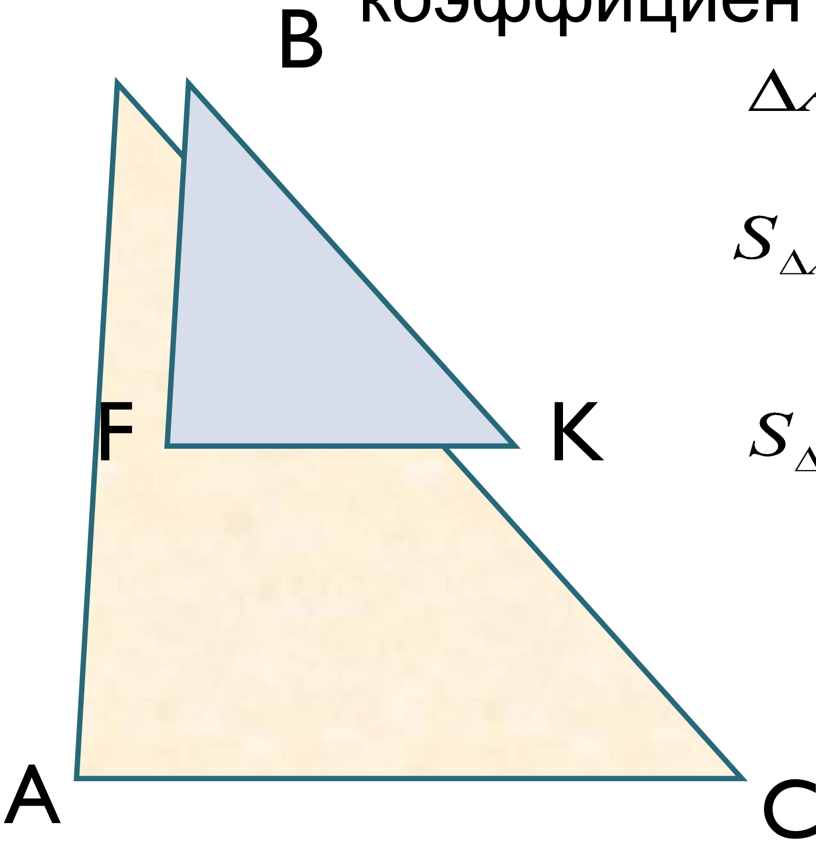
(От простого к сложному)

Петухова Ирина Валентиновна, учитель МБОУ СОШ №4,
Г. Полярные Зори Мурманской области.

Цели и задачи урока:

- Повторить свойства площадей фигур; свойство медианы треугольника; свойство площадей треугольников, имеющих одинаковую высоту; Свойство площадей подобных фигур.
- Развивать умения анализировать, сопоставлять, логически мыслить, обобщать; развивать внимание, память, активность и самостоятельность.
- Воспитывать ответственное отношение к учебному труду, настойчивость для достижения конечного результата, умение работать в коллективе.

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.



$$\Delta ABC \ \textit{подобен} \Delta \ FBK.$$

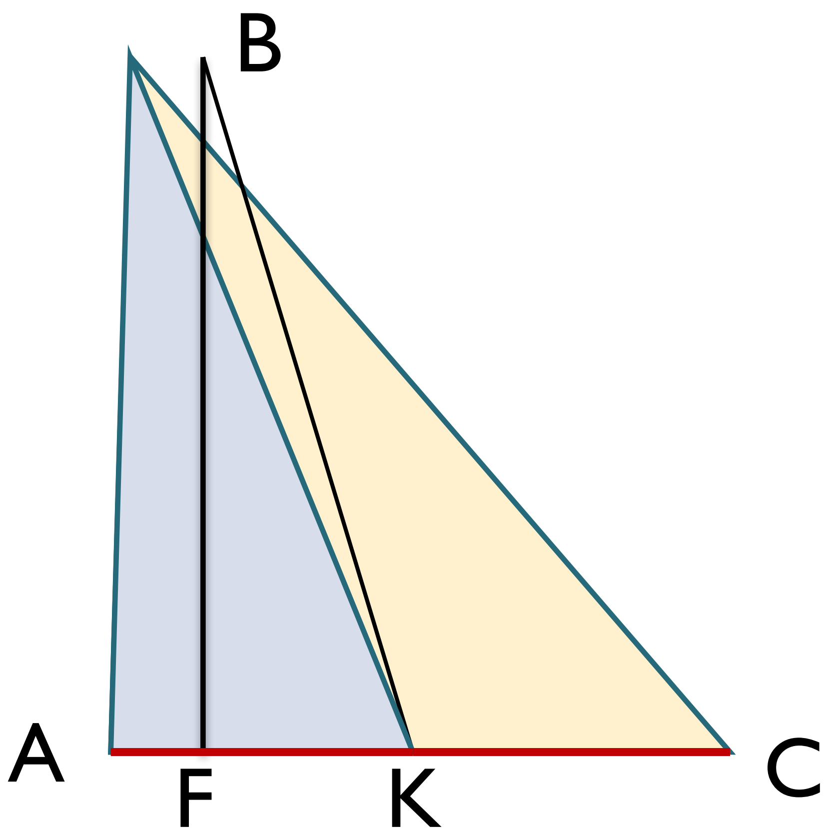
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin \angle B.$$

