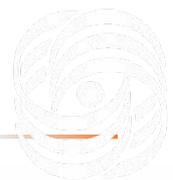




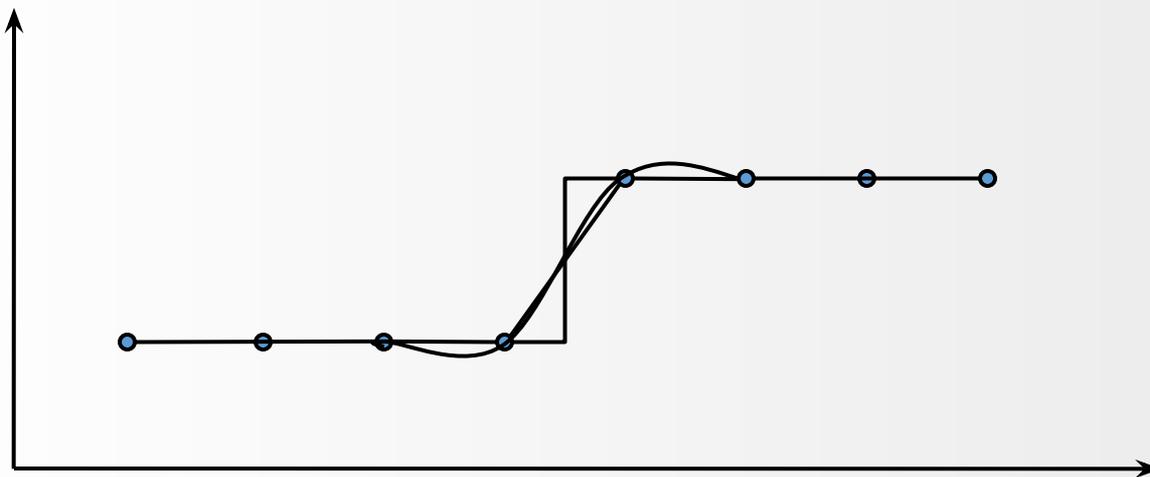
# Интерполяция данных. Проблемы, возникшие при использовании различных методов интерполяции и методы их решения.

Матвеев Максим, 410 гр.



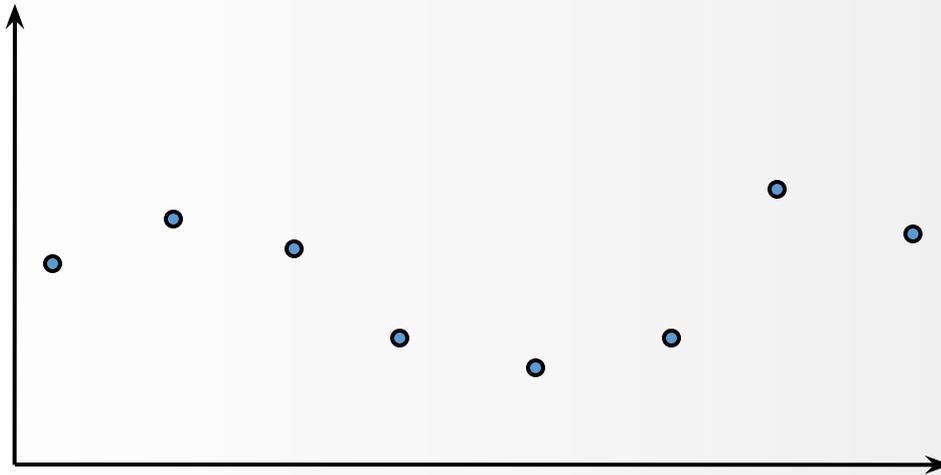
# Интерполяция

- Невозможно точно восстановить информацию



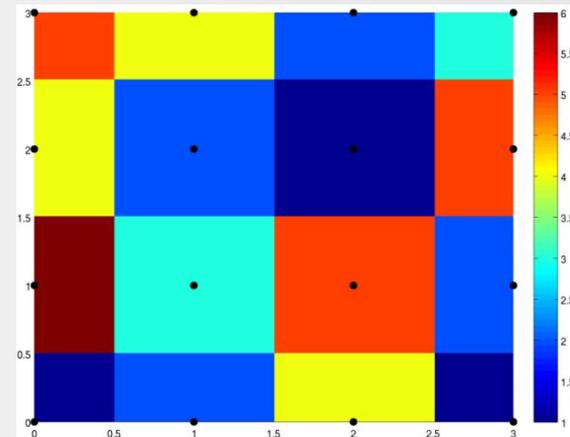
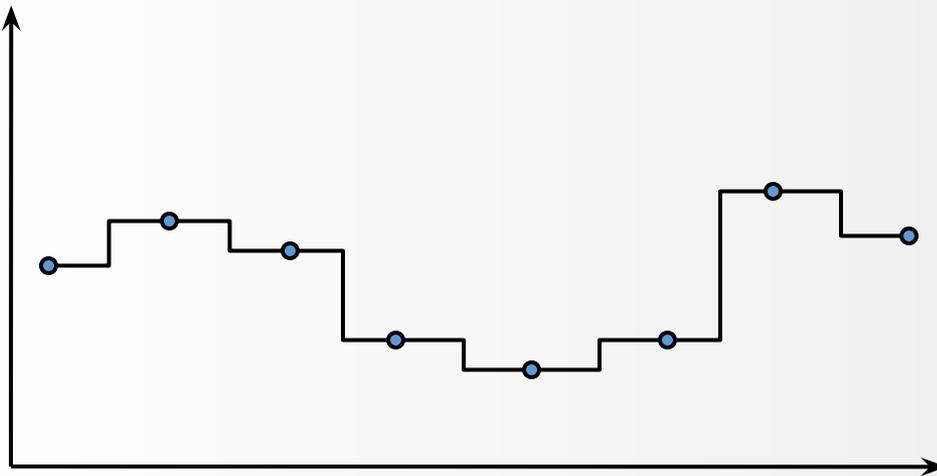
# Линейные методы интерполяции

- Интерполяция – нахождение промежуточных значений по имеющемуся дискретному набору известных значений.



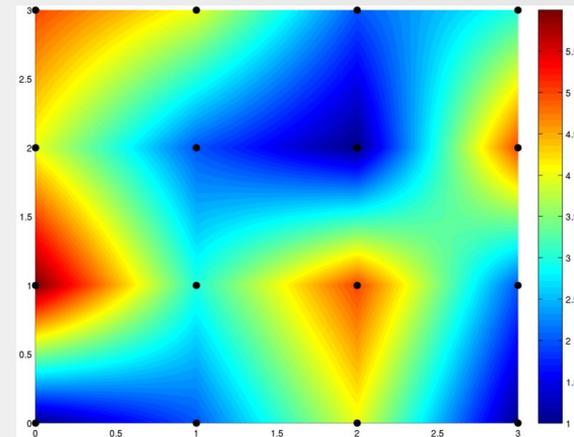
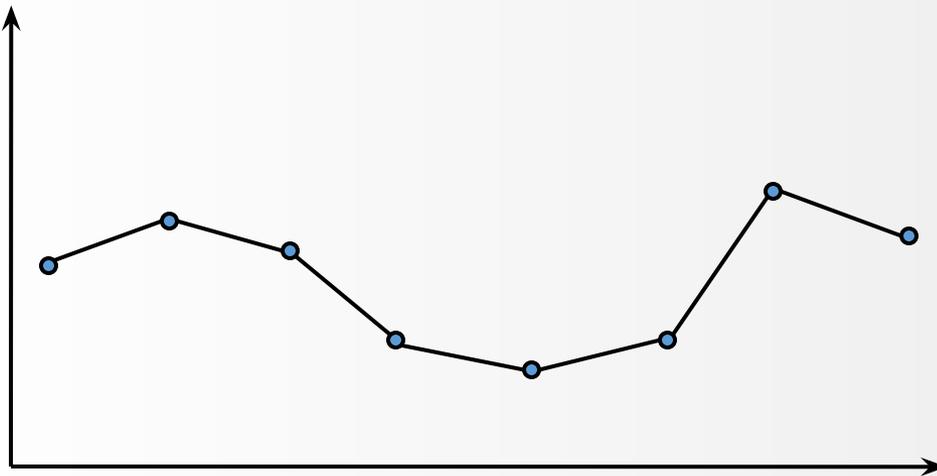
# Линейные методы интерполяции

- Существуют разные способы интерполяции. На этом слайде показан метод «ближайшего соседа»



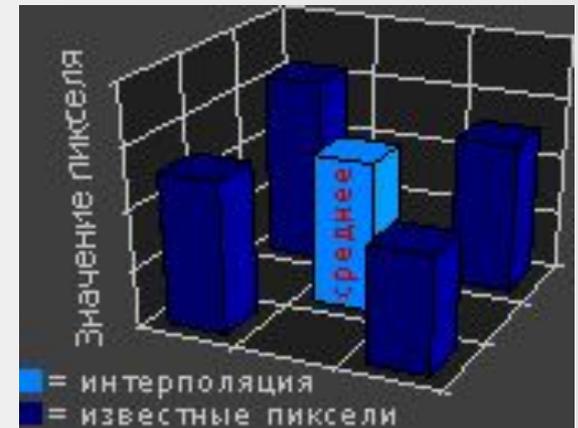
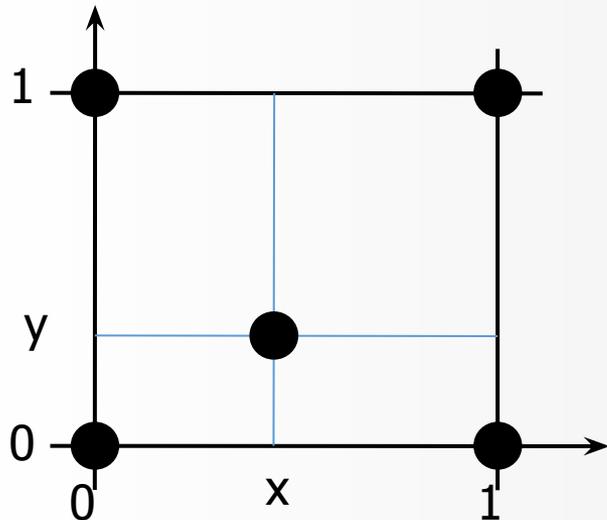
# Линейные методы интерполяции

- Функция становится более гладкой, если вместо ступенек соединять точки прямыми. Это простейшая линейная интерполяция первого порядка



# Линейные методы интерполяции

- Билинейная интерполяция – это линейная интерполяция первого порядка в двумерном случае



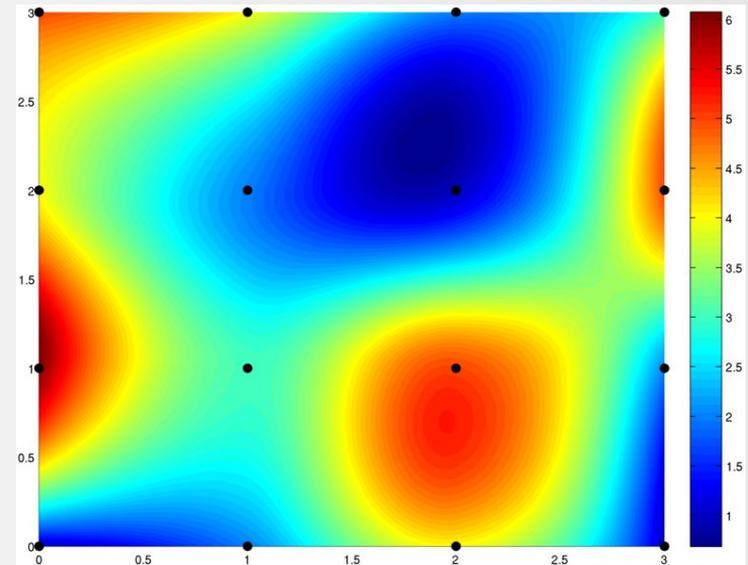
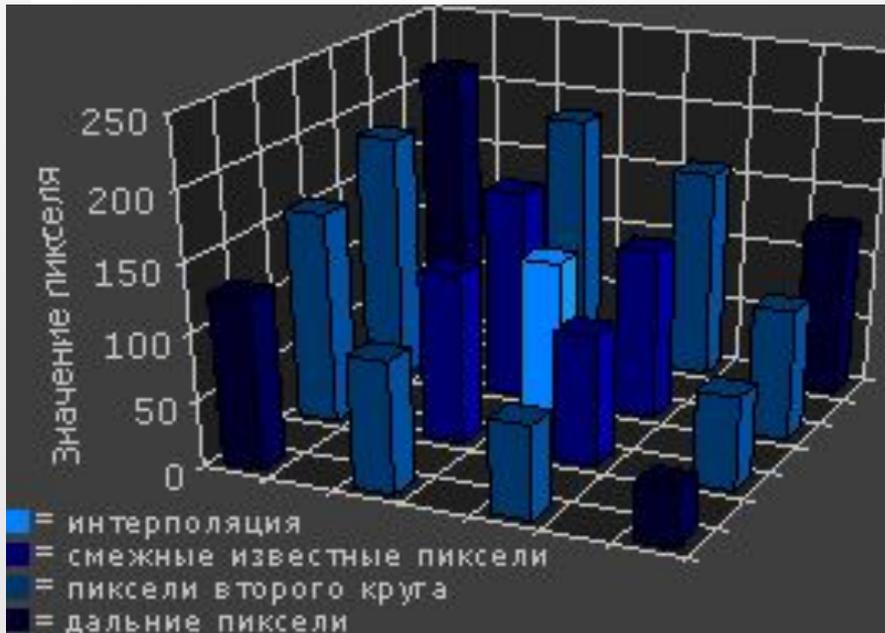
$$\begin{aligned} f(x, y) = & \\ = & (1-x)(1-y)f(0,0) + \\ & + x(1-y)f(1,0) + \\ & + (1-x)yf(0,1) + \\ & + xyf(1,1) \end{aligned}$$

