Логарифмы на ЕГЭ

- В5 – Решение логарифмического уравне
- В7 – Нахождение значения выражения, содержащего логарифмы
- В12 –Составление математической модели на основе физической задачи
- В14 – Исследование логарифмической функции с помощью производной
- С3 – Решение системы неравенств, содержащей логарифмическое неравенство

Определение логарифма:

$loq_a b=c$, если $a^c=b$ и $a>0$, $a\neq1$, $b>0$,

Свойства логарифмов (для чисел: $x>0$, $y>0$, $a>0$, $a\neq1$)

$$1.\ loq_a xy = loq_a x + loq_a y$$

$$2.\ loq_a \frac{x}{y} = loq_a x - loq_a y$$

$$3.\ loq_a x^p = p \cdot loq_a x$$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{loq_a b} = b$$

Формулы перехода к новому основанию логарифма

$$1.\ loq_a b = \frac{loq_c b}{loq_c a}$$

$$2.\ loq_a b = \frac{1}{loq_b a}$$

$$3.\ loq_{a^k} b = \frac{1}{k} loq_a b$$

Формулы производных

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(loq_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

B7 Проверьте, правильно ли найдено значение выражения:

$$1)\ 5^{3+loq_5 2} = 5^3 \cancel{+} 5^{loq_5 2} = 125 \cancel{+} 2 = \cancel{127}$$

$$5^{3+loq_5 2} = 5^3 \cdot 5^{loq_5 2} = 125 \cdot 2 = 250$$

$$2)\ 49^{loq_7 12} = 7^{2loq_7 12} = 7^{loq_7 12^2} = 144$$

$$3)\ loq_3 2{,}25 + loq_3 4 = loq_3 9 = 2$$

$$4)\ \frac{loq_3 7}{loq_9 7} = \frac{loq_3 7}{loq_{3^2} 7} = \frac{loq_3 7}{\cancel{2} loq_3 7} = \cancel{\frac{1}{2}} = \cancel{0{,}5}$$

$$\frac{loq_3 7}{loq_9 7} = \frac{loq_3 7}{loq_{3^2} 7} = \frac{loq_3 7}{\frac{1}{2} loq_3 7} = 2$$

В5 **Найдите корень уравнения**

1) $log_2(4+x)=7$ $ОДЗ: 4+x>0$

$4+x=2^7$

$x=128-4$ $x=124$

2) $log_5(5-x)=2log_5 3$ $ОДЗ: 5-x>0$

$log_5(5-x)=log_5 3^2$ $x<5$

$5-x=9$

$x=-4$

3) $log_5(x^2+2x)=log_5(x^2+11)$

4) $log_4(5+6x)=log_4(3+4x)+1$

5) **Решите уравнение** $log_{x-5}49=2$ **. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.**

B5

5) **Решите уравнение** $log_{x-5} 49 = 2$ **. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.**

$$log_{x-5} 49 = 2 \qquad ОДЗ \quad \begin{cases} x-5>0 \\ x-5 \neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>5 \\ x \neq 6 \end{cases}$$

$$(x-5)^2 = 49$$

$$x-5=7 \quad или \quad x-5=-7$$

$$x=12 \quad или \quad x=-2$$

посторонний корень

Ответ: 12

B12 **Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 4$ моля воздуха объемом $V_1 = 15$ медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением**

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$$

где

$\alpha = 9{,}15$ **- постоянная, а** $T = 300$ **К — температура воздуха. Какой объем** V_2 **(в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10980 Дж?**

B12

$$A = \alpha \nu T log_2 \frac{V_1}{V_2}: \quad V_1 = 15л, \quad \nu = 4 моля$$

$$T = 300K, \quad \alpha = 9{,}15$$

$$A = 10980 Дж$$

$$9{,}15 \cdot 4 \cdot 300 log_2 \frac{15}{V_2} = 10980, \quad V_2 > 0$$

$$10980 log_2 \frac{15}{V_2} = 10980$$

$$log_2 \frac{15}{V_2} = 1$$

$$\frac{15}{V_2} = 2 \qquad V_2 = 7{,}5$$

B12

Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 4 \cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,4$ —постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 28 с?

