

ПЛОЩАДИ

ФИГУР

Выполнил: Агадуллин Айдар

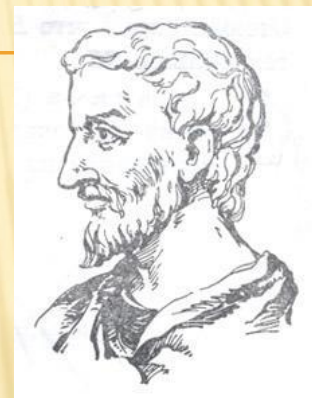
Абросимов Роман Зеленин Илья

Сидоров Ярослав Ильюшин Костя

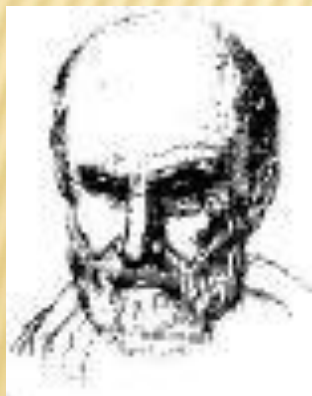
Кулахметов Руслан Масалев

Владислав

Геометрические знания примерно в объеме современного курса средней школы были изложены еще 2200 лет назад в “Началах” Евклида. Конечно, изложенная в “Началах” наука геометрия не могла быть создана одним ученым. Известно, что Евклид в своей работе опирался на труды десятков предшественников, среди которых были Фалес и Пифагор, Демокрит и Гиппократ, Архит, Теэтет, Евдокс и др.



Пифагор

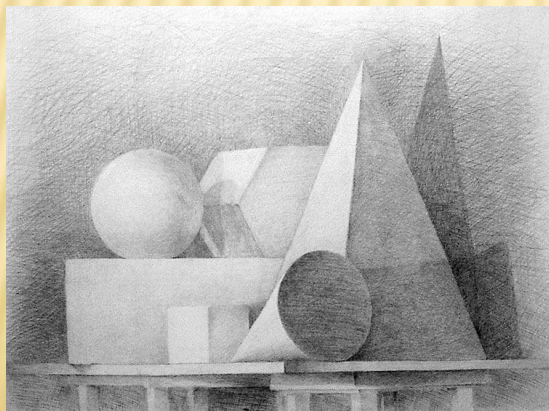


Гиппократ

Демокрит



Ценой больших усилий, исходя из отдельных геометрических сведений, накопленных тысячелетиями в практической деятельности людей, эти великие ученые сумели на протяжении 3 - 4 столетий привести геометрическую науку к высокой ступени совершенства. Историческая заслуга Евклида состоит в том, что он, создавая свои "Начала", объединил результаты своих предшественников, упорядочил и привел в одну систему основные геометрические знания того времени.



Евдокс

Многие учебники элементарной геометрии во всем мире представляли (а многие и поныне представляют) собой лишь переработку книги Евклида. “Начала” на протяжении веков были настольной книгой величайших ученых. В XVII в. Декарт благодаря методу координат сделал возможным изучение свойств геометрических фигур с помощью алгебры. С этого времени начала развиваться аналитическая геометрия.

Коренной перелом в геометрии впервые произвел в первой половине XIX в. великий русский математик Николай Иванович Лобачевский, который создал новую, неевклидову геометрию, называемую ныне геометрией Лобачевского.

Открытие Лобачевского было началом нового периода в развитии геометрии. За ним последовали новые открытия немецкого математика Б. Римана и др. В настоящее время геометрия тесно переплетается со многими другими разделами математики. Одним из источников развития и образования новых понятий в геометрии, как и в других областях математики, являются современные задачи естествознания, физики и техники.



