

Разбор задач ЕГЭ

Преобразование
логических выражений.

A10

Задача 1.

Для какого из названий животных ложно высказывание:
(Заканчивается на согласную букву) \wedge (В слове 6 букв) \rightarrow
(Четвертая буква согласная)?

- 1) Страус
- 2) Леопард
- 3) Верблюд
- 4) Кенгуру

Решение 1. (Заканчивается на согласную букву) \wedge (В слове 6 букв) \rightarrow (Четвертая буква согласная)=0, значит отрицание этого высказывания истинно. Возьмём отрицание:

(Заканчивается на согласную букву) \wedge (В слове 6 букв) \wedge (Четвертая буква гласная)=1. Подходит только первый вариант.

Задача 1.

Решение 2. В первую очередь выполняется логическое "И".

Импликация ложна только тогда, когда посылка истина, а следствие ложно.

Посылка {(Заканчивается на согласную букву) \wedge (В слове 6 букв)} истина для варианта один, а следствие {(Четвертая буква согласная)} для него ложно.

Следовательно, ответ 1.

Задача 2.

Логическое выражение $\neg Y \vee \neg((X \vee Y) \wedge \neg Y) \wedge X \wedge \neg Y$ максимально упрощается до выражения

- 1) $X \wedge Y$
- 2) $\neg Y$
- 3) X
- 4) 1

Решение.

Рассмотрим выражение в скобках:

$$\neg((X \vee Y) \wedge \neg Y) = (\neg(X \vee Y) \vee Y) = (\neg(X \vee Y) \vee Y) = \neg X \wedge \neg Y \vee Y$$

Подставим в исходное выражение:

$$\neg Y \vee (\neg X \wedge \neg Y \vee Y) \wedge X \wedge \neg Y = \neg Y \vee (\neg X \wedge \neg Y \wedge X \wedge \neg Y) \vee (Y \wedge X \wedge \neg Y)$$

Обе скобки в последнем выражении содержат $Y \wedge \neg Y$, что всегда ложно, $\neg Y \vee 0 \vee 0 = \neg Y$

Ответ 2

Задача 3.

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [20, 50]$, $Q = [15, 20]$ и $R = [40, 80]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

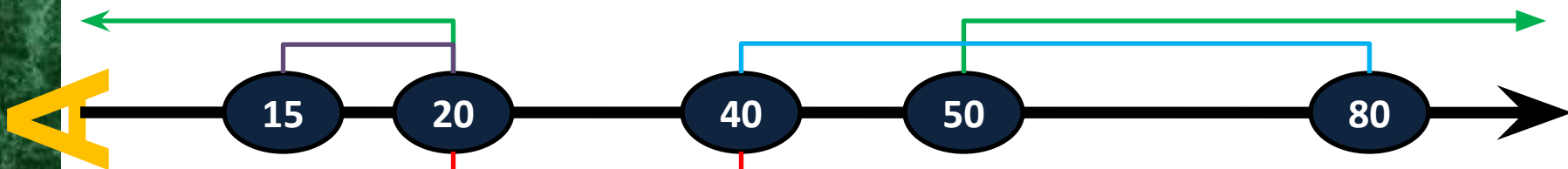
- 1) $[10, 25]$
- 2) $[20, 30]$
- 3) $[40, 50]$
- 4) $[35, 45]$

Задача 3.

В этой задаче нужно, чтобы отрезок A перекрывал недостающие значения. Преобразуем выражение к стандартным операциям:

$$\begin{aligned} & ((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R)) = \\ & = ((x \notin P) \vee (x \in Q)) \vee ((x \in A) \vee (x \in R)) = 1 \end{aligned}$$

Отметим все области на числовой прямой:



Всё, что осталось, — это отрезок A , который должен перекрывать значения x в выражении, которые не включены в P и Q .