B12

$$t = \alpha RC log_2 \frac{U_0}{U}, где \quad C = 5 \cdot 10^{-6} Ф, R = 4 \cdot 10^6 Ом, U_0 = 12 Кв,$$

$$\alpha = 1{,}4, \qquad t \geq 28$$

$$1{,}4 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} log_2 \frac{12}{U} \geq 28, \quad \underline{U > 0}$$

$$28 log_2 \frac{12}{U} \geq 28 \qquad log_2 \frac{12}{U} \geq 1$$

$$log_2 \frac{12}{U} \geq log_2 2,$$ **функция $y = log_2 x$ - возрастающая**

$$\frac{12}{U} \geq 2, \quad т.к \;\; U > 0 \qquad 12 \geq 2U, \qquad U \leq 6$$

$U_{наиб}=6$

B14

1) *Найдите наименьшее значение функции*

$y = 4x - \ln(x+8)^4$ *на отрезке* $[-7{,}5; 0]$

2) *Найдите точку минимума функции*

$y = loq_3(x^2 - 6x + 10) - 2$

1) *Найдите наименьшее значение функции*

$y = 4x - \ln(x+8)^4$ *на отрезке* $[-7{,}5;0]$

1. $y = 4x - \ln(x+8)^4 = 4x - 4\ln(x+8)$

2. $y' = 4 - \dfrac{4}{x+8} = \dfrac{4x+32-4}{x+8} = \dfrac{4x+28}{x+8}$

3. $\dfrac{4x+28}{x+8} = 0 \quad \left[\begin{array}{l} 4x+28 = 0 \quad x = -7 \\ x+8 \neq 0 \end{array}\right.$

4. $y(-7{,}5) = 4\cdot(-7{,}5) - 4\ln(-7{,}5+8) = -30 - 4\ln 0{,}5$

$y(0) = 4\cdot 0 - 4\ln(0+8) = 4 - 4\ln 8$

$y(-7) = 4\cdot(-7) - 4\ln(-7+8) = -28 - 4\ln 1 \quad = \underline{-28}$

2) *Найдите точку минимума функции*

$$y = loq_3(x^2 - 6x + 10) - 2$$

$$1.\ x^2 - 6x + 10 > 0$$

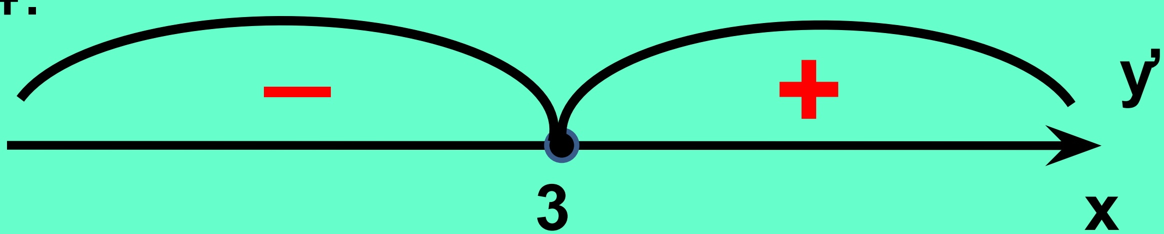
$$D < 0,\ D(y) = R$$

$$2.\ y' = \frac{2x-6}{\left(x^2 - 6x + 10\right)\ln 3}$$

$$3.\ \frac{2x-6}{\left(x^2 - 6x + 10\right)\ln 3} = 0;\ \left[\begin{array}{l} 2x - 6 = 0 \\ \left(x^2 - 6x + 10\right)\ln 3 \neq 0 \end{array}\right.$$

$$x = 3$$

4.



Xmin=3

$$log_{\sqrt{2}} x + log_x 16 - 6 \geq 0$$