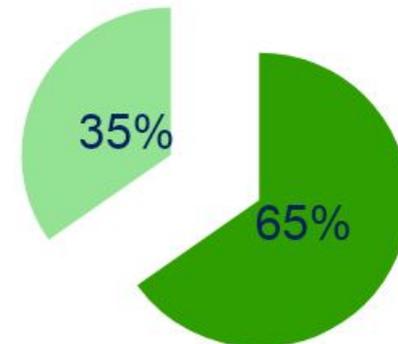
Результаты

ГИА в 9 «б» классе в 2011 году: из 23 человек комбинаторные задачи решили

Результат решения задачи №17 ГИА-9



Результат решения задачи №18 ГИА-9



Эмблема занятия:

$$28 k + 30 m + 31 n = 365$$

Ответ: 365 – это количество дней в году, 28 – количество дней в феврале, 30 – количество дней имеют 4 месяца в году, 31 – количество дней имеют 7 месяцев в году. Тогда:
 $28 \cdot 1 + 30 \cdot 4 + 31 \cdot 7 = 365$.

- *«...ученье, лишённое всякого интереса и взятое только силой принуждения... убивает в ученике охоту к учению, без которого он далеко не уйдёт».*

- *К.Д.Ушинский*