Учебно-исследовательская работа
(проект)

Тема: «Алгебра модуля».

Проект подготовили учащиеся класса 9б
под руководством учителя математики
Кузьминой В.Я.

# *Пояснительная записка:*

Задания Единого Государственного Экзамена предполагают умение оперировать с модулем, владение знаниями о модуле существенно помогают ученикам во многих работах.

# *Цель данной работы:*

- Прояснить и дополнить школьный материал, связанный с понятием модуля числа и аспектами его применения. Рассмотреть различные методы решения уравнений и неравенств с модулем, основанные на его определении, свойствах и графической интерпретации.

# *План работы:*

- 1.Определение модуля числа и его применение при решении уравнений.
- 2.Метод интервалов решения уравнений и неравенств, содержащих модуль.
- 3.Свойства модуля. Применение свойств модуля при решении уравнений и неравенств.
- 4.Решение уравнений и неравенств с модулями на координатной прямой.
- 5.Модуль и преобразование арифметических корней.
- 6.Модуль и иррациональные уравнения.

# Определение модуля числа и его применение
# При решении уравнений.

- Слово «модуль» произошло от латинского слова «modulus», что в переводе означает «мера».Его ввёл английский математик Р. Котес(1682-1716), а знак модуля немецкий математик К.Вейерштрасс(1815-1897) в 1841 году. Это многозначное слово (омоним), которое имеет множество значений и применяется не только в математике, но и в архитектуре, физике, технике, программировании  и других точных науках.

- **Понятия и определения**
- Чтобы глубоко изучать данную тему, необходимо познакомиться с простейшими определениями, которые мне будут необходимы:
- Уравнение-это равенство, содержащее переменные.
- Уравнение с модулем - это уравнение, содержащие переменную под знаком абсолютной величины (под знаком модуля). Например: $|x|=1$
- Решить уравнение-это значит найти все его корни, или доказать, что корней нет.

- Доказательство теорем
- ***Определение***. Модуль числа **а** или абсолютная величина числа **а** равна **а**, если **а** больше или равно нулю и равна **-а**, если **а** меньше нуля:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если} \quad a \geq 0; \\ -a, & \text{если} \quad a < 0. \end{cases}$$

- Из определения следует, что для любого действительного числа а, $|a| \geq 0$.

- **Теорема 1. Абсолютная величина действительного числа равна большему из двух чисел $a$ или $-a$.**
- **Доказательство**
- 1. Если число $a$ положительно, то $-a$ отрицательно, т. е. $-a < 0 < a$. Отсюда следует, что $-a < a$.
- Например, число 5 положительно, тогда -5 - отрицательно и $-5 < 0 < 5$, отсюда $-5 < 5$.
- В этом случае $|a| = a$, т. е. $|a|$ совпадает с большим из двух чисел $a$ и $- a$.
- 2. Если $a$ отрицательно, тогда $-a$ положительно и $a < - a$, т. е. большим числом является $-a$. По определению, в этом случае, $|a| = -a$ - снова, равно большему из двух чисел $-a$ и $a$.

- ***Следствие 1***. Из теоремы следует, что

  $|-a| = |a|$.

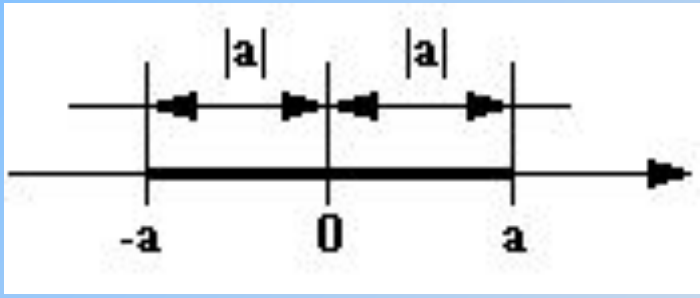
- В самом деле, как , так и  равны большему из чисел $-a$ и $a$, а значит равны между собой.
- ***Следствие 2***. Для любого действительного числа $a$ справедливы неравенства