$$S_{\Delta FBK} = \frac{1}{2} BF \cdot BK \cdot \sin \angle B.$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta FBK}} = \underbrace{\boxed{\frac{BA}{BF}}}_{k} \underbrace{\boxed{\frac{BC}{BK}}}_{k} = k^2$$

$$BA = k \cdot BF.$$

Медиана треугольника делит его на две равновеликие части.



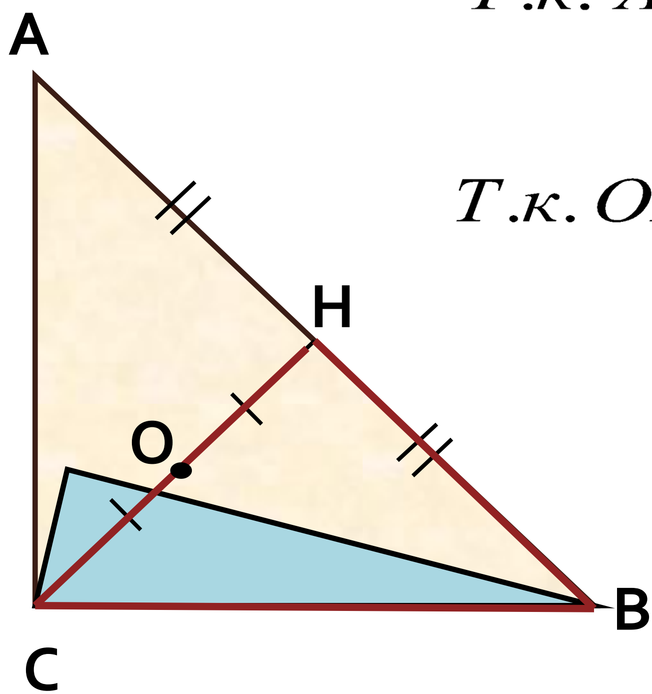
$$S_{\Delta ABK} = \frac{1}{2} AK \cdot BF.$$

$$S_{\Delta CBK} = \frac{1}{2} KC \cdot BF.$$

$$AK = KC.$$

$$S_{\Delta ABK} = S_{\Delta CBK}.$$

Задачка : В прямоугольном треугольнике АВС точка О – середина медианы СН, проведенной к гипотенузе АВ, АС = 6см, ВС = 8см. Найдите площадь треугольника ОВС.



$$Т.к.\ AH = BH,\ то\ S_{\Delta CBH} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC}.$$