# Линейные методы повышения разрешения

## Примеры интерполяции

- Бикубическая интерполяция

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{i,j} x^i y^j$$



# Линейные методы интерполяции

- Сравнение простейших методов интерполяции



Метод «ближайшего соседа»



Билинейная интерполяция



Бикубическая интерполяция

# Линейные методы повышения разрешения

## Представление в общем виде

- Любой линейный метод представляет собой свёртку

$$f(x) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} F(i)K(i-x)$$

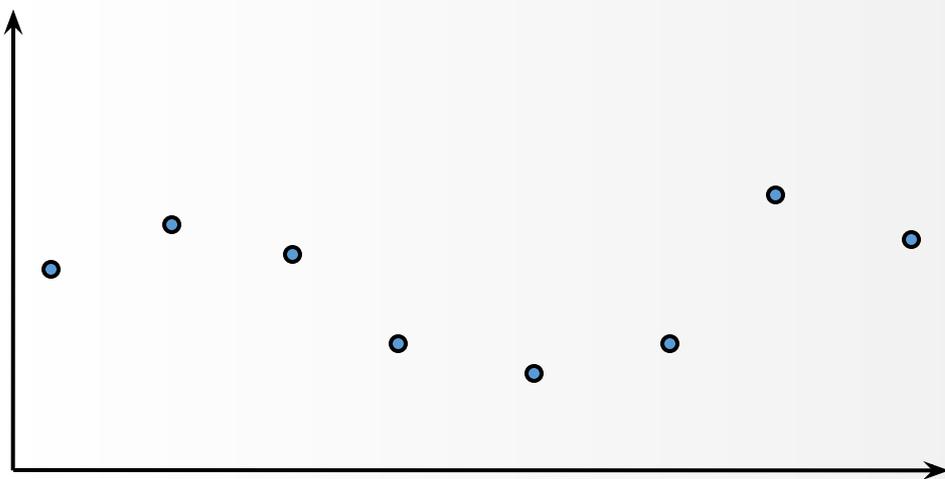
- В двумерном случае

$$f(x, y) = \sum_{i, j=-\infty}^{+\infty} F(i, j)K(i-x)K(j-y)$$

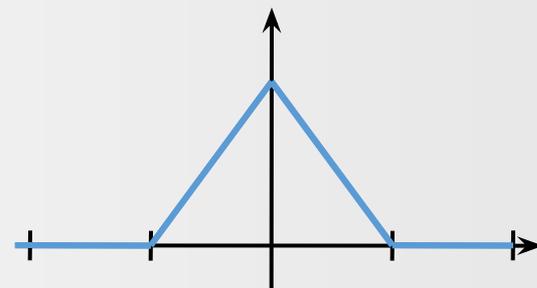
- Результат зависит от выбора ядра  $K$

# Линейные методы интерполяции

- Пример

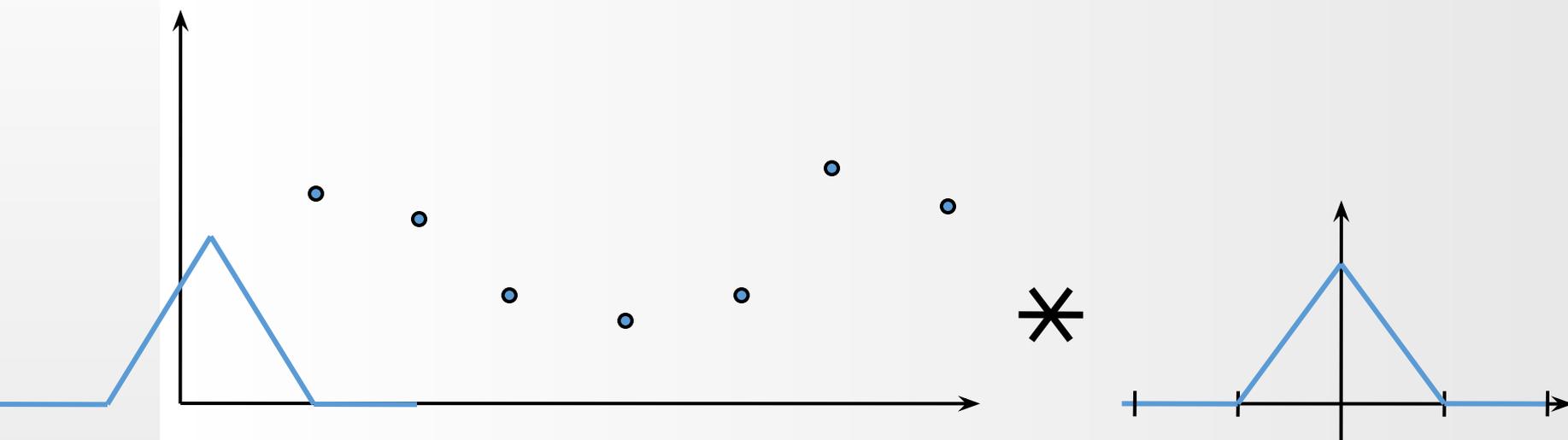


\*



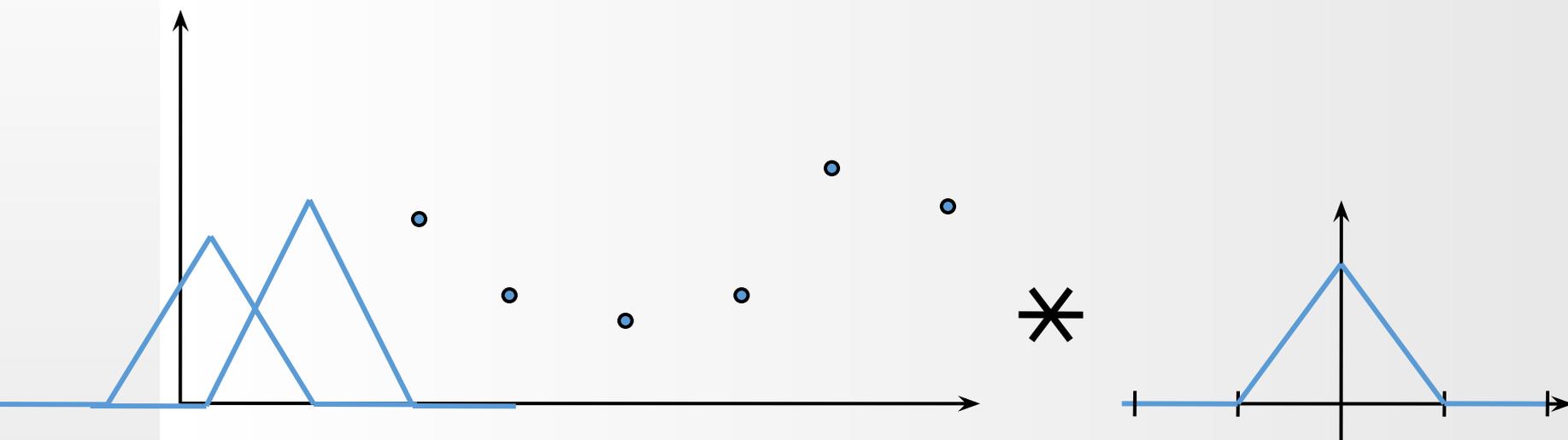
# Линейные методы интерполяции

- Пример



# Линейные методы интерполяции

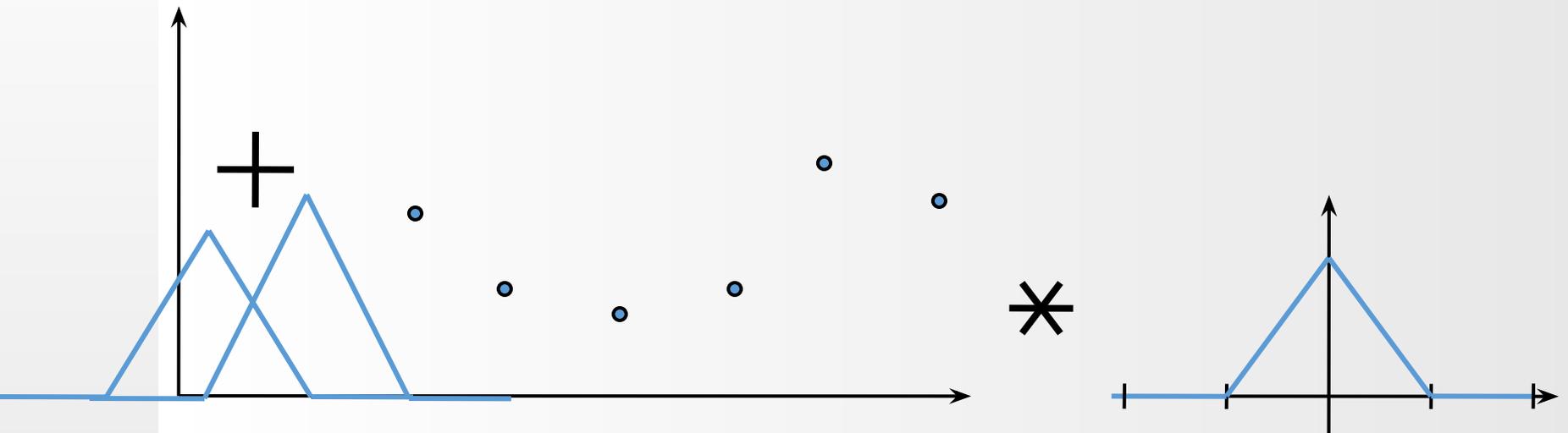
- Пример





# Линейные методы интерполяции

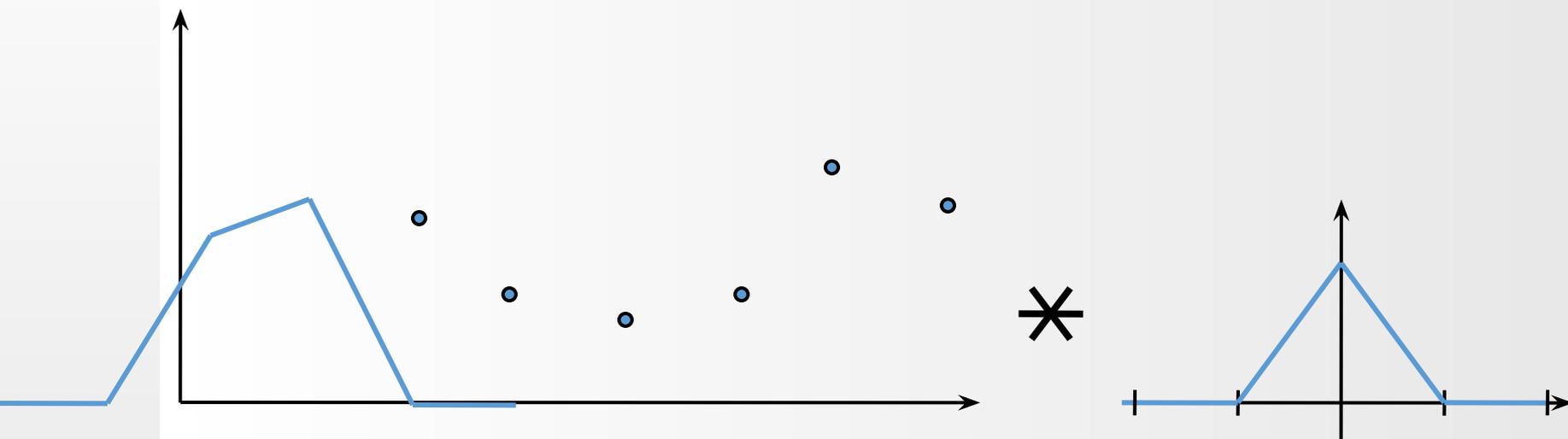
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