Лобачевский

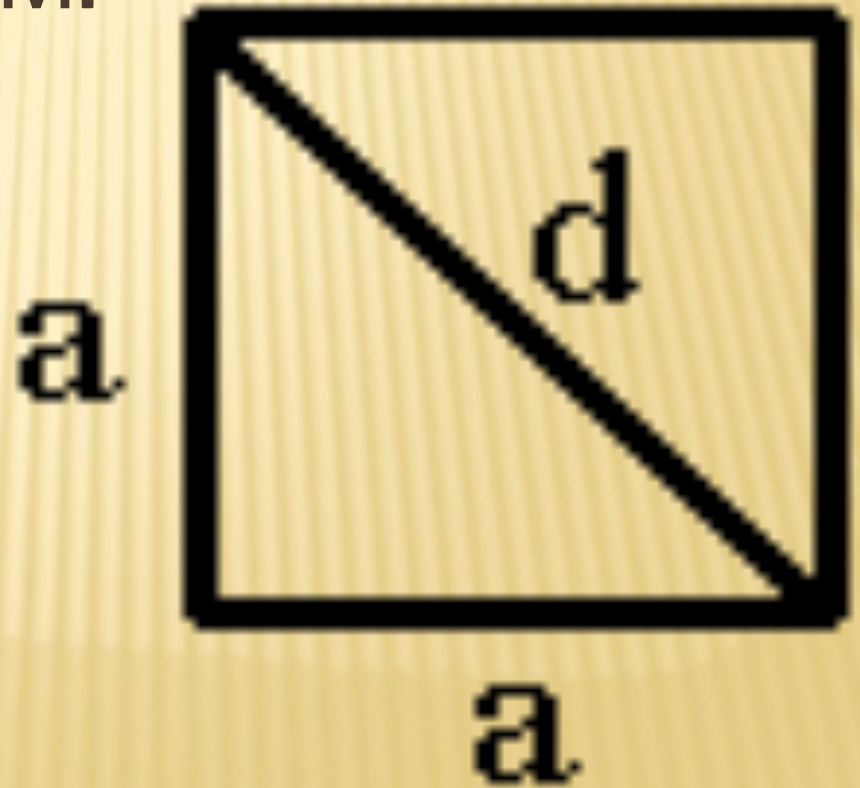
□

□ **Площадь**, одна из основных величин, связанных с геометрическими фигурами. В простейших случаях измеряется числом заполняющих плоскую фигуру единичных квадратов, т. е. квадратов со стороной, равной единице длины.

КВАДРАТ – РАВНОСТОРОННИЙ ПРЯМОУГОЛЬНИК; КВАДРАТ ЯВЛЯЕТСЯ ПРАВИЛЬНЫМ МНОГОУГОЛЬНИКОМ.

$$S_a = \frac{1}{2} a^2$$

$$S_a = a^2$$



ПРЯМОУГОЛЬНИК –
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО ВСЕ
УГЛЫ ПРЯМЫЕ.

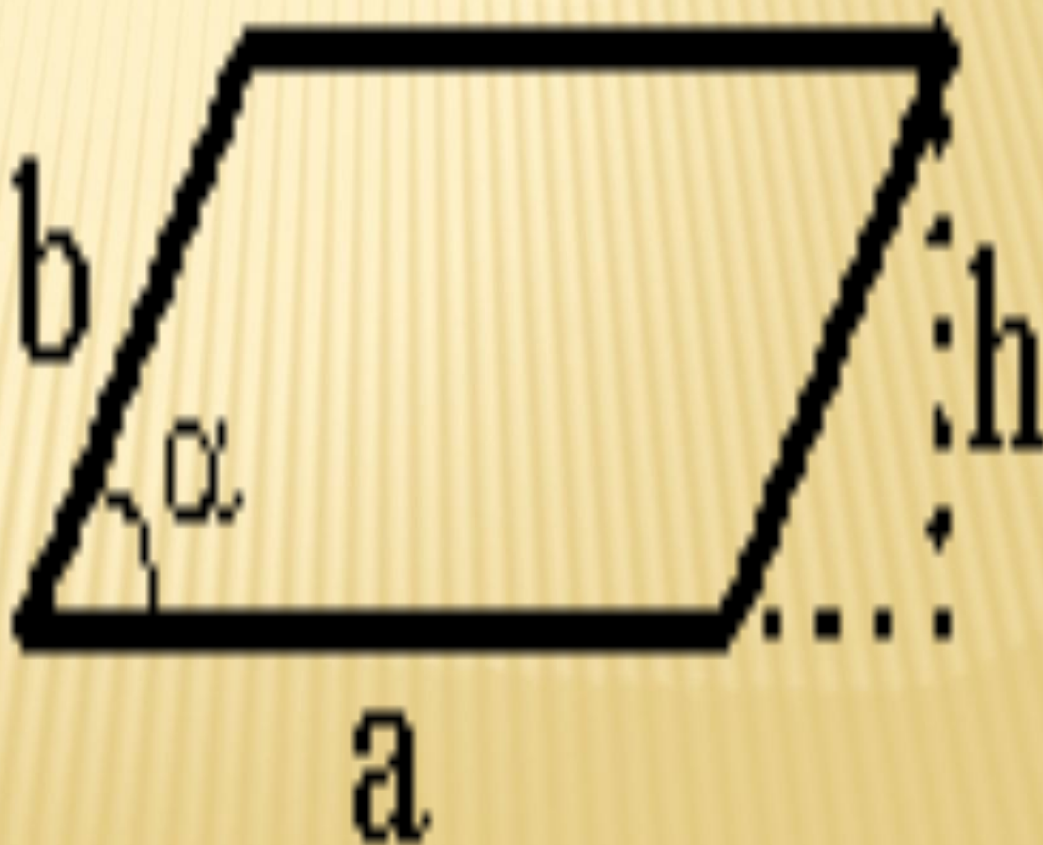
$$S = ah$$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ –
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО
СТОРОНЫ ПОПАРНО ПАРАЛЛЕЛЬНЫ.