$$Т.к.\ OH = OC,\ то\ S_{\Delta CBO} = \frac{1}{2} S_{\Delta HBC}.$$

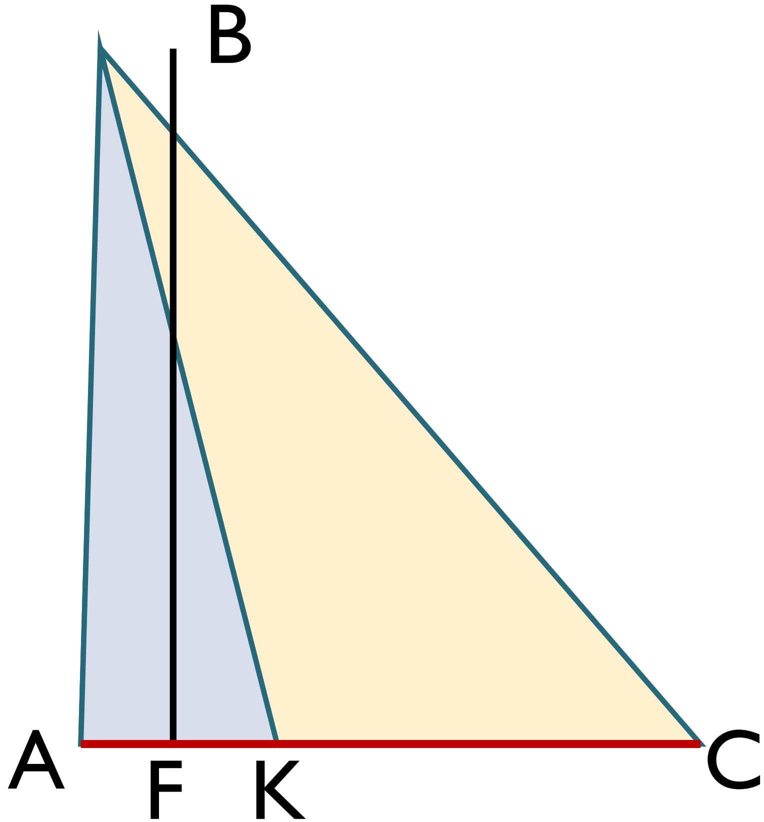
$$S_{\Delta CBO} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24 (см^2).$$

$$S_{\Delta CBO} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6 (см^2).$$

$$Ответ: 6см^2.$$

Если два треугольника имеют одинаковые высоты, то отношение их площадей равно отношению длин оснований (сторон, на которые опущены эти высоты).

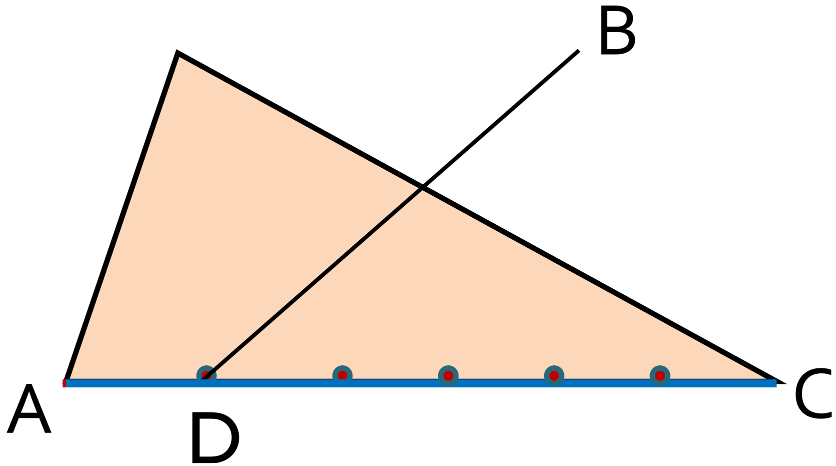


$$S_{\Delta CBK} = \frac{1}{2} KC \cdot BF.$$

$$S_{\Delta ABK} = \frac{1}{2} AK \cdot BF.$$

$$\frac{S_{\Delta CBK}}{S_{\Delta ABK}} = \frac{KC}{AK}$$

Задачка : На стороне AC треугольника ABC с площадью 36 см^2 взята точка D, AD : DC = 1 : 5. Найдите площадь треугольника ABD.



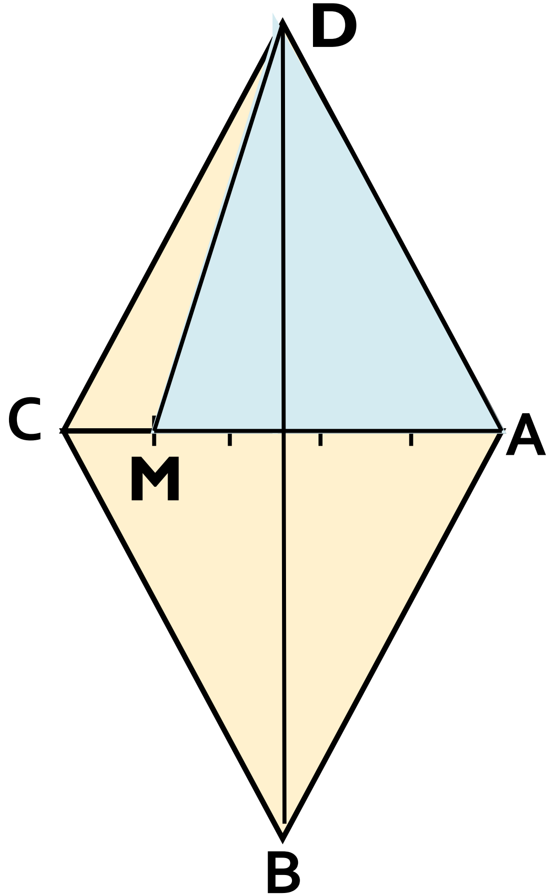
$$AD : DC = 1 : 5,$$

$$AD = \frac{1}{6} AC;$$

$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{6} S_{\Delta ABC} = 6.$$

$$\textit{Ответ} : 6 \; \textit{см}^2.$$

Задачка : В ромбе ABCD диагонали равны 5 см и 12 см. На диагонали AC взята точка M так, что AM : MC = 4 : 1. Найдите площадь треугольника AMD.