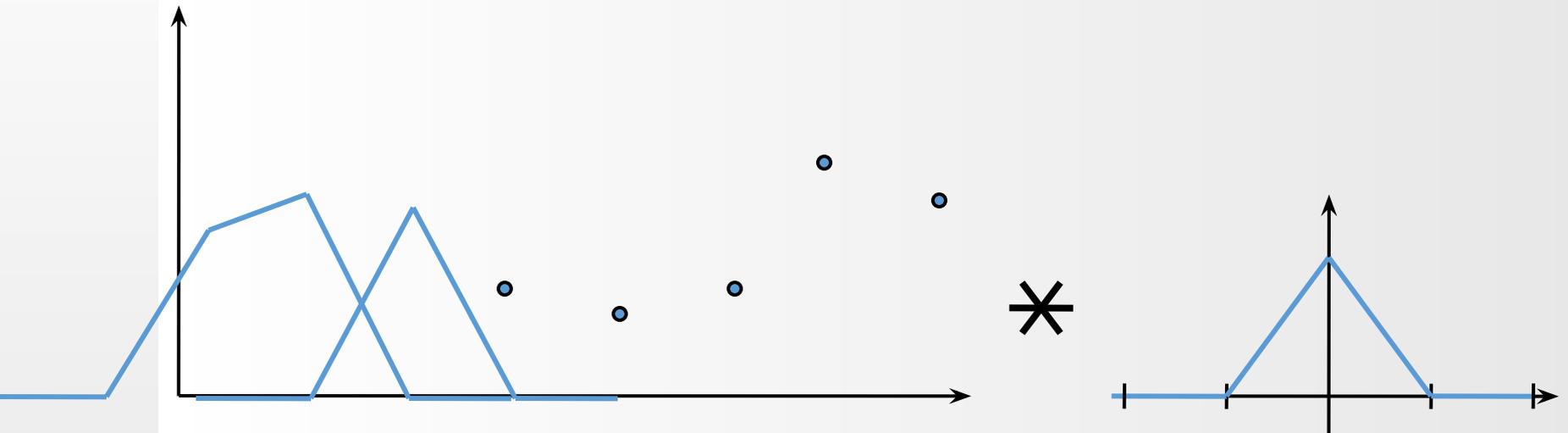
- Пример





# Линейные методы интерполяции

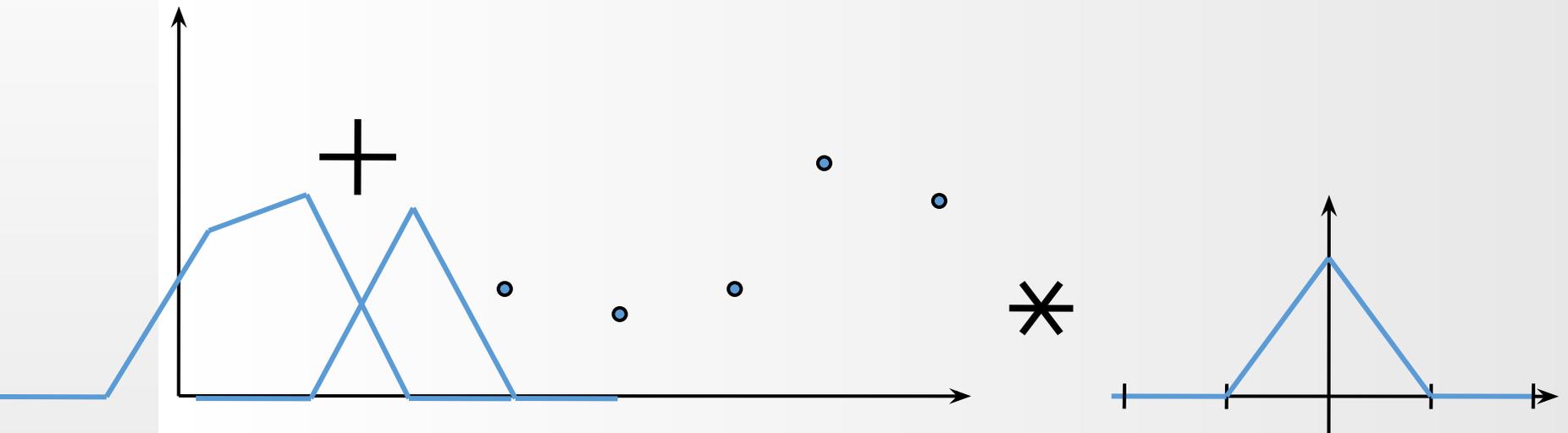
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

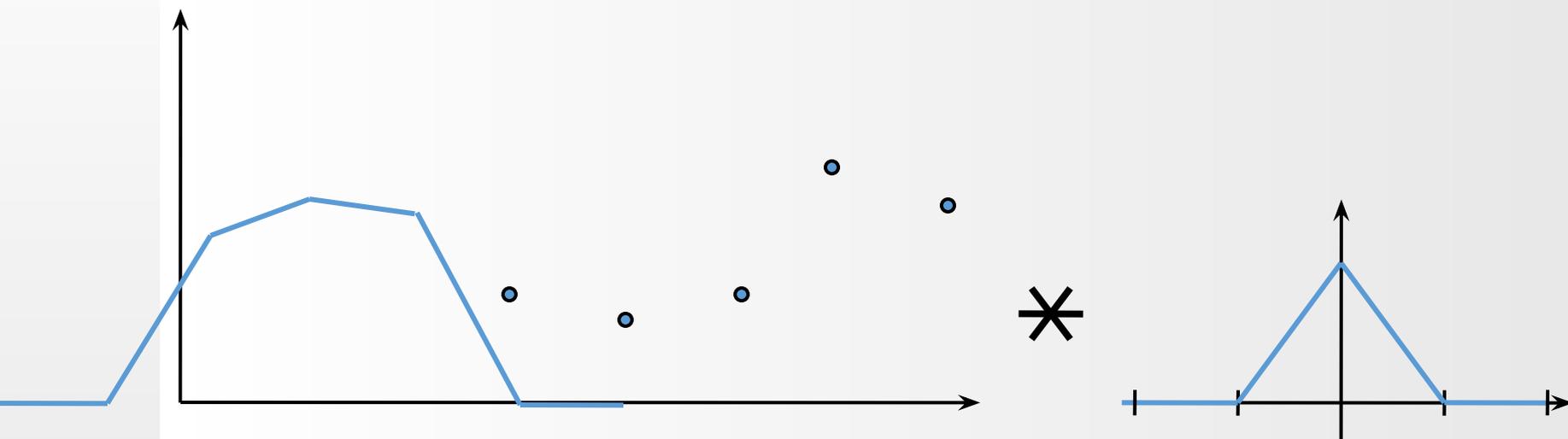
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

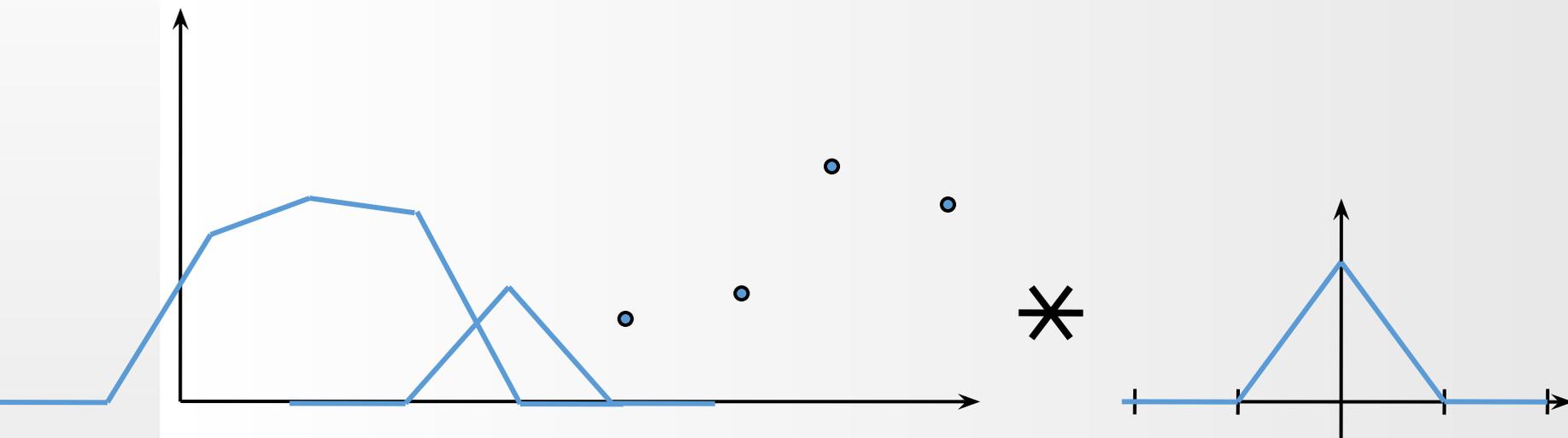
- Пример





# Линейные методы интерполяции

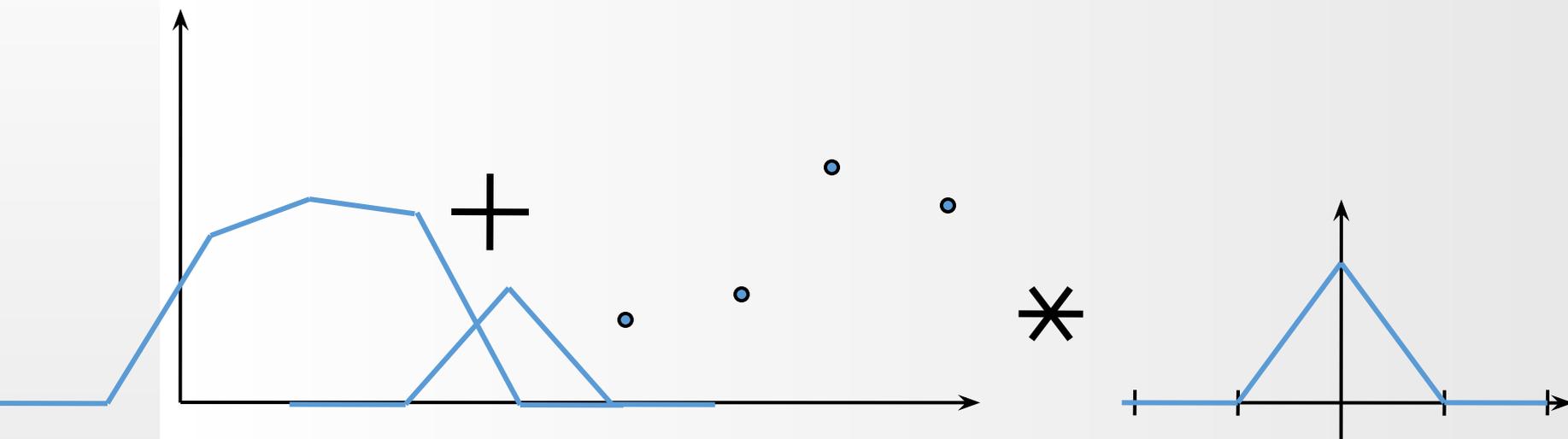
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

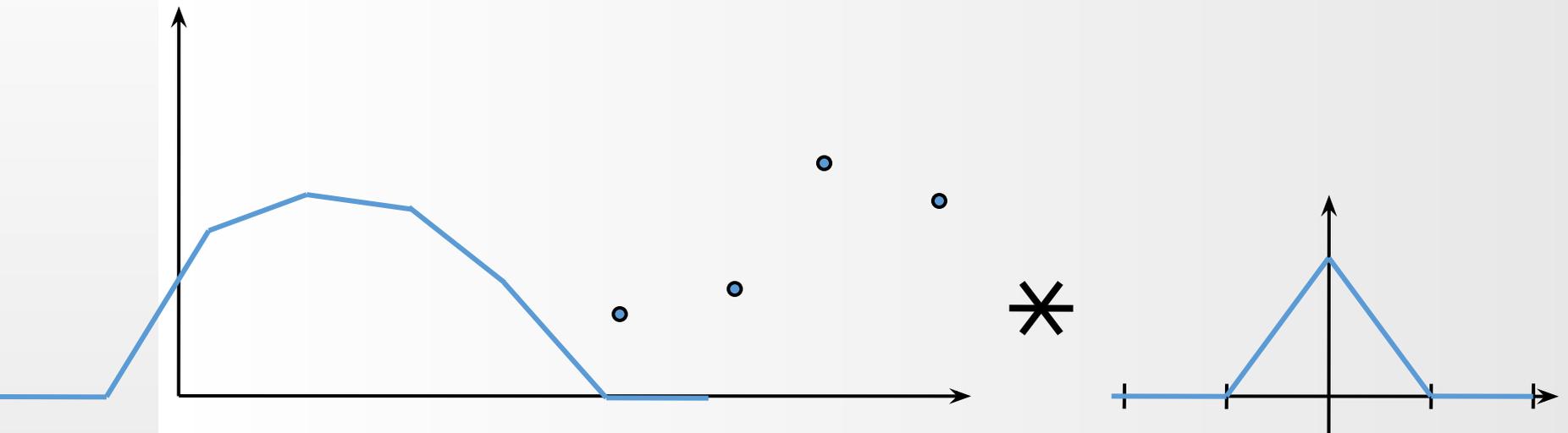
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