$$a \leq |a|, \qquad -a \leq |a|.$$

- Умножая второе равенство $-a \le |a|$ на -1, мы получим следующие неравенства: $a \le |a|, \quad a \ge -|a|,$
- справедливые для любого действительного числа a. Объединяя последние два неравенства в одно, получаем:

$$-|a| \le a \le |a|.$$

- **Теорема 2. Абсолютная величина любого действительного числа a равна арифметическому квадратному корню из** $a^2$**:** $|a| = \sqrt{a^2}$.
- Эта теорема дает возможность при решении некоторых задач заменять |a| на $\sqrt{a^2}$.
- Если a = 0, то на координатной прямой |a| изображается точкой 0 (см. рис.)



# Способы решения уравнений, содержащих модуль.

- ***Пример 1***. Решим аналитически и графически уравнение $|x - 2| = 3$
- ***Аналитическое решение***
- ***1-й способ***
- Рассуждать будем, исходя из определения модуля. Если выражение, находящееся под модулем неотрицательно, т. е. $x - 2 > 0$ или равно 0, тогда оно "*выйдет*" из - под знака модуля со знаком "*плюс*" и уравнение примет вид: $x - 2 = 3$.
- Если нет, то или $x - 2 = -3$

$$-(x-2)=3.$$

- Таким образом, получаем, либо x - 2 = 3, либо x - 2 = -3. Решая полученные уравнения, находим:

**Ответ**: $x_1 = 5, \quad x_2 = -1.$ $x_1 = 5, \quad x_2 = -1.$

- Теперь можно сделать вывод: если модуль некоторого выражения равен ***действительному положительному числу*** a, тогда выражение под модулем равно либо a, либо $-a$.

# Графическое решение

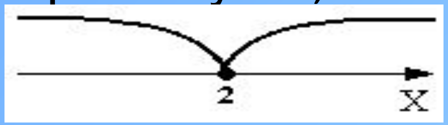
Алгоритм решения уравнения с модулем графически:

1) Построить графики данных функций.
2) Посмотреть, пересекутся ли графики.
3) Если графики пересекутся, то точки пересечения будут являться корнями нашего уравнения.
4) Если графики не пересекутся, то делаем вывод, что уравнение не имеет корней.

# *Метод интервалов*

- Другой способ решения уравнений, содержащих модуль- это способ разбиения числовой прямой на промежутки. Метод:
- 1) Разбиваем числовую прямую так, чтобы по определению модуля знак абсолютной величины на данных промежутках можно будет снять.
- 2) Для каждого из промежутков мы будем должны решить данное уравнение.
- 3) Вывод, относительно получившихся корней.
- 4) Корни, удовлетворяющие промежутки и дадут окончательный ответ.

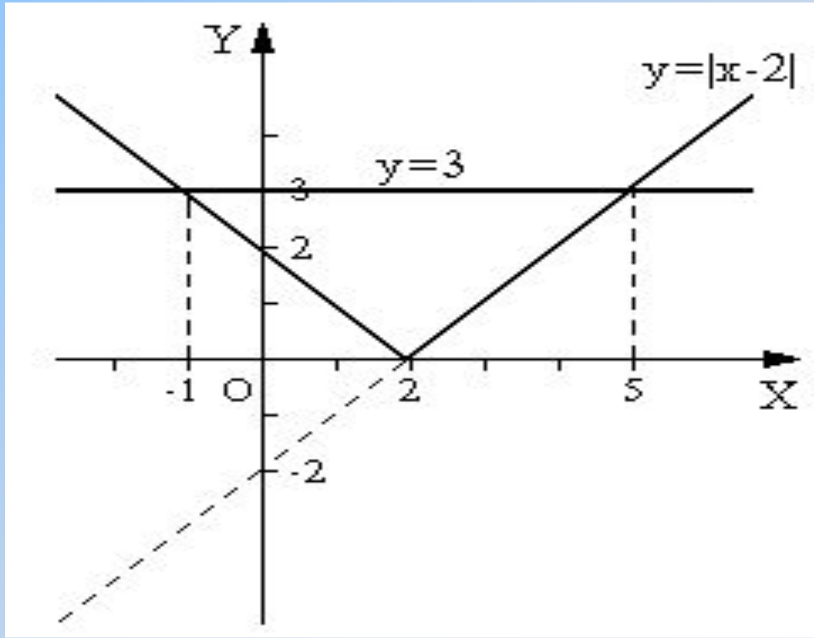
- ***2-й*** способ
- Установим, при каких значениях x, модуль равен нулю: $x-2=0, \quad x=2.$
- Получим два промежутка, на каждом из которых решим уравнение (см. рис. 9):