$$S_{\Delta CDA} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$S_{\Delta MDA} = \frac{4}{5} S_{\Delta CDA}$$

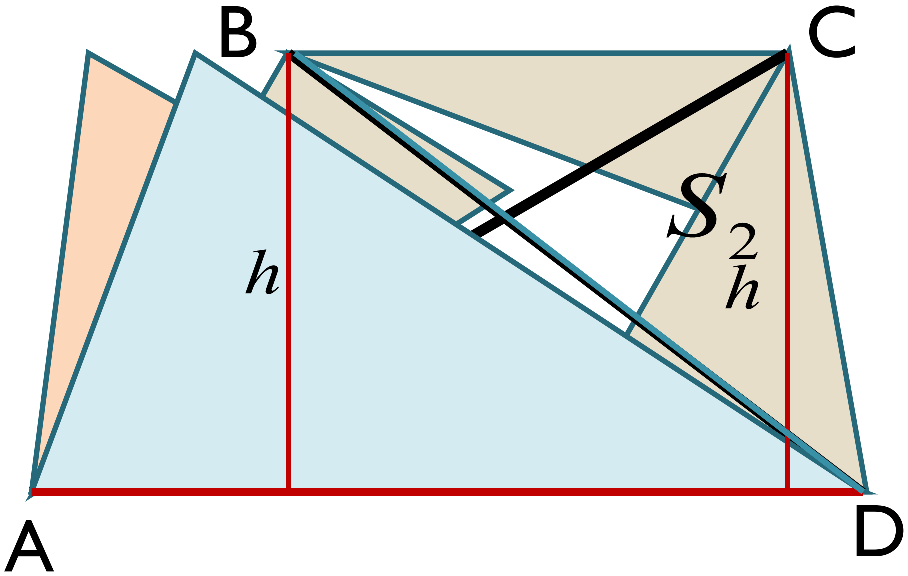
$$S_{\Delta MDA} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{2}{5} S_{ABCD},$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30,$$

$$S_{\Delta MDA} = \frac{2}{5} \cdot 30 = 12.$$

$$Ответ: 12 см^2.$$

Диагонали трапеции образуют равновеликие треугольники при одной основе.



$$S_{\Delta ABD} = S_{\Delta DCA}$$

т.к. у них AD – общая,

а высоты равны.

(при основании *BC* - *аналогично)*

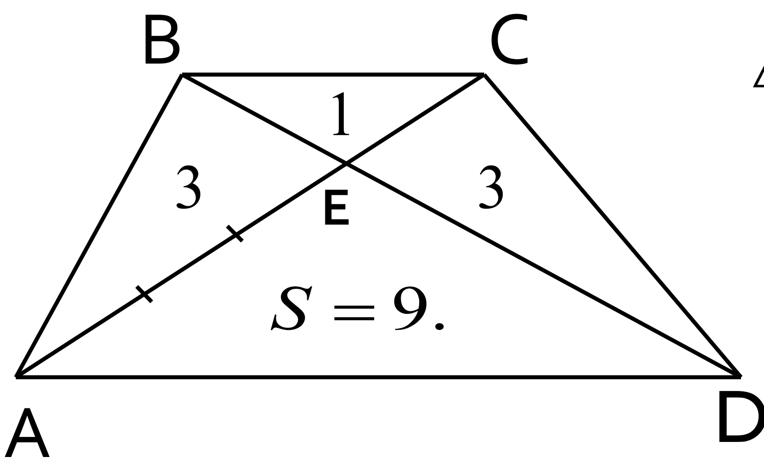
$$S_1 + S_3 = S_2 + S_3,$$

$$S_1 = S_2.$$

Диагонали образуют равновеликие треугольники при боковых сторонах трапеции.

Задача! В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Площадь треугольника AED равна 9. Точка E делит одну из диагоналей отношении 1:3. Найти площадь трапеции.