$$S = ah$$

$$S = ab \sin \alpha$$



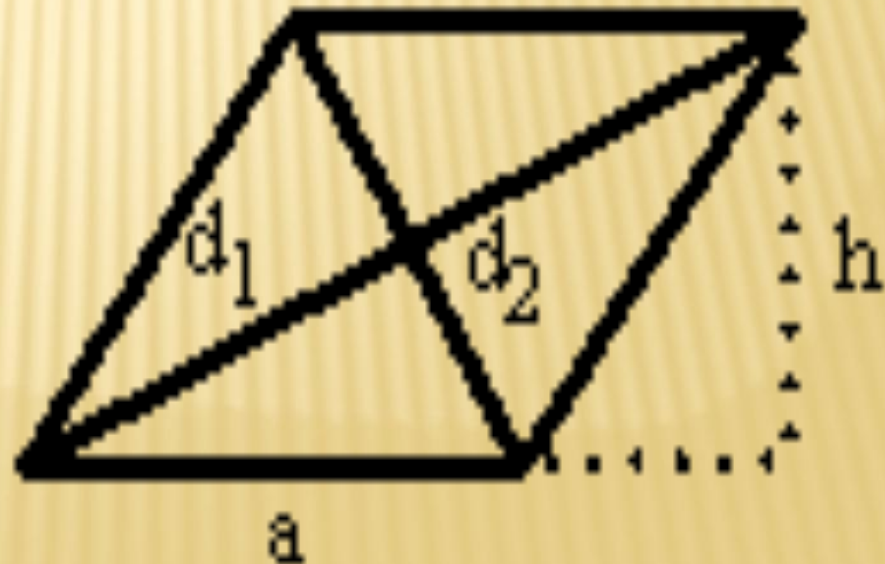
**РОМБ – ПАРАЛЛЕЛОГРАММ, У
КОТОРОГО ВЫПОЛНЯЕТСЯ ОДНО ИЗ
УСЛОВИЙ:**

- 1) ВСЕ СТОРОНЫ РАВНЫ**
- 2) ДИАГОНАЛИ
ВЗАИМОПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ**
- 3) ДИАГОНАЛИ ДЕЛЯТ УГЛЫ
ПАРАЛЛЕЛОГРАММА ПОПОЛАМ**