- Получим две смешанных системы:
- (1) $\begin{cases} x \le 2, \\ -(x-2)=3, \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x > 2, \\ x-2=3. \end{cases}$
- Решим каждую систему:
- (1) $\begin{cases} x \le 2, \\ -(x-2)=3, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2, \\ x-2=-3, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2, \\ x=-3+2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2, \\ x=-1, \end{cases} \Leftrightarrow x=-1.$
- (2) $\begin{cases} x > 2, \\ x-2=3, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2, \\ x=3+2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2, \\ x=5, \end{cases} \Leftrightarrow x=5.$
- **Ответ**: $x_1=-1, \quad x_2=5.$

# Графическое решение

- Для решения уравнения графическим способом, надо построить графики функций $y = |x - 2|$ и $y = 3$.
- Построив график y=x-2, зеркально отобразим его относительно оси Ох
- Абсциссы точек пересечения графиков функций дадут решения уравнения.
- Прямая графика функции y=3 пересеклась с графиком функции y=|x – 2| в точках с координатами (-1; 3) и (5; 3), следовательно решениями уравнения будут абсциссы точек:
- x=-1, x=5
- Ответ: x=-1, x=5



- Пример: Решим уравнение $|x - 1| + |x - 2| = 1$ с использованием геометрической интерпритации модуля.
- Будем рассуждать следующим образом: исходя из геометрической интерпритации модуля, левая часть уравнения представляет собой сумму расстояний от некоторой точки абсцисс x до двух фиксированных точек с абсциссами 1 и 2. Тогда очевидно, что все точки с абсциссами из отрезка [1; 2] обладают требуемым свойством, а точки, расположенные вне этого отрезка- нет. Отсюда ответ: множеством решений уравнения является отрезок [1; 2]. **Ответ:** x **принадлежит** [1; 2]

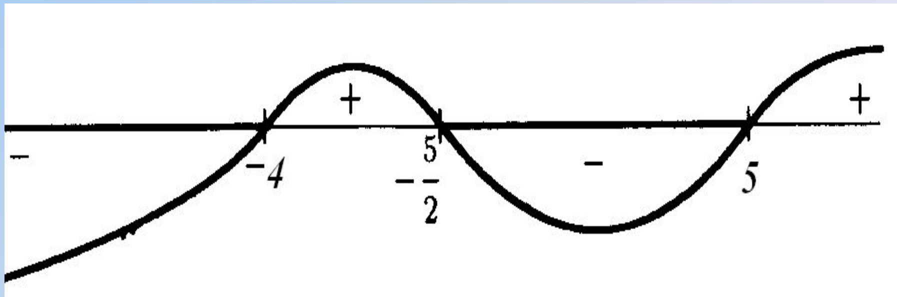
# *Метод интервалов решения уравнений, содержащих модуль*

- Уравнение с модулем - уравнение, содержащее переменную или выражение под знаком абсолютной величины (под знаком модуля). Например: $|x-2|=15$ или $|x|-2=15$.
- Решить уравнение означает найти множество всех его решений (корней) или доказать, что корней нет.
- В некоторых способах решения уравнений с модулем требуется знать теорему1, т.к. не зная этой теоремы мы не сможем получить верный ответ в уравнениях, содержащих квадрат выражения под знаком корня…

# *Метод интервалов*

Пример:

- Решить неравенство $(x + 4)(x - 5)(2x + 5) < 0$.
- Решение. Перепишем неравенство в виде
- $2(x - (-4))(x - (-2,5))(x - 5) < 0$ . Отметим на координатной оси числа -4, -2,5 и 5 . Определим знаки на промежутках и расставим знаки плюс и минус так, как указано на рисунке. Решениями неравенства будут все x из объединения промежутков $(-\infty;-4)$ и (-2,5; 5).
- Ответ: $(-\infty;-4)(-2,5;5)$



## *Случаи, когда уравнение содержит выражение под знаком модуля*

- **Пример 1**.
- $|8 - 5x| = |3 + x| + |5 - 6x|$ .
- Выражения $(8 - 5x)$, $(3 + x)$ и $(5 - 6x)$ обращаются в нуль соответственно в точках $8/5$, $-3$, $5/6$. Эти точки разбивают числовую ось на 4 промежутка. При этом, в ходе решения, устанавливаем, что на промежутках $(-\infty; -3)$, $(5/6; 8/5]$, $(8/5; +\infty)$ уравнение корней не имеет, а на промежутке $[-3; 5/6]$ оно обращается в тождество $8 - 5x = 3 + x + 5 - 6x$. Поэтому ответ имеет вид $[-3; 5/6]$.
- Ответ: $[-3; 5/6]$.

- **Пример 2.**
- $|x| + |x - 1| = 1$.
- Решение. $(x - 1) = 0$, $x = 1$;
- получаем интервалы:
- А) $x$ є $(-\infty; 0)$, тогда $-x - x + 1 = 1$; $-2x = 0$; $x = 0$ є $(-\infty; 0)$.
- Б) $x$ є $[0; 1)$, тогда $x - x + 1 = 1$; $1 = 1$ Þ $x$ — любое число из $[0; 1)$.
- В) $x$ є $[1; +\infty)$, тогда $x + x - 1 = 1$; $2x = 2$; $x = 1$ є $[1; +\infty)$.
- Ответ: $x$ є $[0; 1]$.

# Преимущества Метода интервалов:

- **Простота в достижении цели**
- **Экономия времени**
- **Наглядность**
- **Развитие навыков обобщенного мышления**
- **Широкий охват ситуации**

# Метод интервалов решения неравенств.

- **Решение неравенств**
- **Найдем множество значений X**
- $f(x) > \varphi(x)$ ($f(x) < \varphi(x)$).
- Значение неизвестного называется *допустимым* для неравенства, если при этом значении обе части неравенства имеют смысл. Совокупность всех допустимых значений неизвестного называется *областью определения неравенства.*

- Множество А называется **<u>множеством (областью) допустимых значений</u>** неизвестного для данного неравенства.
- Множество Х называется **<u>множеством решений</u>** данного неравенства.
- Решить неравенство – значит найти множество всех  , для которых данное неравенство выполняется.
- Два неравенства называются **<u>равносильными</u>**, если множества решений их совпадают, т.е. если всякое решение каждого из них является решением другого.

# Основные теоремы преобразования неравенства в равносильное ему:

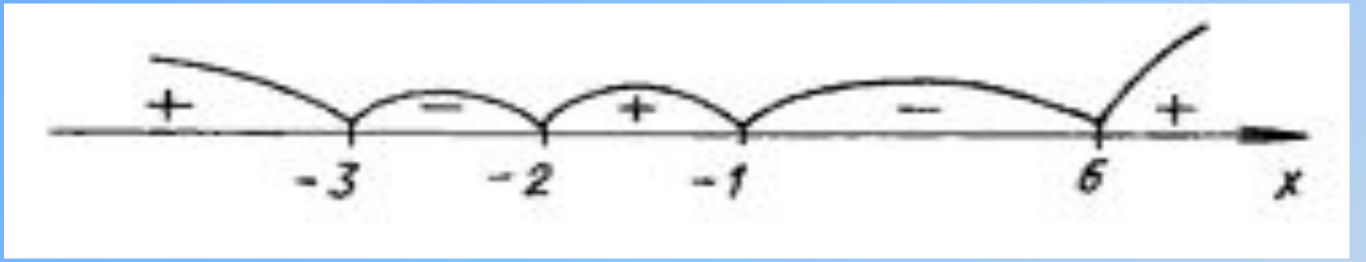
- Слагаемое можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком;
- Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то отличное от нуля положительное число; если это число отрицательное, то знак неравенства меняется на противоположный;
- Если неравенство имеет вид
- $f(x)\cdot g(x)>\varphi(x)\cdot g(x)$ или $f(x)\cdot g(x)<\varphi(x)\cdot g(x)$
- , то деление обеих его частей на , как правило, недопустимо, поскольку может привести к потере решений.