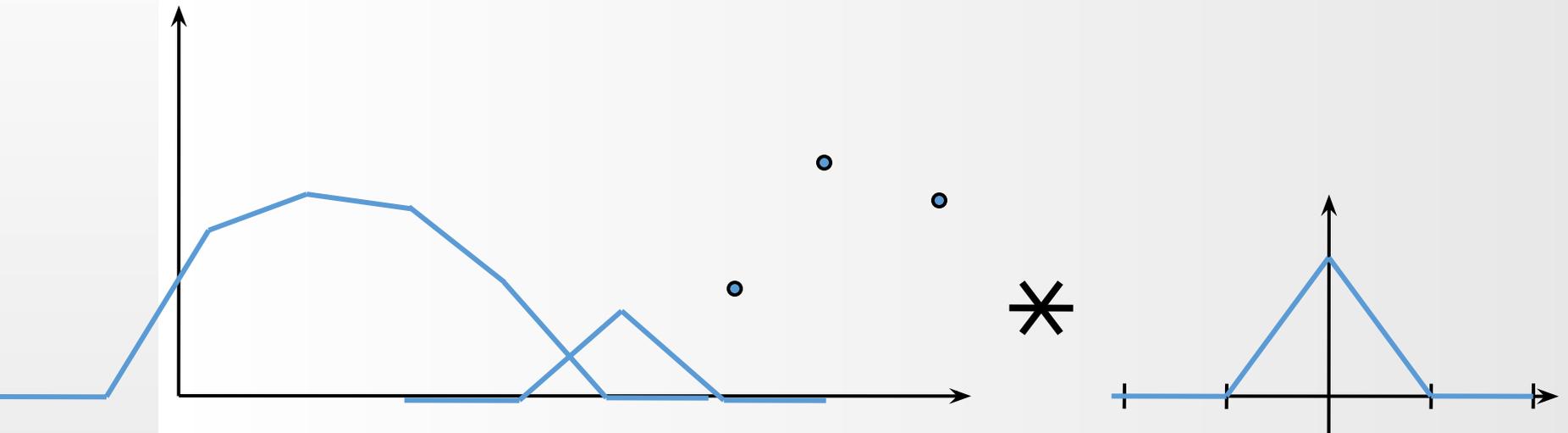
- Пример





# Линейные методы интерполяции

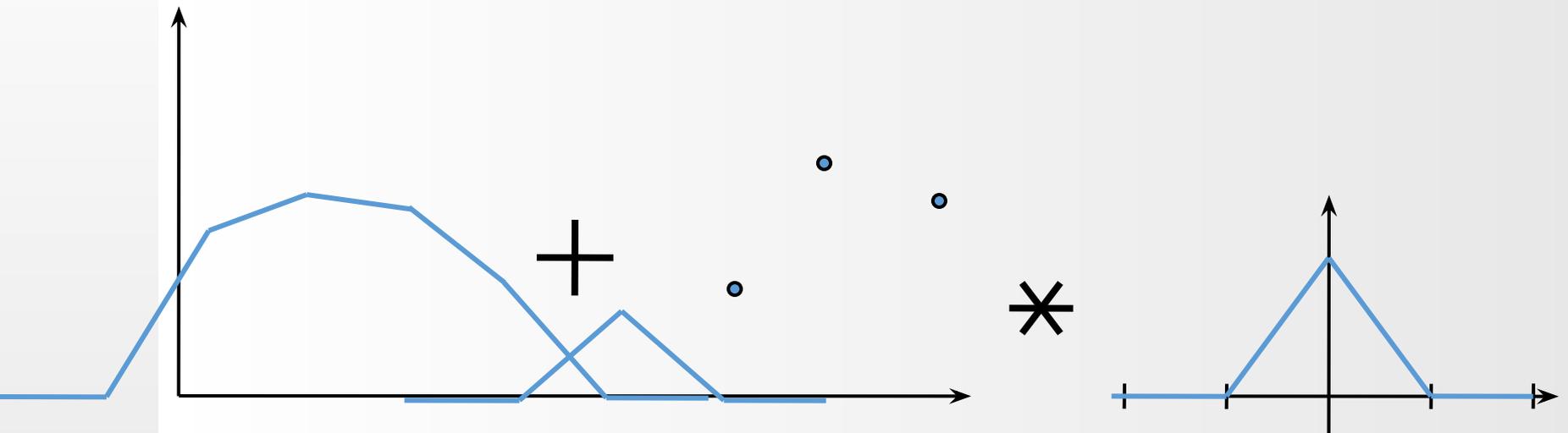
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

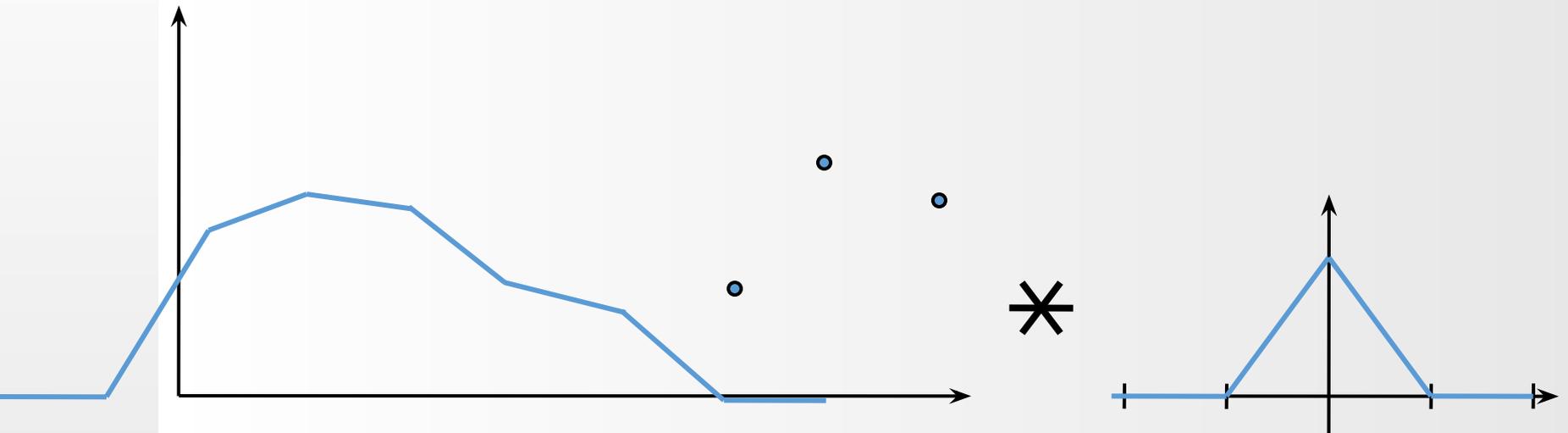
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

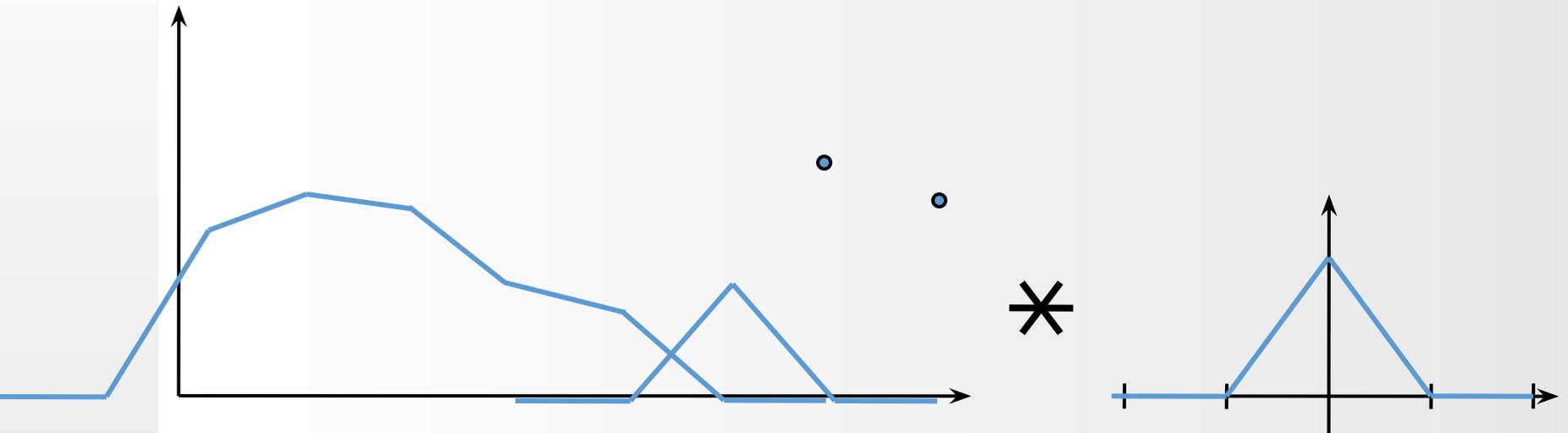
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

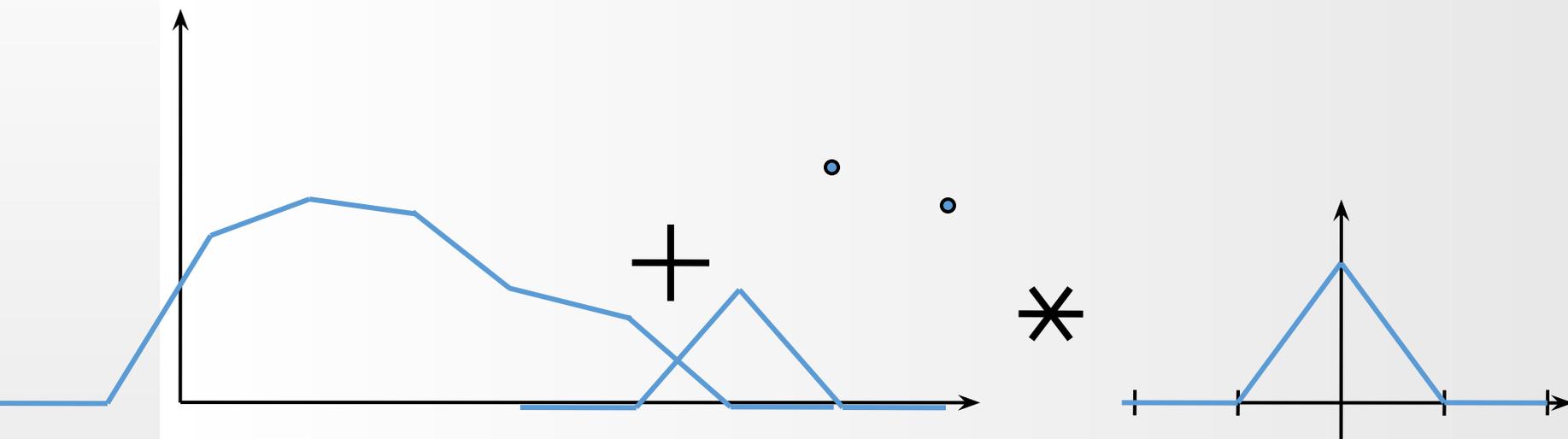
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