$$S = ah$$

$$S = a^2 \sin \alpha$$

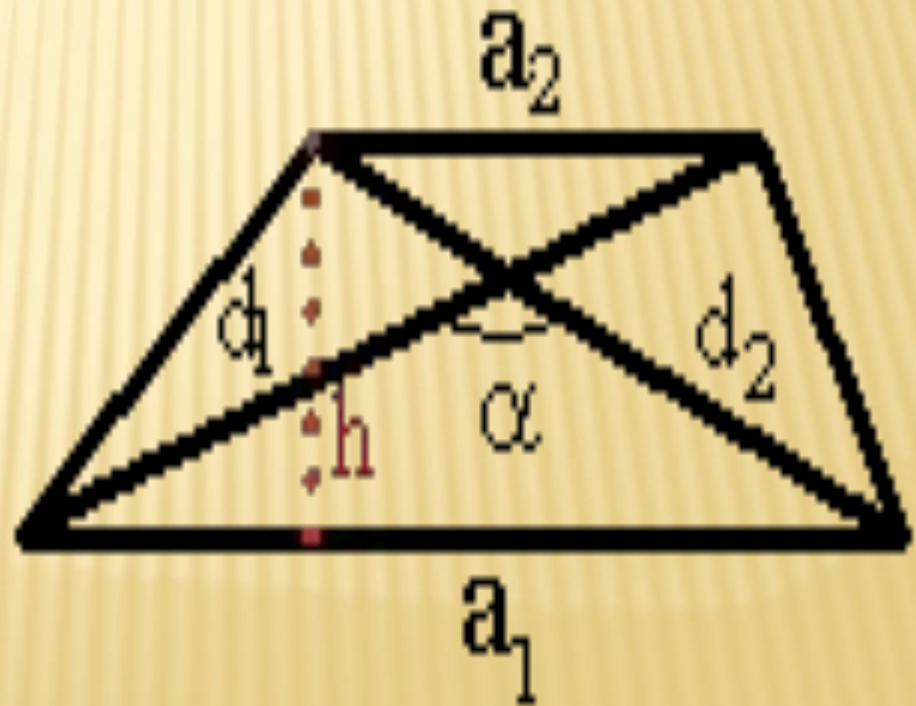
$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$



**ТРАПЕЦИЯ – ВЫПУКЛЫЙ
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО
ДВЕ СТОРОНЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, А
ДВЕ ДРУГИЕ НЕПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ.**

$$S = \frac{(a_1 + a_2)h}{2}$$

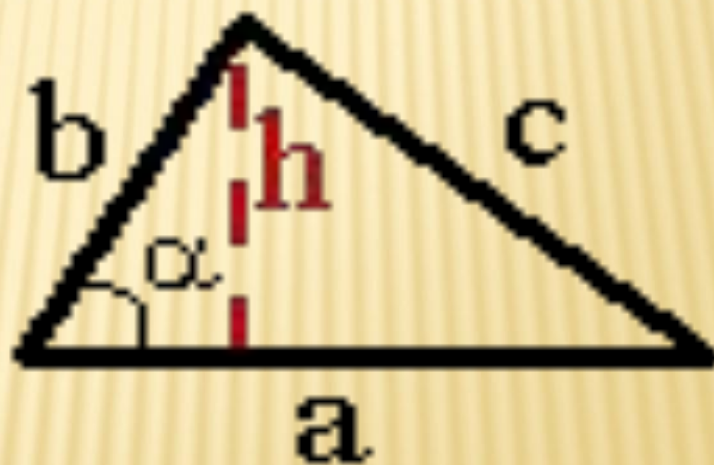
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$



ТРЕУГОЛЬНИК – МНОГОУГОЛЬНИК С ТРЕМЯ СТОРОНАМИ.

$$S = \frac{1}{2} ah$$

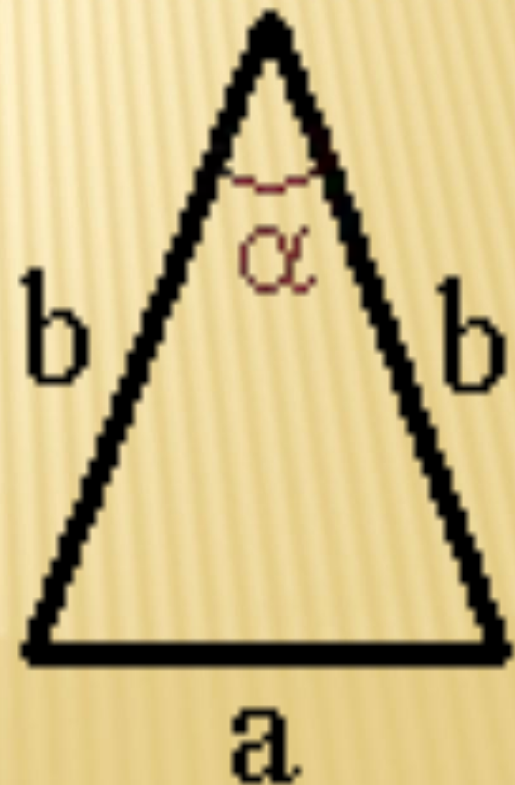
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$



РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК –
ТРЕУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО ДВЕ ЕГО
СТОРОНЫ РАВНЫ.