1 случай.



$$\Delta AED \text{ подобен } \Delta CEB,\ k = 3.$$

$$S_{\Delta CEB} = \frac{1}{9} S_{\Delta AED} = \frac{1}{9} \cdot 9 = 1.$$

$$AE = 3EC.$$

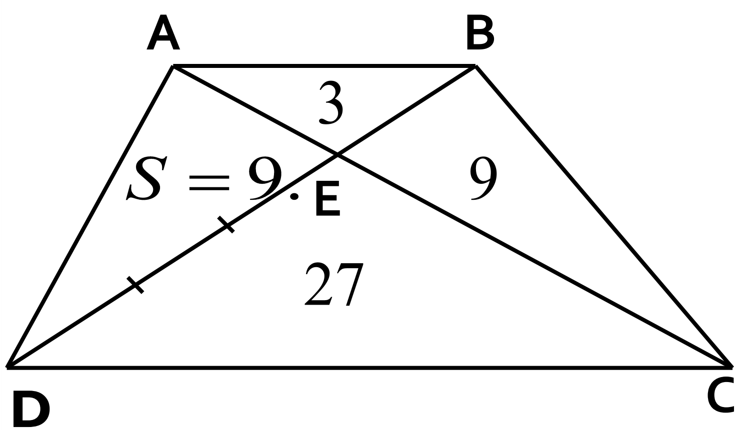
$$S_{\Delta ABE} = 3S_{\Delta BEC} = 3 \cdot 1 = 3.$$

$$S_{\Delta ABE} = S_{\Delta DCE} = 3.$$

$$S_{\Delta ABCD} = 9 + 3 + 3 + 1 = 16.$$

Задача! В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Площадь треугольника AED равна 9. Точка E делит одну из диагоналей отношении 1:3. Найти площадь трапеции.

2 случай.



$$S_{\Delta AED}=S_{\Delta BEC}=9.$$

$$DE=3BE.$$

$$S_{\Delta AEB}=\frac{1}{3}S_{\Delta AED}=\frac{1}{3}\cdot 9=3.$$

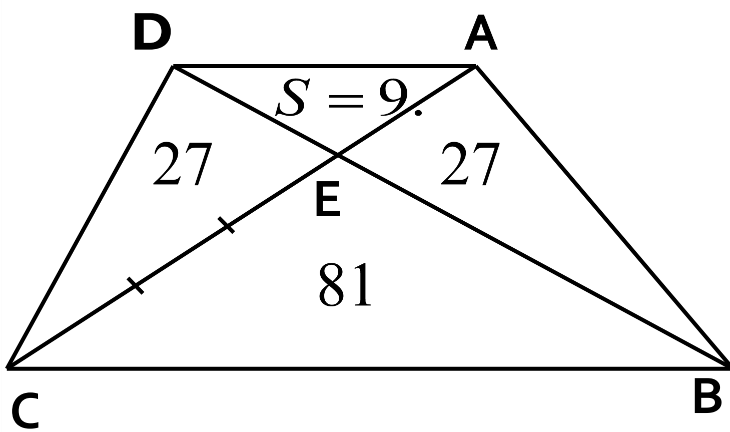
$$\Delta DEC \text{ подобен } \Delta AEB,\ k=3.$$

$$S_{\Delta DEC}=9S_{\Delta AEB}=9\cdot 3=27.$$

$$S_{\Delta ABCD}=9+9+3+27=48.$$

Задача! В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Площадь треугольника AED равна 9. Точка E делит одну из диагоналей отношении 1:3. Найти площадь трапеции.

3 случай.



$$\Delta BEC \text{ подобен } \Delta DEA,\ k = 3.$$

$$S_{\Delta CEB} = 9S_{\Delta AED} = 9 \cdot 9 = 81.$$

$$S_{\Delta CED} = 3S_{\Delta AED} = 3 \cdot 9 = 27.$$

$$S_{\Delta CED} = S_{\Delta BEA} = 27.$$

$$S_{\Delta ABCD} = 9 + 81 + 27 + 27 = 144.$$

$$\text{Ответ}: 16;\ 48;\ 144.$$

Литература :

1. Корянов А.Г. Математика ЕГЭ.- Г.Брянск, 2010.
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С4.-М. Издательство МЦНМО, 2011.
3. Атанасян Л.С. Геометрия 7-9.-М.Просвещение, 2006.
4. Гаврилова Н.Ф. Поурочные разработки по геометрии (дифференцированный подход).-М. ВАКО, 2005