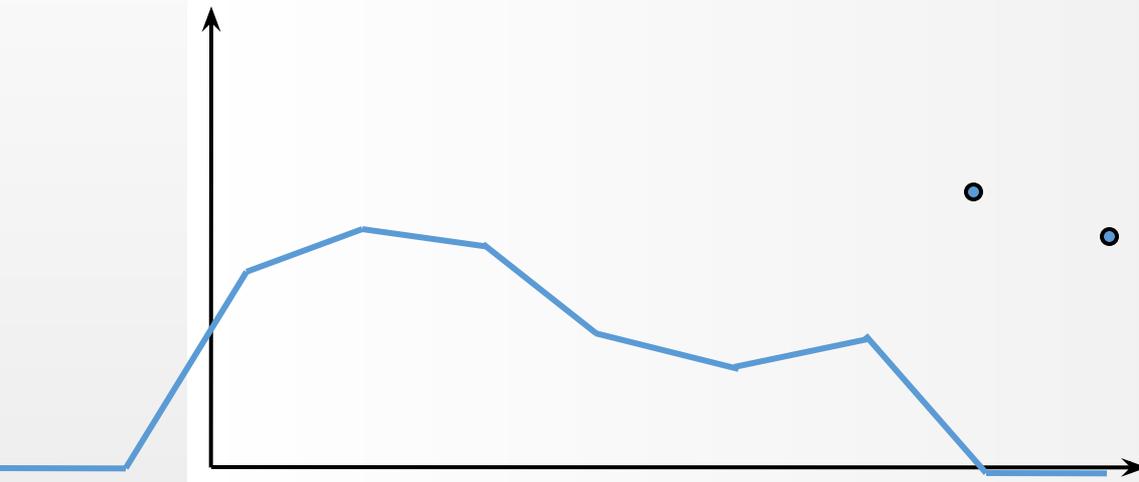
## ■ Пример



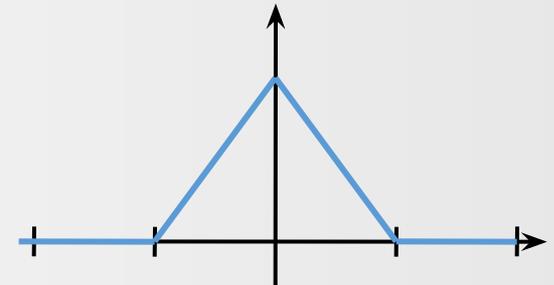


# Линейные методы интерполяции

## ■ Пример



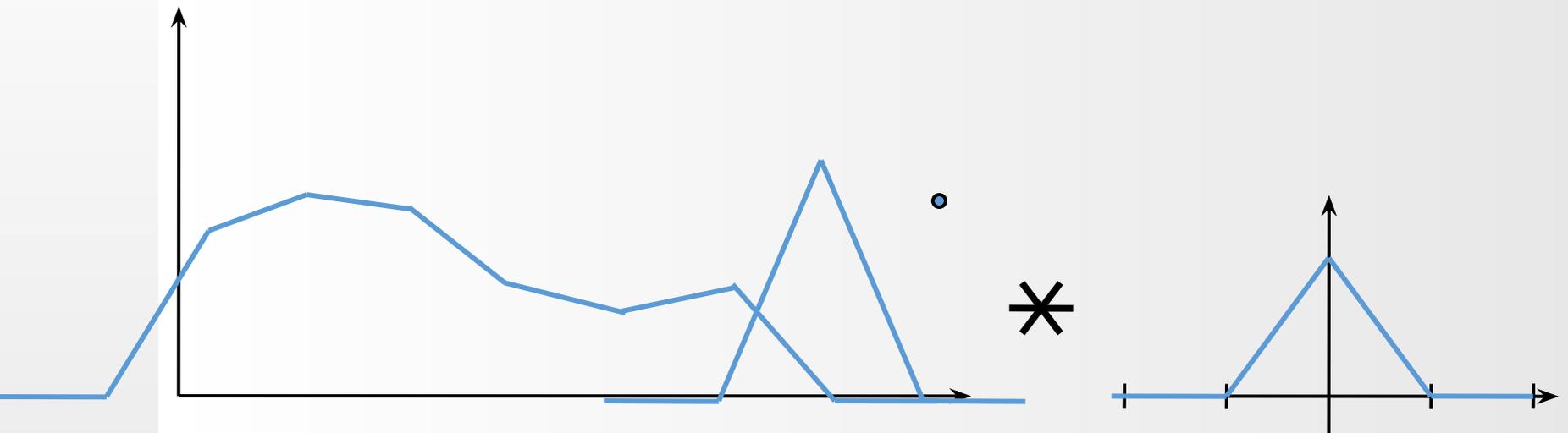
\*





# Линейные методы интерполяции

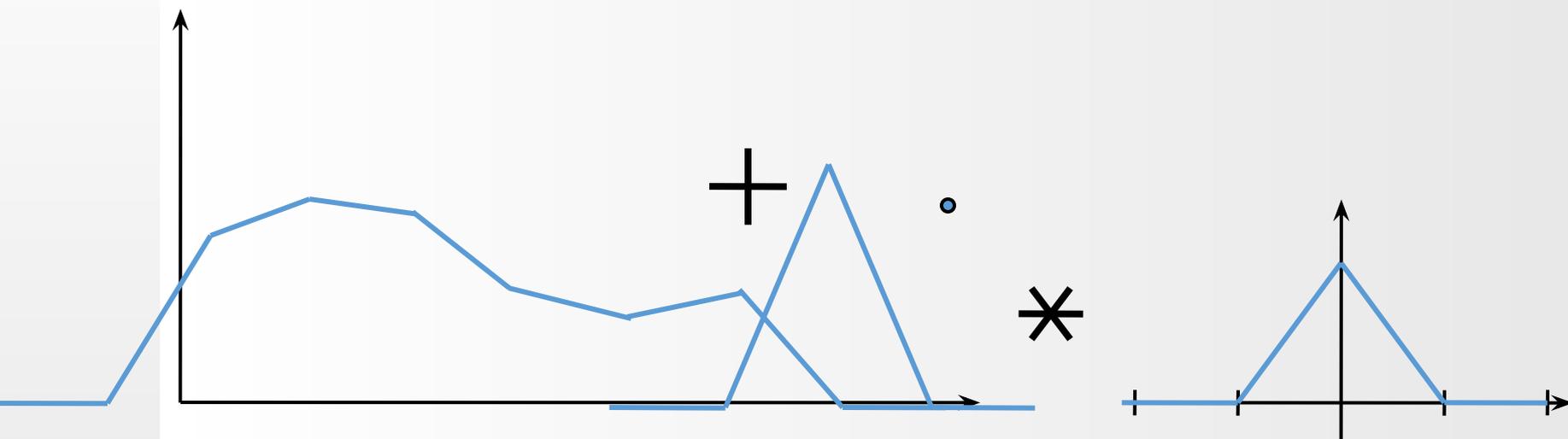
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

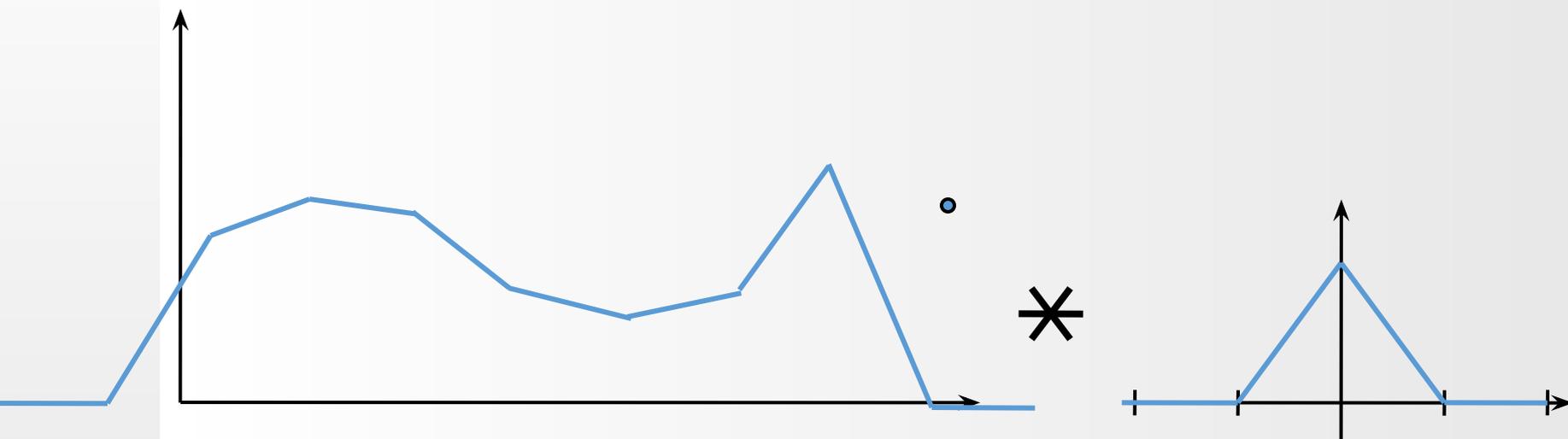
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