Не перекрывает A значения x в P и Q — не перекрывает значения x в P и Q . Обратите внимание, что у нас в выражении A должны быть значения x в P и Q .
40, 50, 80 — обратный промежуток A (15, 20, 40, 50, 80), т.е. под перекрывает значения x в P и Q .

Задача 4.

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10,15]$, $Q = [10,20]$ и $R=[5,15]$. Выберите такой интервал A , что формулы

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \text{ и } (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1) [5, 12]
- 2) [10, 17]
- 3) [12, 20]
- 4) [15, 25]

Решение. Преобразуем выражения:

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) = \cancel{x \in A} \vee (x \in P)$$

$$(x \in Q) \rightarrow (x \in R) = (x \in Q) \vee (x \in R)$$

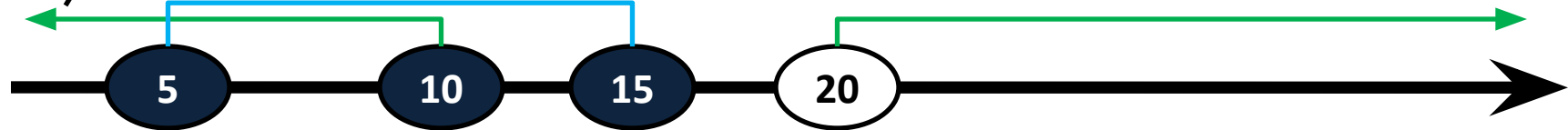
Затем построим две прямые, и отметим на каждой свои промежутки.

Задача 4.

$$(\cancel{x \in A}) \vee (x \in P)$$



$$(\cancel{x \in Q}) \vee (x \in R)$$



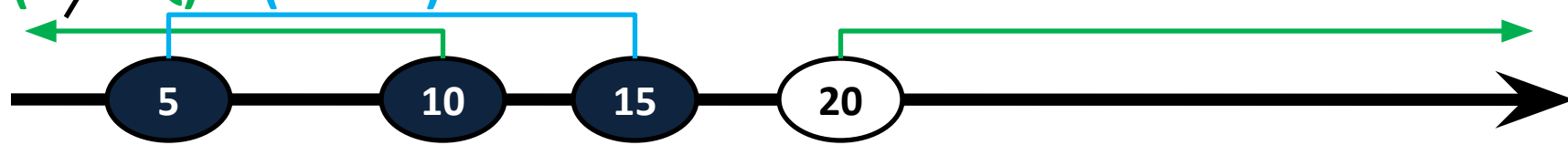
Вторая функция принимает значение единица везде, кроме промежутка $(15, 20]$. У нас в выражении фигурирует промежуток, обратный промежутку A . Нужно выбрать такой промежуток A , обратный которому не должен перекрывать промежуток $(15, 20]$, но должен перекрыть все остальные непокрытые значения.

Задача 4.

$$(x \notin A) \vee (x \in P)$$



$$(x \notin Q) \vee (x \in R)$$



Вторая функция принимает значение единицы везде (кроме промежутка $(15, 20]$). У нас в выражении фигурирует обратный (то есть, обратный) промежуток A . Нужно выбрать такой промежуток A , обратный которому не должен пересекать (промежуток $(15, 20]$ и он должен пересечь все остальные и не пересечь перекрывает диапазон значений $(20, 25]$

Ответ 3

Вопросы.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [40, 60]$ и $Q = [20, 90]$. Выберите такой отрезок A , чтобы формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

была тождественно истинна, то есть принимала значение 1 при любом значении переменной x . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет меньшую длину.

- 1) $[17, 43]$
- 2) $[17, 73]$
- 3) $[37, 53]$
- 4) $[37, 63]$

Ответ 4

Вопросы.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [35, 55]$ и $Q = [45, 65]$. Выберите такой отрезок A , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной x :

$$(x \in P) \rightarrow (x \in A)$$

$$(\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in Q)))$$

- 1) $[40, 50]$
- 2) $[30, 60]$
- 3) $[30, 70]$
- 4) $[40, 100]$