

**Взаимное  
расположение  
сферы кости**



*Кравченко Н.А.  
Учитель математики  
ГБОУ Гимназия № 402  
г. Москва*

*Исследуем взаимное расположение сферы и плоскости в зависимости от соотношения между радиусом сферы и расстоянием от ее центра до плоскости.*

*Введем обозначения:*

***R** – радиус сферы,*

***d** – расстояние от центра сферы до плоскости  $\alpha$ ,*

***C** – центр сферы.*



*Введем систему координат так, чтобы в ней центр сферы имел координаты  $C(0;0;d)$ , следовательно сфера имеет уравнение*

$$x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2 .$$

*Вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости сводится к исследованию системы уравнений*

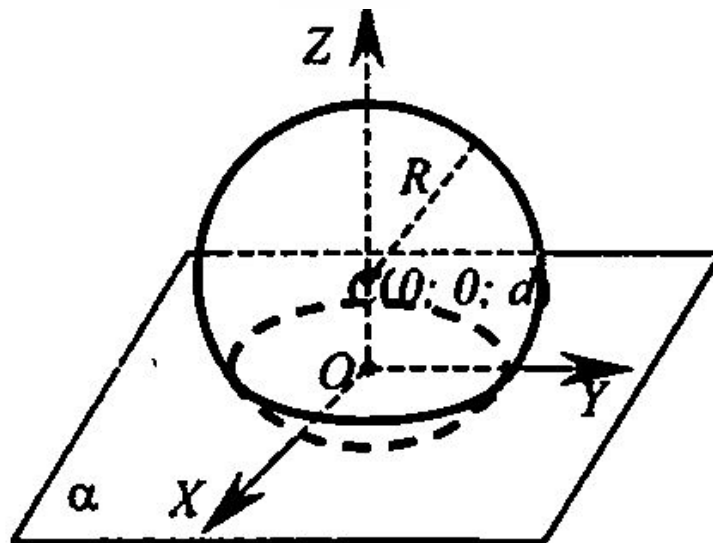
$$\begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2 . \end{cases}$$



# 1 случай

$$d < R$$

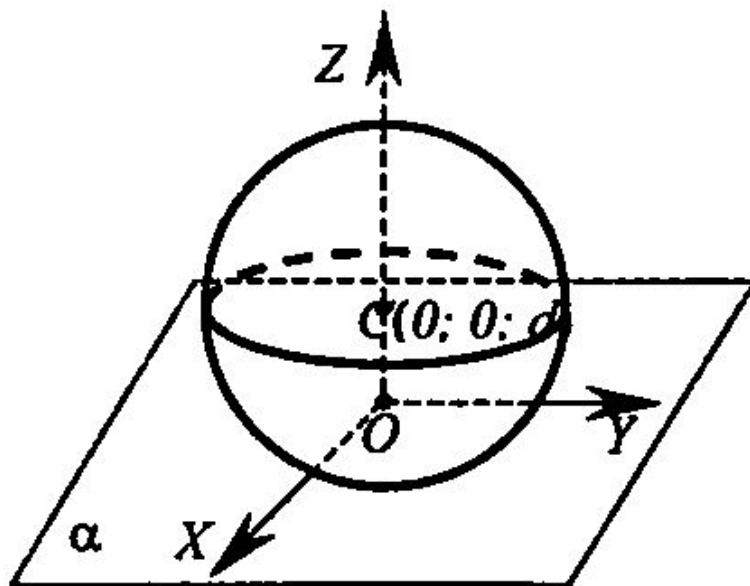
Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность.



## 2 случай

$$d = R$$

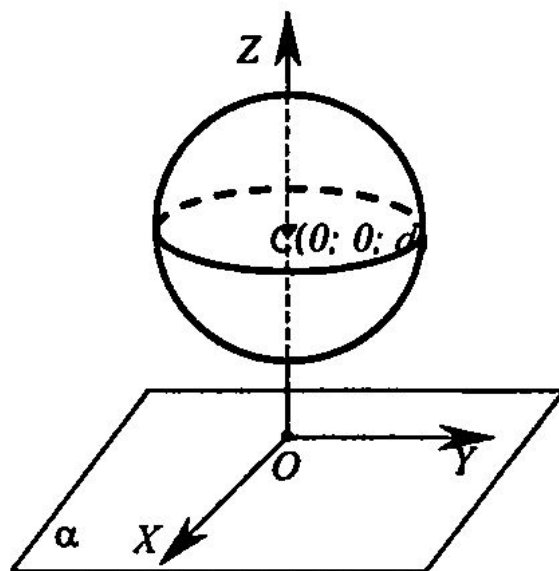
Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.



