Урок алгебры в 10 классе по теме:

«Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода к другому основанию»

Автор работы:
Ефимова Наталья Владимировна,
учитель математики высшей квалификационной категории
ГБОУ СОШ № 899 г. Москва

Цели урока.

- Повторить свойства логарифмов
- Решать задачи
- Решать уравнения
- Ввести понятия натурального и десятичного логарифмов

Свойства логарифмов.

(a>0,a≠1,b>0,c>0, n≠0)

$\log_a(bc) =$

$\log_a \frac{b}{c}$

$\log_a b^n$

$\log_{a^n} b$

$a^{\log_a b}$

$\log_{a^n} b^n$

$\log_a 1$

$\log_a a$

$\log_a b$

b

$\log_a b + \log_a c$

0

$n \log_a b$

1

$\log_a b - \log_a c$

$\frac{1}{n} \log_a b$

Найдите значение выражений

$\log_2 16 =$ 4

$\log_{25} \frac{1}{5} =$ - 0,5

$\log_4 \frac{1}{2} =$ -0,5

$\log_{\sqrt{2}} 4 =$ 4

$7^{\log_7 3} =$ 3

$5^{2\log_5 3} =$ 9

$4^{3\log_{4^6} 9} =$ 3

$8^{\log_{\sqrt{8}} 5} =$ 25

$\log_{12} 6 + \log_{12} 2 =$ 1

$\log_6 2 - \log_6 \frac{1}{3} =$ 1

$\log_{\frac{1}{15}} 3 + \log_{\frac{1}{15}} 75 =$ -2

$\log_{\sqrt{5}} 65 - \log_{\sqrt{5}} 13 =$ 2

Решите уравнение

1) $2^x = 7$

2) $3^x = 6$

3) $4^{x-2} = 3$

4) $\log_5 x = 2$

5) $\log_3 x = \frac{1}{2}$

6) $\log_9 x = \log_9 13$

7) $\log_7 x = 2\log_7 3$

8) $\log_5 x = 1 + \log_5 2$

Сравните ответы

1	2	3	4	5	6	7	8
$\log_2 7$	$\log_3 6$	$\log_4 3 + 2$	25	$\sqrt{3}$	13	9	10

Тренировочный тест

1.Вычислить: $0,3^{\log_{0,3} 2} - 5$

1) – 4,91; 2) – 4,7; 3) – 3; 4) 2.

2. Найдите значение выражения: $\log_2 16 + \log_2 2$

1) 4; 2) 5; 3) 6; 4) 4,5.

3.Найдите значение выражения : $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$

1) 2; 2) 1; 3) – 2; 4) 90.

4. Найдите *x* : $\lg x = 1/2 \lg 9 - 2/3 \lg 8$

1) 3/4; 2) 4/3; 3) 3/2; 4) 6.

5. Упростите выражение: $3^{2+\log_3 15}$

1) 17; 2) 135; 3) 225; 4) 30.

Проблема

Обратите внимание - действия с логарифмами *возможны только при одинаковых основаниях*! А если основания разные!?

$$\log_5 16 \cdot \log_2 25$$

- ***Десятичным логарифмом*** называется *логарифм по основанию* 10. Он обозначается **lg** , т.е. $\log_{10} m = \lg m$
- ***Натуральным логарифмом*** называется *логарифм по основанию* *е*. Он обозначается **ln** , т.е. $\log_{e} m = \ln m$. Число *е* является иррациональным, его приближённое значение 2.718281828.

Переход к другому основанию

Теорема

- Пусть дан логарифм $\log_a b$. Тогда для любого числа c такого, что $c > 0$ и $c \neq 1$, верно равенство:

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$$

- В частности, если положить $c = b$, получим:

$$\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_c a}}$$

$$1)\ \log_5 16 \cdot \log_2 25 =$$

Воспользуемся сначала свойством $\log_a b^n = n \log_a b$

$$= \log_5 2^4 \cdot \log_2 5^2 = 4\log_5 2 \cdot 2\log_2 5 =$$

Теперь перейдем к основанию 2 $\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_c a}}$

$$= 8 \cdot \frac{1}{\log_2 5} \cdot \log_2 5 = 8$$

2) Найдите значение выражения

$$3^{2+\frac{\log_5 7}{\log_5 3}} - 9\cdot 4^{\frac{1}{\log_3 4}} = \qquad 3^{2+\log_3 7} - 9\cdot 4^{\log_4 3} =$$