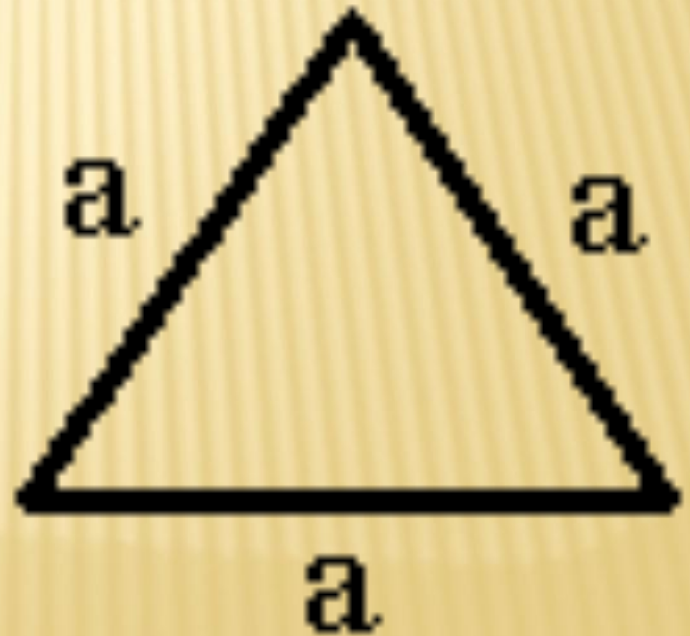
$$S = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$$

$$S = \frac{1}{2} b^2 \sin \alpha$$



РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК
– ТРЕУГОЛЬНИК, В КОТОРОМ ВСЕ
СТОРОНЫ РАВНЫ. В ТАКОМ
ТРЕУГОЛЬНИКЕ ВСЕ УГЛЫ ПО 60
ГРАДУСОВ.

$$S = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$$

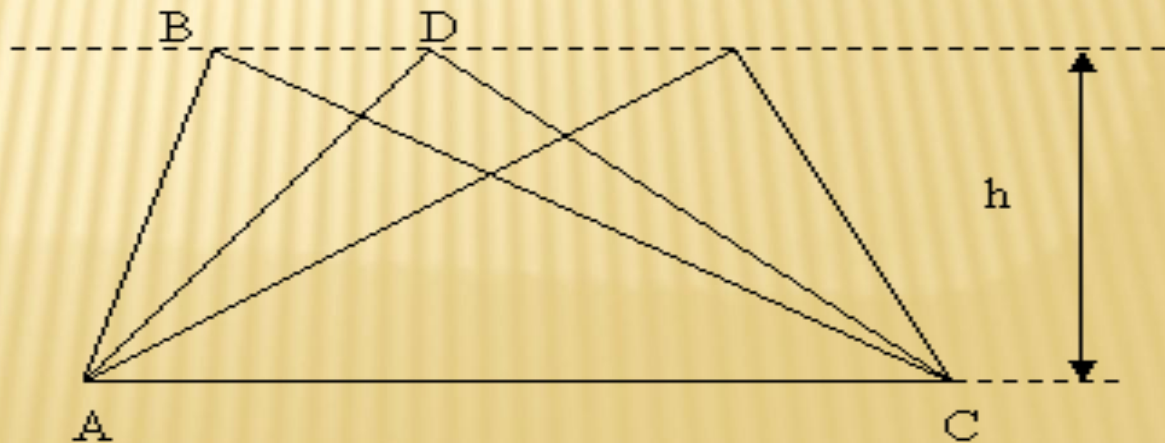


ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПЛОЩАДЕЙ.

СВОЙСТВО N°1

Доказательство: Рассмотрим $\triangle ABC$ и

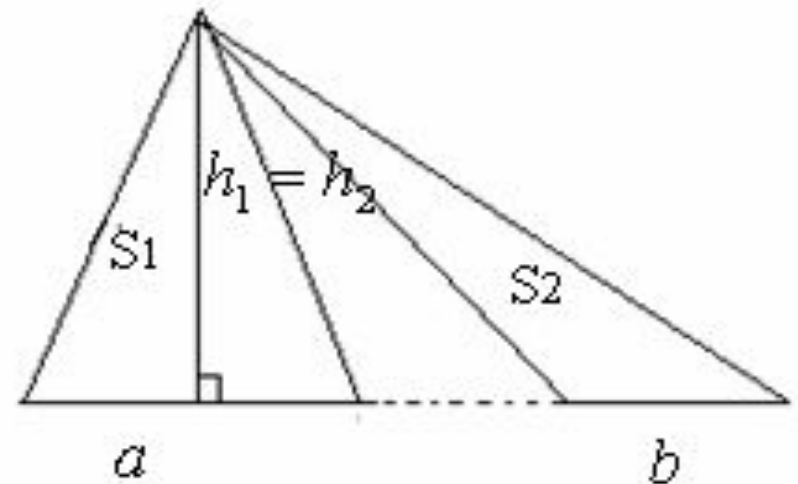
- Если вершину $\triangle ADC$. Они имеют общее основание и равные высоты, так как прямые AC и BD параллельные, то расстояние между ними равно h - высоте $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$. Если площадь треугольника находится по формуле $S = \frac{1}{2} a h$, то $S_{ABC} = S_{ADC} = \frac{1}{2} AC h$.
- Если вершину треугольника передвигать по прямой, параллельной основанию, то площадь при этом не изменится.



СВОЙСТВО N°2

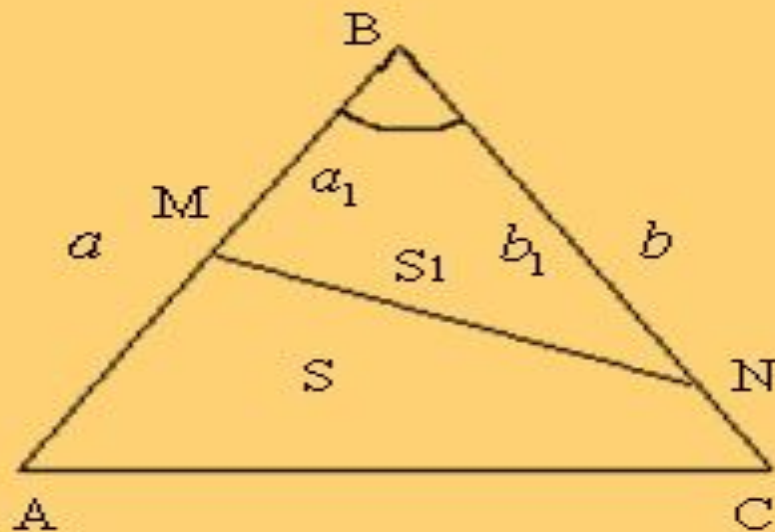
- Если два треугольника имеют одинаковые высоты, то отношение их площадей равно отношению длин оснований (сторон, на которые опущены эти высоты).

Доказательство: Пусть $h_1 = h_2$ в двух треугольниках с основаниями a и b . Рассмотрим отношение площадей этих треугольников $S_2/S_1 = \frac{1}{2} b h_2 / \frac{1}{2} a h_1$. Упростив, получим $S_2/S_1 = b/a$.



СВОЙСТВО N°3

- Если два треугольника имеют общий угол, то их площади относятся как произведение сторон заключающих этот угол.

