

Взаимное расположение сферы кости



*Кравченко Н.А.
Учитель математики
ГБОУ Гимназия № 402
г. Москва*

Исследуем взаимное расположение сферы и плоскости в зависимости от соотношения между радиусом сферы и расстоянием от ее центра до плоскости.

Введем обозначения:

***R** – радиус сферы,*

***d** – расстояние от центра сферы до плоскости α ,*

***C** – центр сферы.*



Введем систему координат так, чтобы в ней центр сферы имел координаты $C(0;0;d)$, следовательно сфера имеет уравнение

$$x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2 .$$

Вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости сводится к исследованию системы уравнений

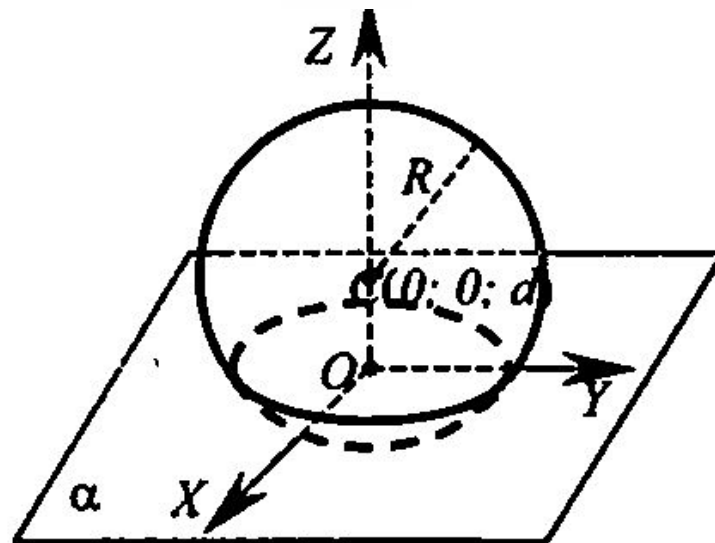
$$\begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2 . \end{cases}$$



1 случай

$$d < R$$

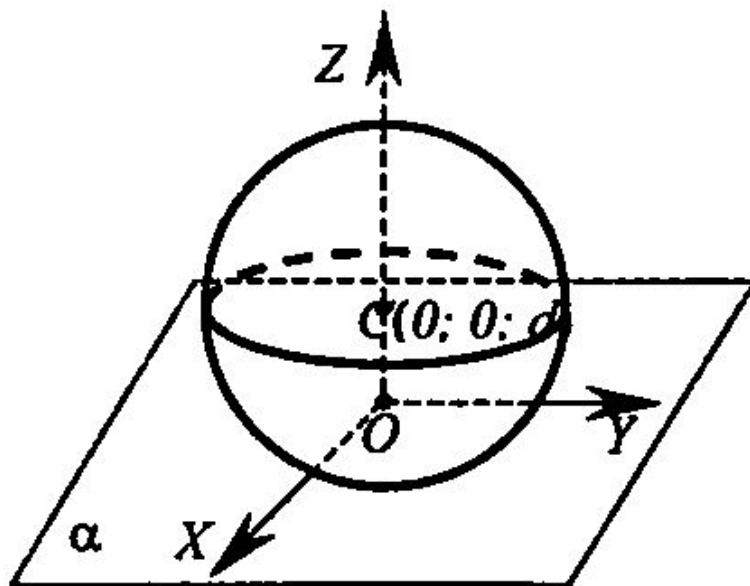
Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность.



2 случай

$$d = R$$

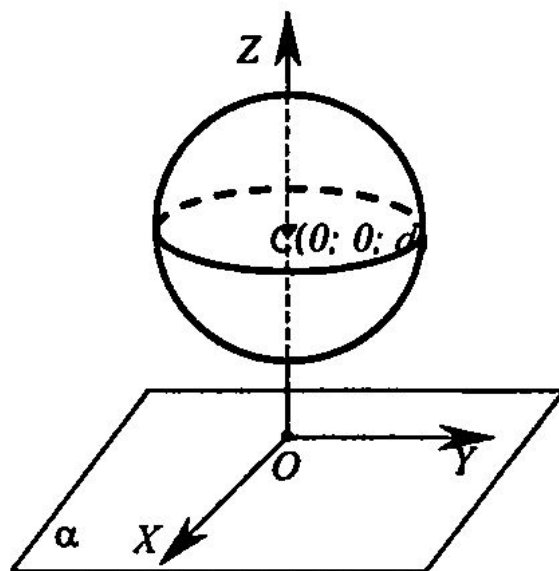
Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.



3 случай

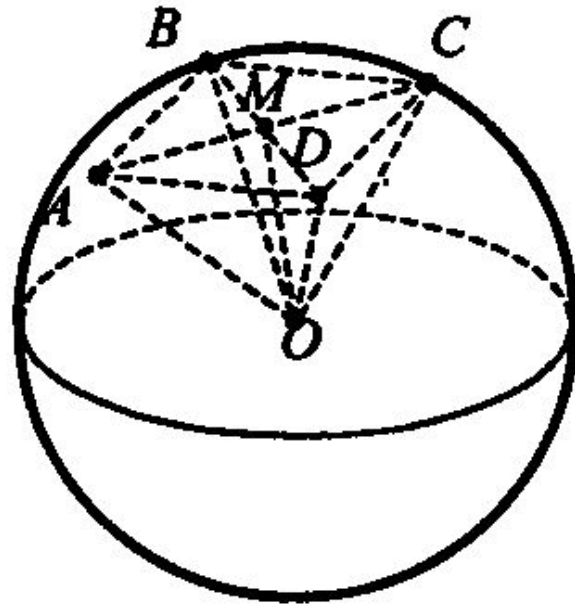
$$d > R$$

Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



Задача

Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16 см.



Дано:

γ – сфера, $R=10$ см, $ABCD$ – прямоугольник, $A, B, C, D \in \gamma$, $AC=16$.

Найти: d .

Решение:

Проведем перпендикуляр к плоскости прямоугольника. Обозначим M – точка пересечения диагоналей прямоугольника, O – центр сферы.

Треугольник AOC – равнобедренный, значит, OM – медиана и высота.

Треугольник BDO – равнобедренный, значит, OM – медиана и высота.



Так как $OM \perp AC$ и $OM \perp BD$, то, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, OM перпендикулярен плоскости треугольника.

Значит, OM – искомое расстояние.

Из треугольника OMA по теореме Пифагора

имеем:

$$OM = \sqrt{AO^2 - AM^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

Ответ: 6.



Использованный материал взят из учебника Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия 10-11».

Рамка для оформления слайдов:

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=рамки%20для%20презентаций%20powerpoint&img_url=http%3A%2F%2Fwww.wmich.edu%2Fleadership%2Fproposals%2FBrinks_files%2FBrinks_files%2Fmaster03_background.gif&pos=0&rpt=simage&lr=213&noreask=1&source=wiz

Картинка на титульном листе:

http://images.yandex.ru/yandsearch?source=wiz&text=сфера%20картинки&noreask=1&pos=4&rpt=simage&lr=213&uinfo=sw-1263-sh-677-fw-1038-fh-471-pd-1&img_url=http%3A%2F%2Fimg1.liveinternet.ru%2Fimages%2Fattach%2Fc%2F2%2F68%2F926%2F68926007_1294462843_Mir_v_edinichnom_yekze_mplyare.jpg