### 3 случай

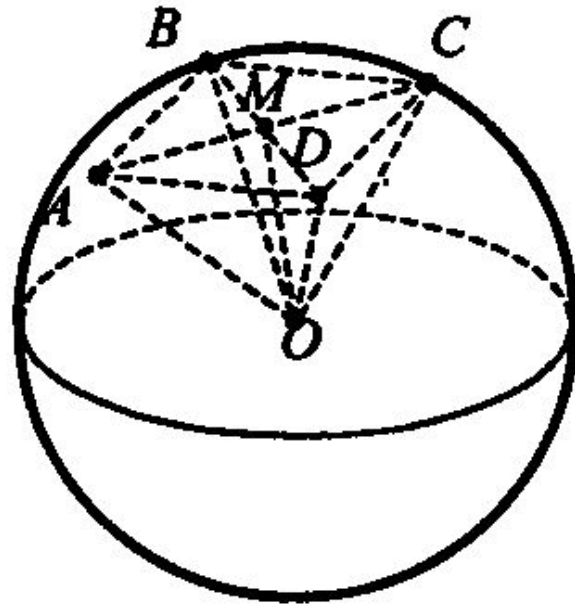
$$d > R$$

*Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.*



## Задача

Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16 см.





**Дано:**

$\gamma$  – сфера,  $R=10$  см,  $ABCD$  – прямоугольник,  $A, B, C, D \in \gamma$ ,  $AC=16$ .

**Найти:**  $d$ .

**Решение:**

Проведем перпендикуляр к плоскости прямоугольника. Обозначим  $M$  – точка пересечения диагоналей прямоугольника,  $O$  – центр сферы.

Треугольник  $AOC$  – равнобедренный, значит,  $OM$  – медиана и высота.

Треугольник  $BDO$  – равнобедренный, значит,  $OM$  – медиана и высота.





Так как  $OM \perp AC$  и  $OM \perp BD$ , то, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости,  $OM$  перпендикулярен плоскости треугольника. Значит,  $OM$  – искомое расстояние. Из треугольника  $OMA$  по теореме Пифагора

имеем:

$$OM = \sqrt{AO^2 - AM^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

Ответ: 6.



Использованный материал взят из учебника Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия 10-11».

Рамка для оформления слайдов:

[http://images.yandex.ru/yandsearch?text=рамки%20для%20презентаций%20powerpoint&img\\_url=http%3A%2F%2Fwww.wmich.edu%2Fleadership%2Fproposals%2FBrinks\\_files%2FBrinks\\_files%2Fmaster03\\_background.gif&pos=0&rpt=simage&lr=213&noreask=1&source=wiz](http://images.yandex.ru/yandsearch?text=рамки%20для%20презентаций%20powerpoint&img_url=http%3A%2F%2Fwww.wmich.edu%2Fleadership%2Fproposals%2FBrinks_files%2FBrinks_files%2Fmaster03_background.gif&pos=0&rpt=simage&lr=213&noreask=1&source=wiz)

Картинка на титульном листе:

[http://images.yandex.ru/yandsearch?source=wiz&text=сфера%20картинки&noreask=1&pos=4&rpt=simage&lr=213&uinfo=sw-1263-sh-677-fw-1038-fh-471-pd-1&img\\_url=http%3A%2F%2Fimg1.liveinternet.ru%2Fimages%2Fattach%2Fc%2F2%2F68%2F926%2F68926007\\_1294462843\\_Mir\\_v\\_edinichnom\\_yekze\\_mplyare.jpg](http://images.yandex.ru/yandsearch?source=wiz&text=сфера%20картинки&noreask=1&pos=4&rpt=simage&lr=213&uinfo=sw-1263-sh-677-fw-1038-fh-471-pd-1&img_url=http%3A%2F%2Fimg1.liveinternet.ru%2Fimages%2Fattach%2Fc%2F2%2F68%2F926%2F68926007_1294462843_Mir_v_edinichnom_yekze_mplyare.jpg)