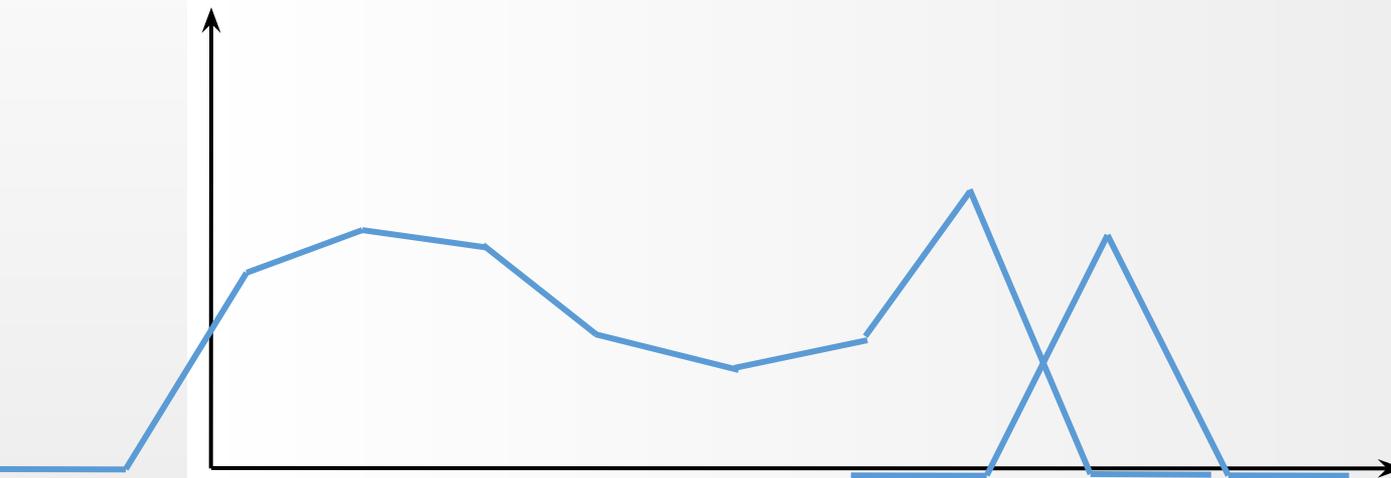
## ■ Пример





# Линейные методы интерполяции

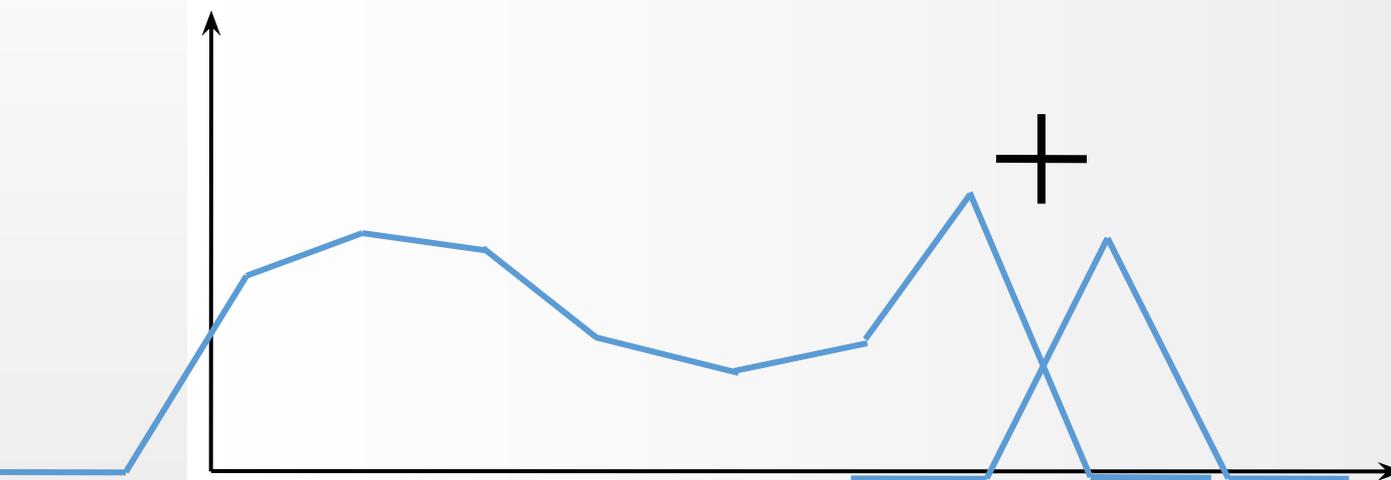
- Пример





# Линейные методы интерполяции

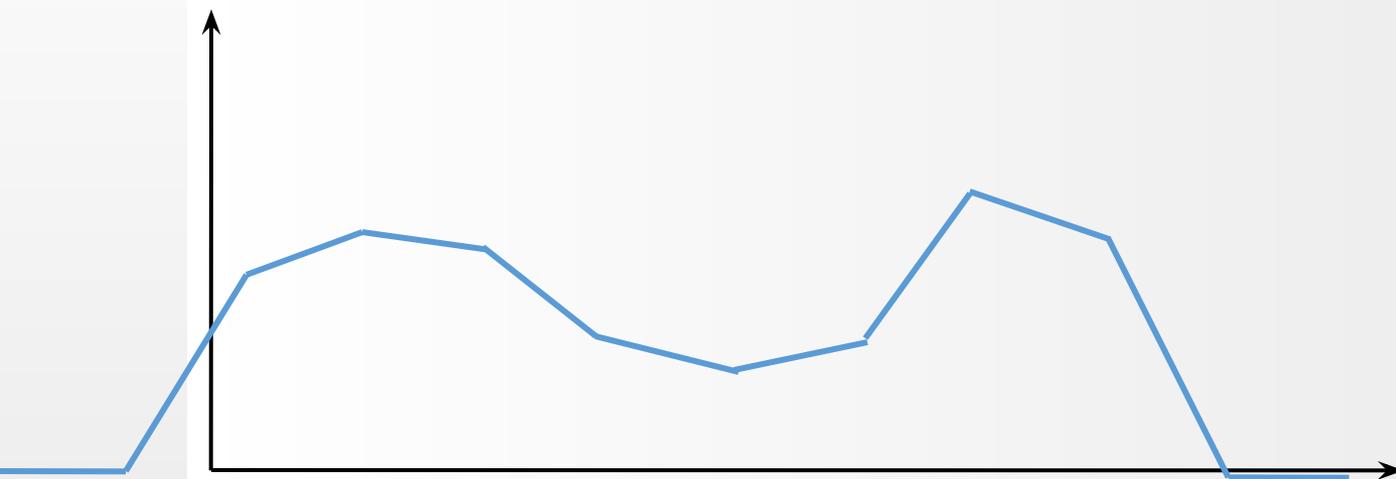
- Пример





# Линейные методы интерполяции

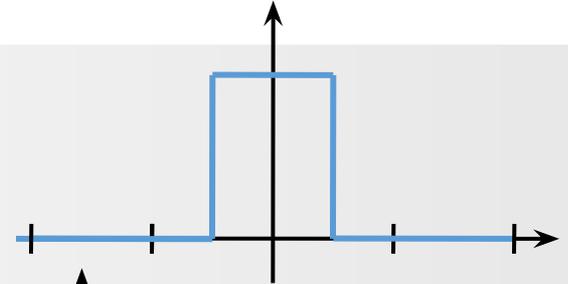
- Пример



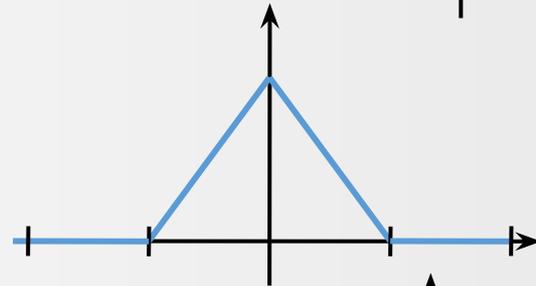
# Линейные методы интерполяции

- Примеры ядер  $K$ :

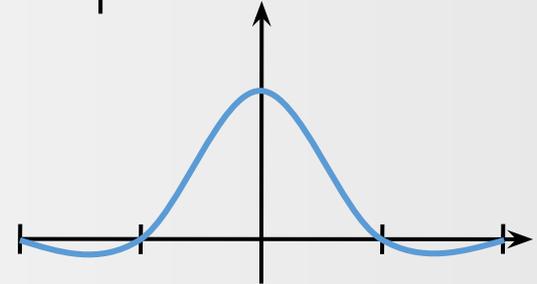
- Метод «ближайшего соседа»



- Линейная интерполяция

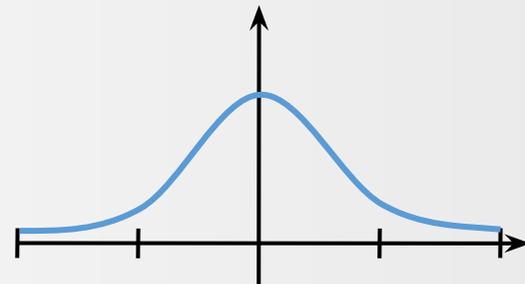


- Кубическая интерполяция



- Примеры ядра  $K$   
Гауссовская интерполяция

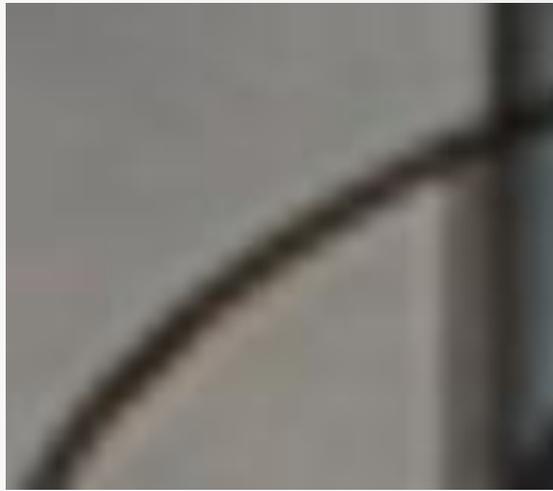
$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



# Недостатки линейной интерпретации

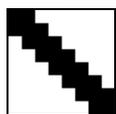


- Недостатки линейных методов:
  - Алиасинг (неровности, эффект «лесенки»)
  - Размытие
  - Эффект Гиббса

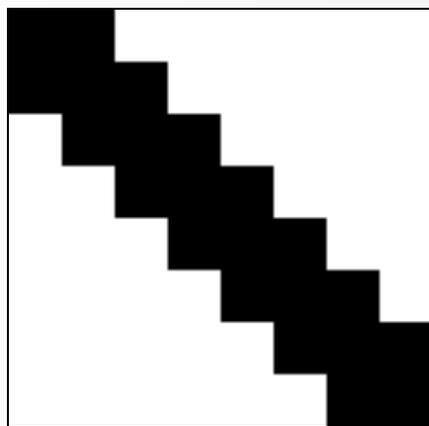


# Недостатки линейной интерпретации

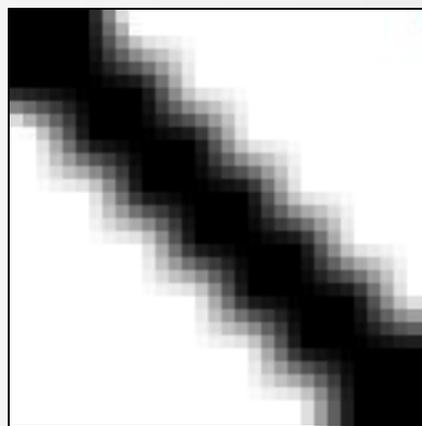
- «алиасинг» при увеличении
  - Ступенчатость, неровность, Эффект наложения, Зубцеобразный дефект



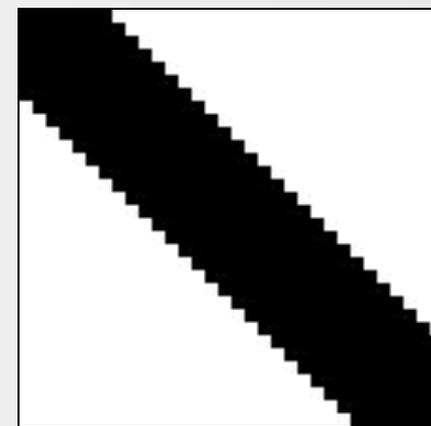
Исходное  
изображение



Метод  
ближайшего  
соседа



Билинейная  
интерполяция

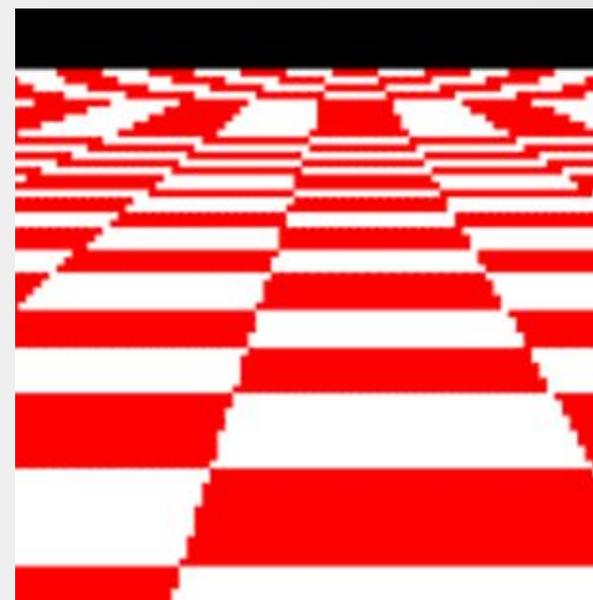
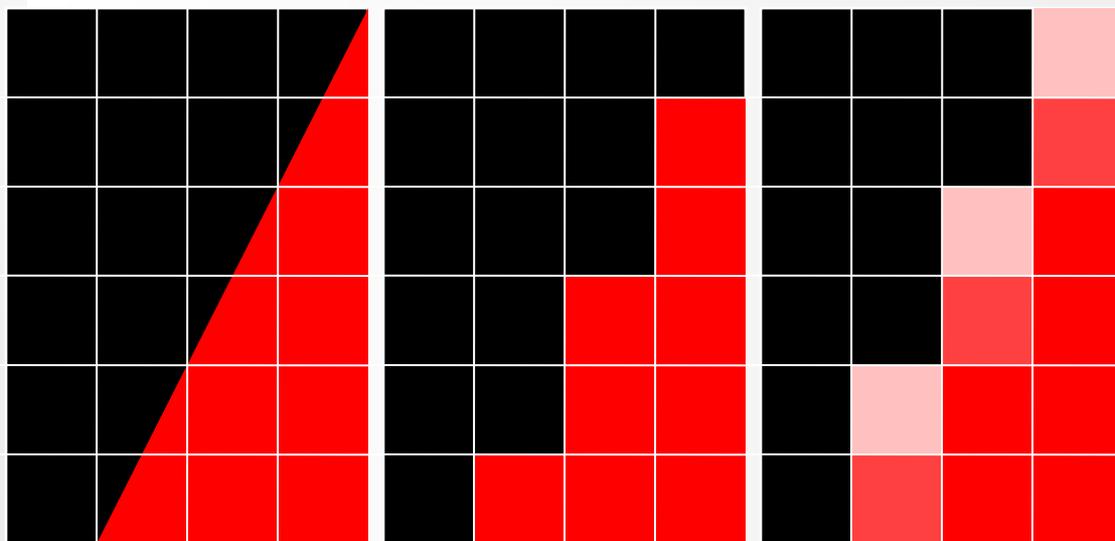