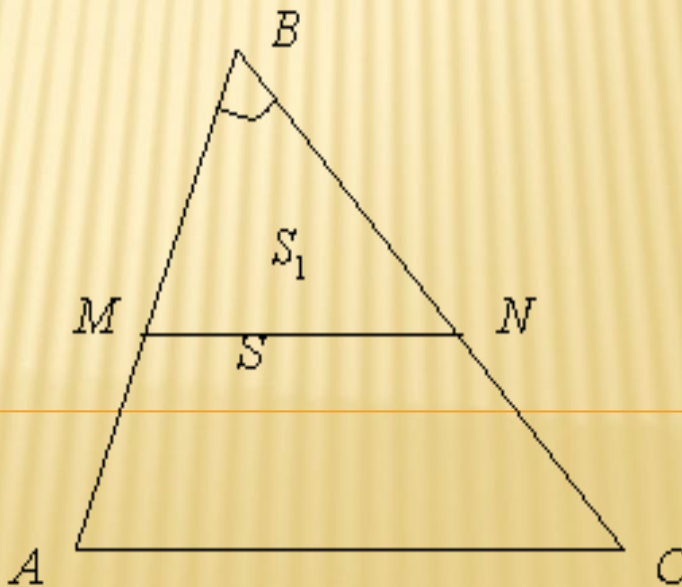


- Тогда $S_2/S_1 = a b \sin B / a_1 b_1 \sin B$. Упростив, получим $S_2/S_1 = ab/a_1 b_1$

СВОЙСТВО №4

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

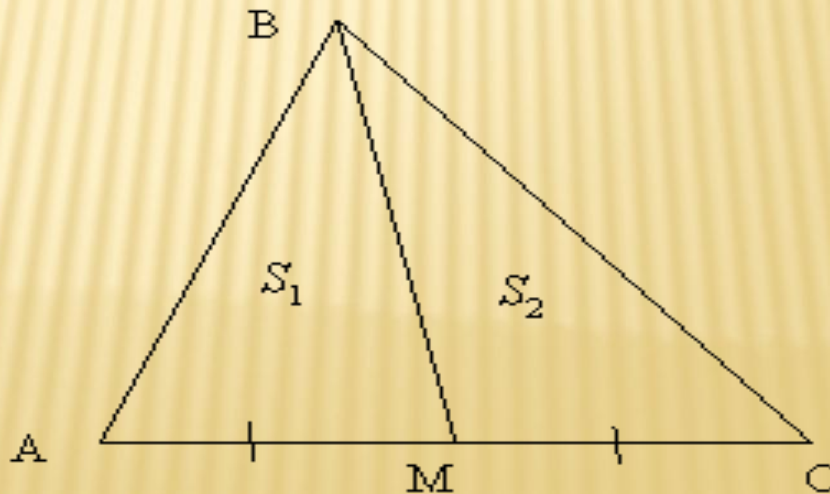
Доказательство: Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle MBN$. Пусть $AB = k MB$, $BC = k NB$ и $\angle ABC = \angle MBN$. Используя формулу площади треугольника вида $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$, рассмотрим отношение подобных площадей $\triangle ABC$ и $\triangle MBN$. Тогда $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B}{\frac{1}{2} MB \cdot NB \cdot \sin B} = \frac{AB \cdot BC}{MB \cdot NB} = k \cdot k = k^2$.



СВОЙСТВО № 5

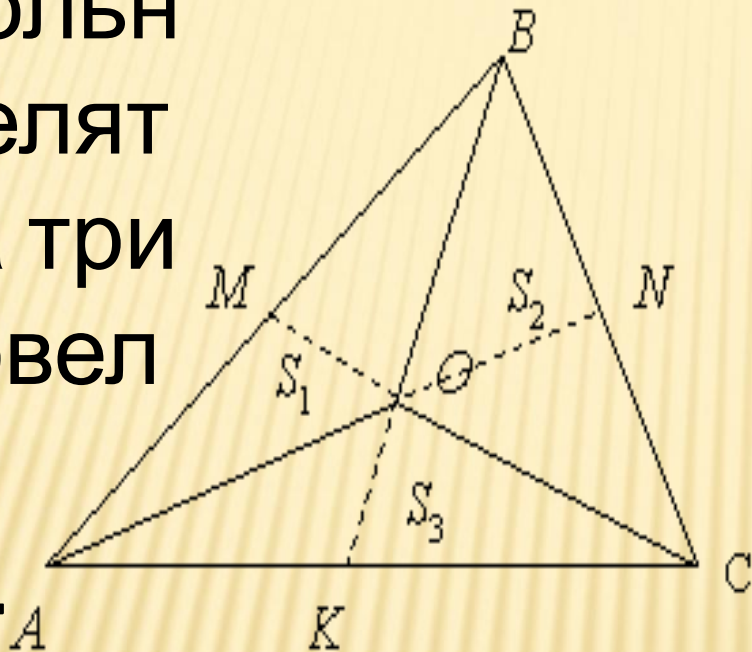
□ Медиана треугольника делит его на две равновеликие части.