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}} \qquad \boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_c a}}$$

$$= 3^2 \cdot 3^{\log_3 7} - 9\cdot 4^{\log_4 3} =$$

$$= 9\cdot 7 - 9\cdot 3 = 9\cdot(7-3) = 9\cdot 4 = 36$$

3)Найдите значение выражения $\log_a(a^5b^2)$, если $\log_b a = \frac{2}{7}$

$$\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_c a}}$$

Решение:

$$\log_a(a^5b^2) = \log_a a^5 + \log_a b^2 =$$

$$= 5 + 2 \cdot \frac{1}{\log_b a} = \ 5 + 2 \cdot \frac{7}{2} = 12$$

Ответ: 12

- Первое упоминание натурального логарифма сделал Николас Меркатор в работе *Logarithmotechnia*, опубликованной в 1668 году, хотя учитель математики Джон Спайделл ещё в 1619 году составил таблицу натуральных логарифмов. Ранее его называли гиперболическим логарифмом, поскольку он соответствует площади под гиперболой

Происхождение термина *натуральный логарифм*

- Сначала может показаться, что поскольку наша система счисления имеет основание 10, то это основание является более «натуральным», чем основание *e*. Но математически число 10 не является особо значимым. Его использование скорее связано с культурой, оно является общим для многих систем счисления, и связано это, вероятно, с числом пальцев у людей.
- Некоторые культуры основывали свои системы счисления на других основаниях: 5, 8, 12, 20 и 60.

  – $\log_e$ является «натуральным» логарифмом, поскольку он возникает автоматически и появляется в математике очень часто.
- .

e=2,718281828459045235360….

Саму константу впервые вычислил швейцарский математик Бернулли в ходе решения задачи о предельной величине процентного дохода. Бернулли показал, что процентный доход в случае сложног $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$ та имеет предел: и этот предел равен 2,71828…

Экспоненту помнить способ есть простой:
два и семь десятых, дважды Лев Толстой(1828)

2,7 1828 1828

- Букву *e* начал использовать Эйлер в 1727 году, а первой публикацией с этой буквой была его работа «Механика, или Наука о движении, изложенная аналитически» 1736 год
- Почему была выбрана именно буква *e*, точно неизвестно. Возможно, это связано с тем, что с неё начинается слово *exponential* («показательный», «экспоненциальный»). Другое предположение заключается в том, что буквы *a*, *b*, *c* и *d* уже довольно широко использовались в иных целях, и *e* была первой «свободной» буквой.

Таблицы логарифмов

Первые таблицы логарифмов были составлены швейцарским математиком Бюрги в 1590 году. Немного позднее таблицы логарифмов также составил шотландский ученый Непер. Непер брал за основание логарифма число, очень близкое к единице но меньшее, чем единица. Непер опубликовал свои таблицы в 1614, а Бюрги в 1620 году.

Позднее Непер и его сотрудник Бригс перевели первые таблицы Непера на новое основание — 10. Таблицы десятичных логарифмов были впервые опубликованы в 1624 году. Именно поэтому они также носят название Бригговы.

В России первые таблицы логарифмов были изданы в 1703 году

Задания для самостоятельной работы

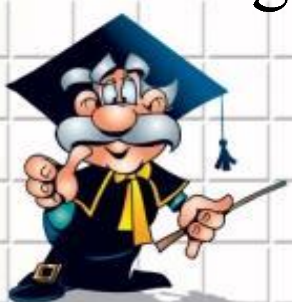
1 группа

1) $6\log_3 2\cdot\log_4 3\cdot\log_5 4\cdot\log_8 5=$

2) $e^{\frac{1}{\log_5 e}}-4^{\frac{2}{\lg 16}}$

3) *Найдите* $\lg a+\lg\left(\dfrac{1}{a^2}\right)$,

если $\log_{100} a=4$



2 группа

1) $\log_9 100\cdot\lg 3=$

2) $\left(5^{\log_7 3}\right)^{\log_3 7}$

3) *Найдите* $\log_8 a$,

если $\log_2 a=6$

Домашнее задание

1. Найдите $\log_c \frac{a^2 b}{c^3}$, *если* $\lg \sqrt{a} = 3, \lg b = 5, \lg c = 2.$

2. Вычислите: $\sqrt[6]{27^{\frac{1}{\log_4 3}}}$;

$\left(7^{\log_{100} 81}\right)^{\log_3 10}$;

$\left(\log_7 2 + \frac{1}{\log_5 7}\right) \lg 7$;

$3^{\frac{1}{2\log_7 3}} \cdot 3^{\log_3^2 8} - \sqrt{7} \cdot 8^{\log_3 8} - \sqrt{3}^{\log_3 25}$

Спасибо за урок.