Нелинейный  
адаптивный  
метод



## Недостатки линейной интерпретации Алиасинг

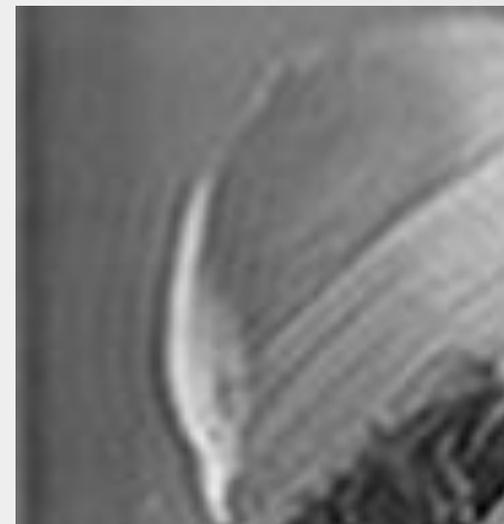
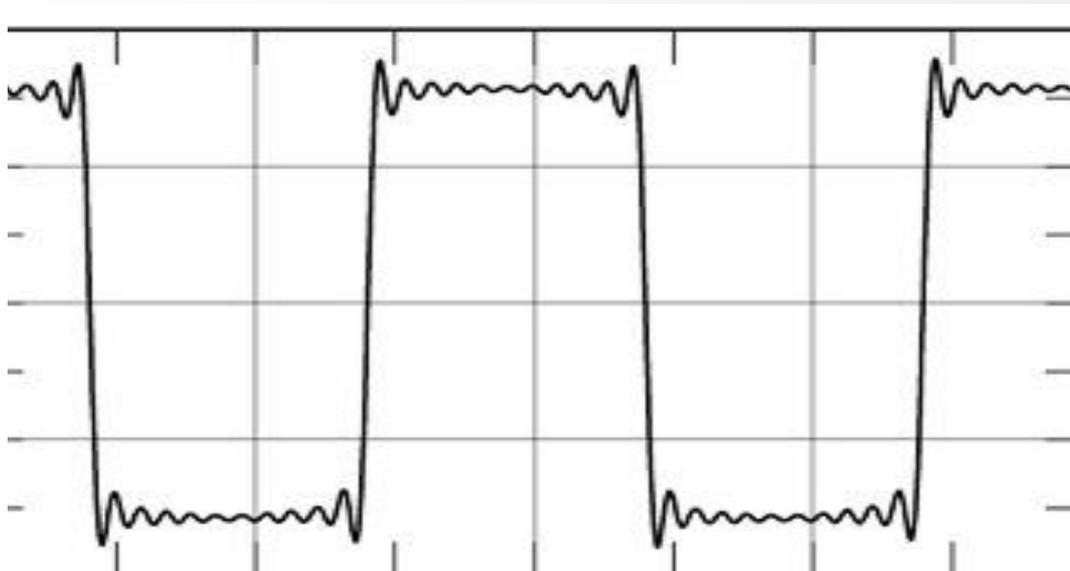
- Алиасинг как зубцеобразный дефект при построении линий и текстур



## Недостатки линейной интерпретации

# Эффект Гиббса

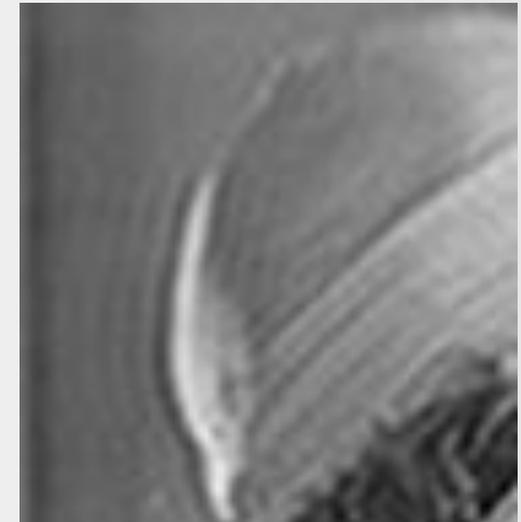
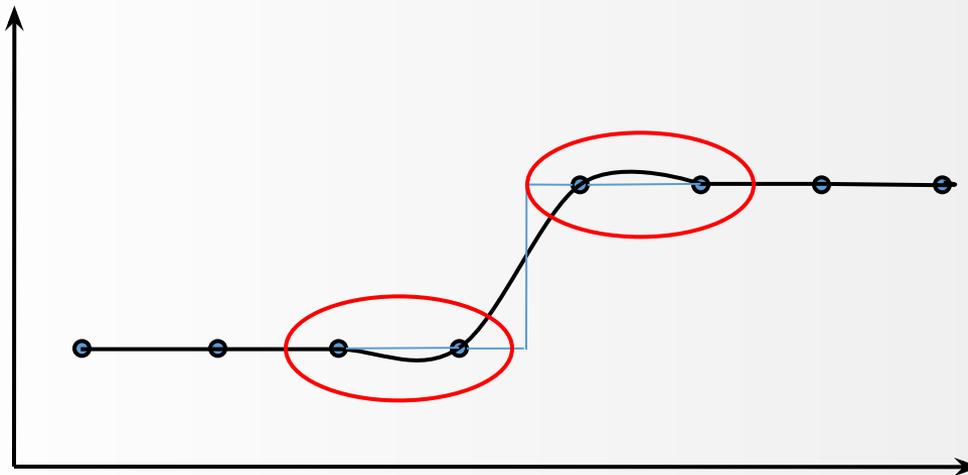
- Эффект Гиббса – это негативный эффект, возникающий при интерполяции. На изображениях проявляется в виде ореолов возле резких перепадов интенсивности



# Недостатки линейной интерпретации

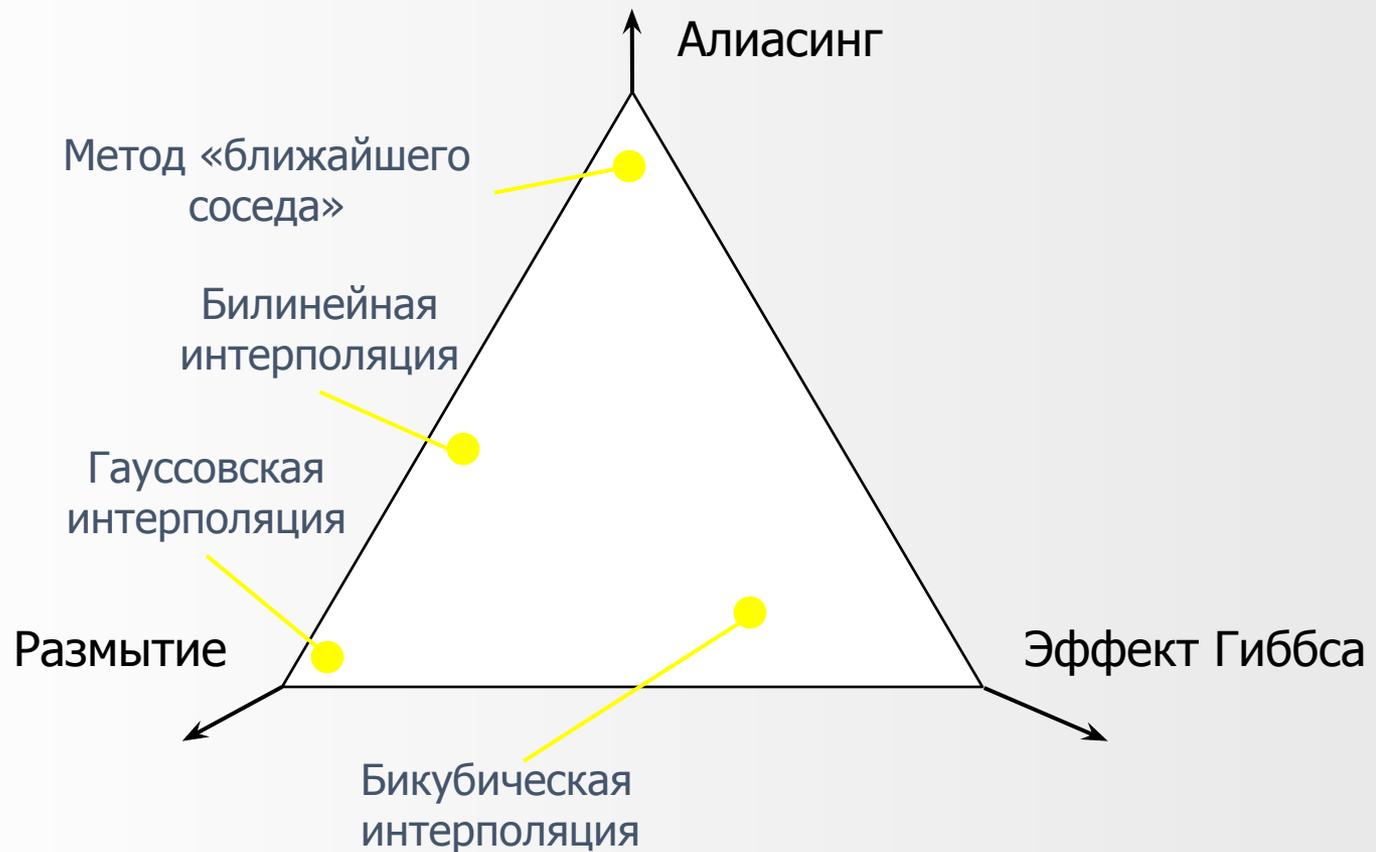
## Эффект Гиббса

- Эффект Гиббса – это негативный эффект, возникающий при интерполяции. На изображениях проявляется в виде ореолов возле резких перепадов интенсивности



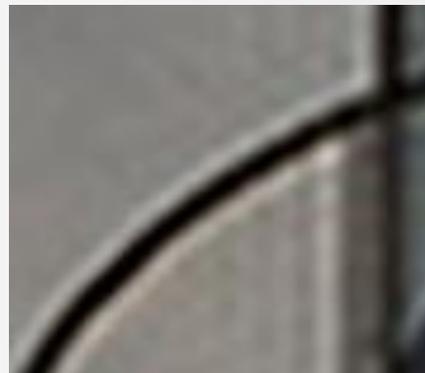
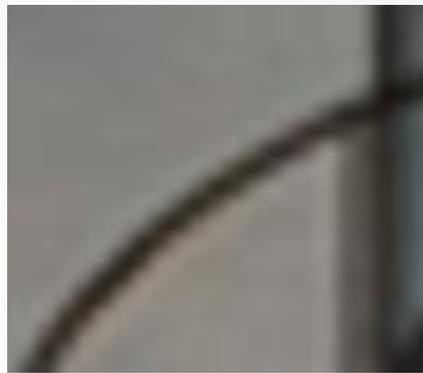
# Недостатки линейной интерпретации