Доказательство: Рассмотрим $\triangle ABC$. Пусть медиана BM , тогда $AM=MC=21AC$. Медиана делит треугольник на два с одинаковой высотой. Найдем площади треугольников $\triangle ABM$ и $\triangle MBC$ по формуле $S=21 a h$. Получим $S_{ABM}=21 AM h$ и $S_{MBC}=21 MC h$. Значит $S_{ABM}=S_{MBC}$.



СВОЙСТВО N°6

Медианы
треугольни
ка делят
его на три
равновел
икие
части.



Доказательство:

Рассмотрим $\triangle ABC$.

Проведем медианы из всех вершин, которые пересекаются в точке O .

Получим треугольнички $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle AOC$.

Пусть их площади равны соответственно S_1 , S_2 , S_3 . А площадь $\triangle ABC$ равна S .

Рассмотрим $\triangle ABK$ и

$\triangle CBK$, они равной площади, т.к. BK медиана.

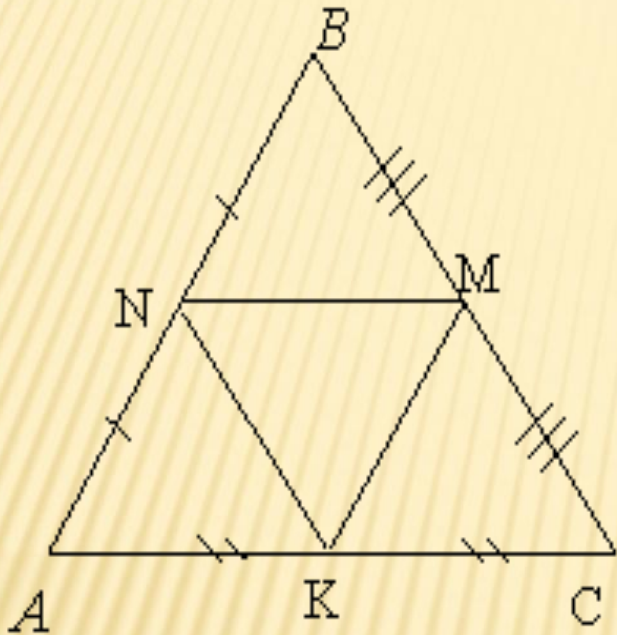
В треугольнике $\triangle AOC$ OK - медиана, значит площади треугольников $\triangle AOK$ и

$\triangle COK$ равны. Отсюда

следует, что $S_1 = S_2$.

Аналогично можно

СВОЙСТВО N°7



Доказательство: Рассмотрим $\triangle ABC$. NM - средняя линия в треугольнике и она равна половине основания AC . Если $S_{ABC} = S$, то $S_{NBM} = \frac{1}{4} S$.
 $h_1 = \frac{1}{2} h$, $h_2 = \frac{1}{2} h$, $h_3 = \frac{1}{2} h$.
 $S_{NBM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot \frac{1}{2} h = \frac{1}{4} S$.

Аналогично можно доказать, что площади всех треугольников равны одной четвертой части площади $\triangle ABC$.

СВОЙСТВО N°8

- Медианы треугольника делят его на 6 равновеликих треугольников



Доказательство: По свойству N°7 площади $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle AOC$ равны. По свойству N°5 площади $\triangle AOM$, $\triangle BOM$ равны. Значит $S_1 = S_6$. Аналогично $S_2 = S_3$. Если $S_1 + S_6 = S_2 + S_3$ и $2S_1 = 2S_2$ значит $S_1 = S_2$. И так далее. получим, что все шесть треугольника имеют равные площади и они составляют шестую часть от площади $\triangle ABC$.