- Отношение недостатков для разных видов интерполяций



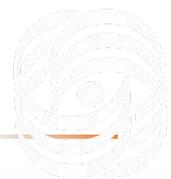
# Недостатки линейной интерпретации

- Избавиться от недостатков линейных методов можно с помощью нелинейных методов

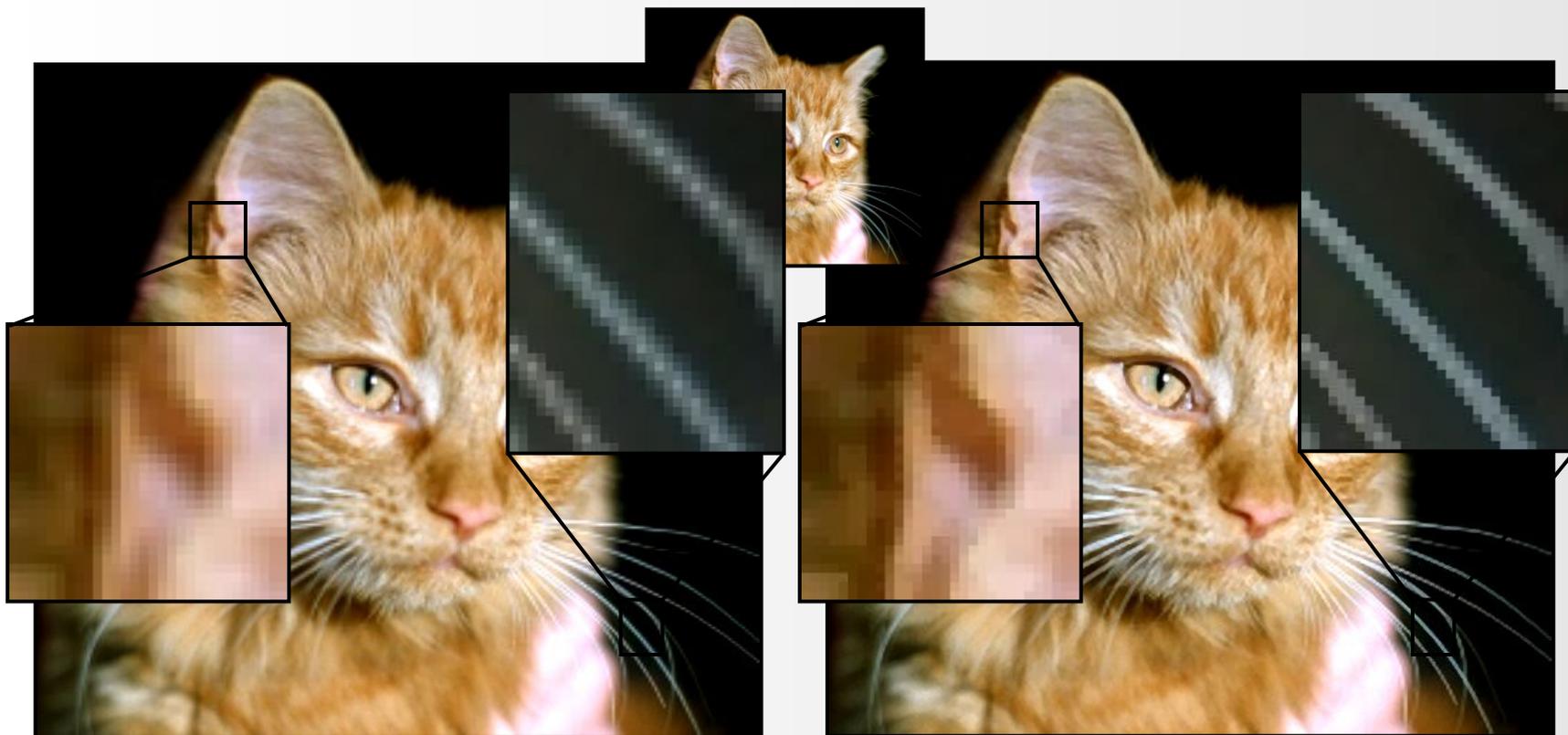


Линейные методы

Нелинейный метод



# Примеры



● билинейная интерполяция

● нелинейный метод



# Нелинейная интерпретация Регуляризирующий метод

- Решение задачи повышения разрешения ищется в виде

$$z^* = \arg \min_{z \in Z} \left( \|Az - u\|_2^2 + \alpha F(z) \right)$$

где

$$\|z\|_2^2 = \sum_{i,j} z_{i,j}^2$$

$\alpha$

- параметр регуляризации

Стабилизатора Тихонова

$$F_T(z) = \|\Delta z\|_2^2$$



# Нелинейная интерпретация Регуляризирующий метод

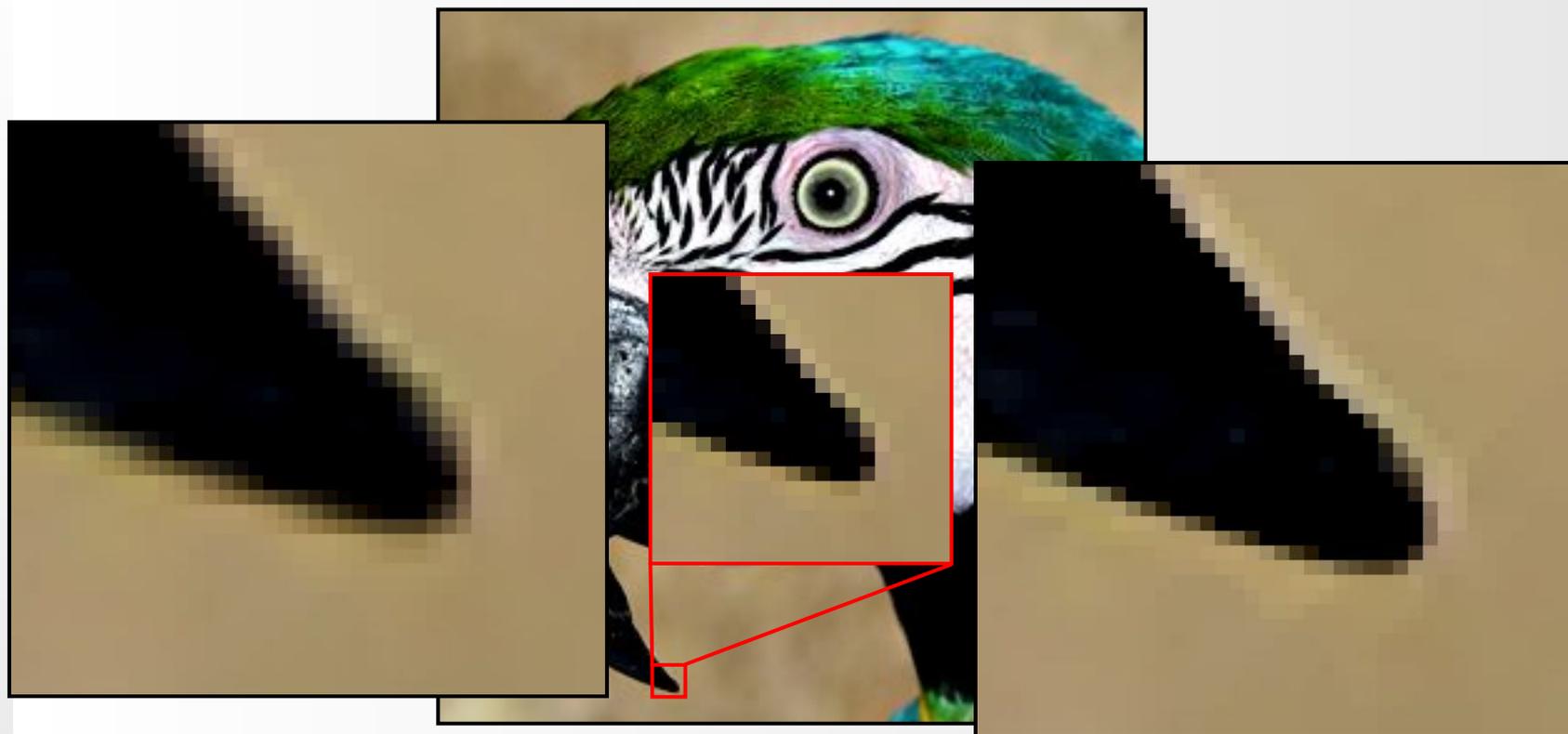
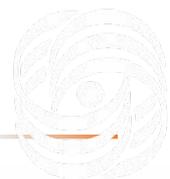
- Для минимизации регуляризирующего функционала

$$z^* = \arg \min_{z \in Z} \left( \|Az - u\|_2^2 + \alpha \sum_{s,t=-p}^{s,t=p} \gamma^{|s|+|t|} \|z - S_x^s S_y^t z\|_1 \right)$$

применяется итерационный метод

$$z_{n+1} = z_n - \beta \{ 2H^T D^T (DH z_n - u) + \alpha \sum_{-p \leq s,t \leq p} \gamma^{|s|+|t|} (I - S_x^{-s} S_y^{-t}) \text{sign}(z_n - S_x^s S_y^t z_n) \}$$

# Нелинейная интерпретация Регуляризирующий метод



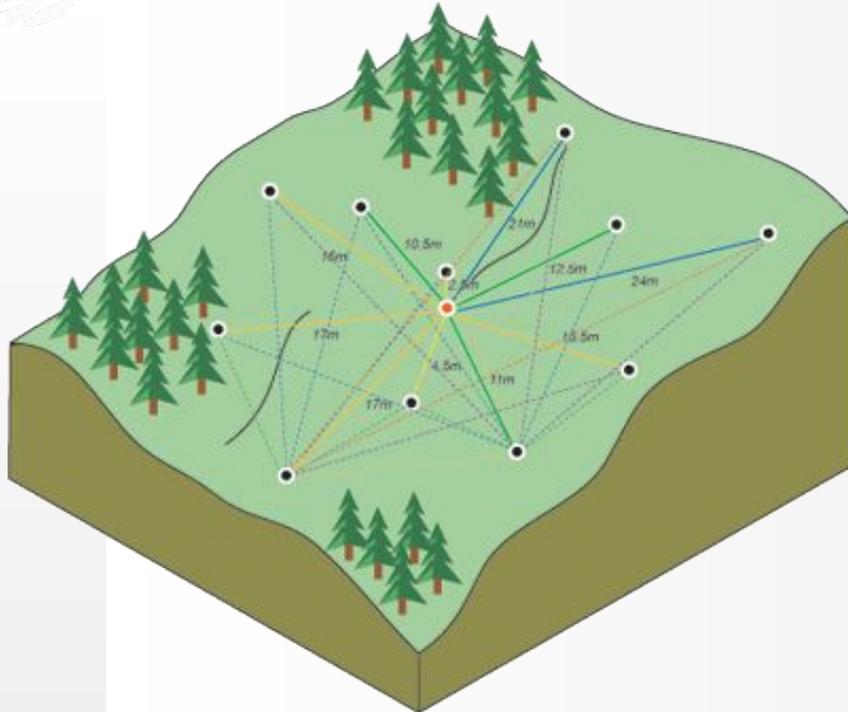
**билинейная  
интерполяция**

**регуляризирующий метод**

# Нелинейная интерпретация

**Кригинг** - метод интерполяции, который взвешивает окружающие измеряемые значения, чтобы получить предсказание для неизмеренного местоположения. Основная формула формируется как взвешенная сумма данных:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(s_i)$$



где:

$Z(s_i)$  = измеряемое значение в местоположении  $i$

$\lambda_i$  = вес для измеряемого значения в местоположении  $i$  (зависит от установленной модели для измеряемых точек, от расстояния до местоположения прогноза и от пространственных отношений между измеряемыми значениями вокруг местоположения прогноза)

$s_i$  = местоположение прогноза

$N$  = количество измеряемых значений

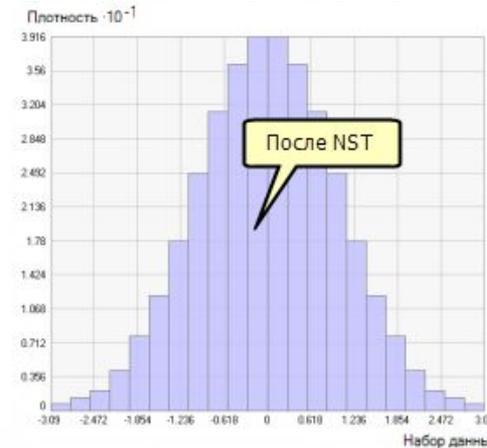
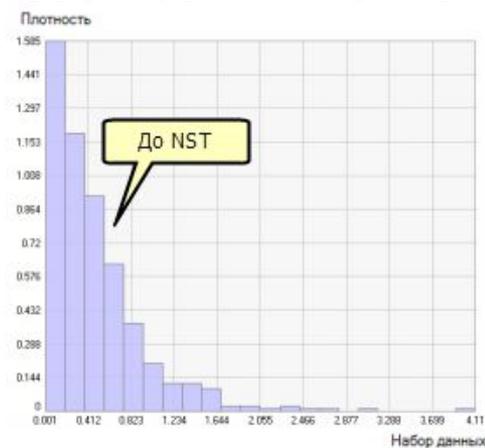
Вариограмма - количественно характеризует предположение, что объекты, расположенные близко друг к другу, больше похожи между собой, чем удаленные друг от друга на некоторое расстояние. Измеряет степень статистической корреляции как функцию расстояния.

**Преимуществом кригинга является то, что он даёт не только интерполированные значения, но и оценку возможной ошибки этих значений.**

**Недостатки:** Данные для кригинга должны соответствовать определенным критериям:

- Ваши данные должны иметь **нормальное распределение**

Преобразование по методу нормальных меток (NST) изменяет набор данных так, чтобы он приблизился к стандартному нормальному распределению. Это достигается с помощью расположения значений в наборе по возрастанию и связывания этих рядов с эквивалентными рядами, созданными с помощью нормального распределения. Шаги преобразования следующие: набор данных сортируется и располагается по возрастанию, для каждого ряда в наборе находится эквивалентный ряд из стандартного нормального распределения, значения при нормальном распределении связываются с рядами из преобразованного набора данных. Процесс кумулятивного рас



- Данные должны быть **стационарными** (локальные вариации не изменяются в разных областях карты).

**Эмпирический байесовский кригинг (ЕВК)** может помочь, рассматривая локальную дисперсию отдельно. Вместо того, чтобы дисперсия была одинаковой в целом, ЕВК выполняет кригинг как отдельный основной процесс в разных областях. Он по-прежнему выполняет кригинг, но это делается локально.

- Ваши данные не могут иметь никаких **тенденций** (систематическое изменение данных по **всей исследуемой области**)



# Список литературы

- 1) <http://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-kriging-i-bazovye-geostatisticheskie-modeli.pdf>
- 2) [desktop.arcgis.com/ru/arcmap/latest/extensions/geostatistical-analyst/how-local-polynomial-interpolation-works.htm](http://desktop.arcgis.com/ru/arcmap/latest/extensions/geostatistical-analyst/how-local-polynomial-interpolation-works.htm)
- 3) <https://desktop.arcgis.com/ru/arcmap/latest/extensions/geostatistical-analyst/how-local-polynomial-interpolation-works.htm>
- 4) <https://studfiles.net/preview/5789368>
- 5) <http://www.geoinsights.com/machine-learning-for-seismic/>
- 6) <https://m.habrahabr.ru/post/264191/>
- 7) <http://www.cambridgeincolour.com/ru/tutorials-ru/image-interpolation.htm>
- 8) <http://gisgeography.com/kriging-interpolation-prediction/>



## ● Список вопросов:

- 1) Отличие ближнего соседа, билинейной и бикубической интерполяции, в чем преимущества и недостатки относительно друг друга?
- 2) Какие минусы у нелинейных методах?
- 3) Суть работы интерполяции методом Кригинг?