# Алгоритм метода интервалов

- ***Разложить многочлены P(x) и Q(x) на линейные множители.***
- ***Найти корень каждого множителя и нанести все корни на числовую ось.***
- ***Определить знак неравенства справа от большего корня.***
- ***Проставить знаки в остальных интервалах, учитывая четное или нечетное число раз встречается каждый корень.***
- ***Выписать ответы неравенства в виде интервалов.***

- **Примеры на применение метода интервалов к неравенствам, содержащим знак модуля.**
- 1. x2 > | 5x + 6 |.
- *Решение*. Функция *f(x)* = x2 – | 5x + 6 | определена при любом *x*. Найдем ее нули, решив уравнение *x2*=| 5*x* + 6 |, откуда *x2 = 5x* + 6 или *x2 = – (5x + 6)*, т. е.
- *x2 – 5x – 6 = 0* или *x2 + 5x + 6 = 0*.
- Корни этих уравнений – 1, 6, – 2, – 3.

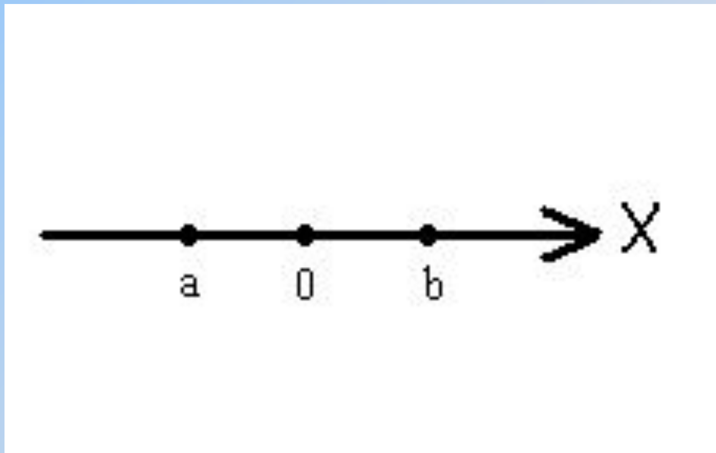
- Далее применяем метод интервалов



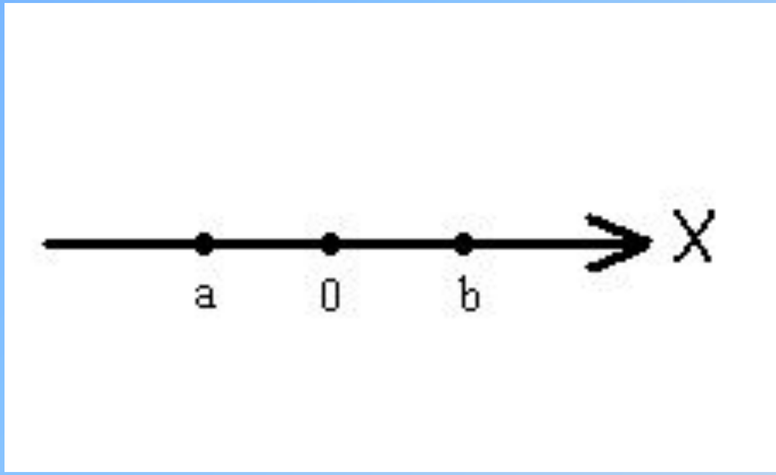

- $f(7) > 0$, $f(0) < 0$, $f(-1{,}5) > 0$, $f(-2{,}5) < 0$, $f(-4) > 0$.
- Ответ: $(-\infty; -3)$ є $(-2; -1)$ є $(6; +\infty)$.

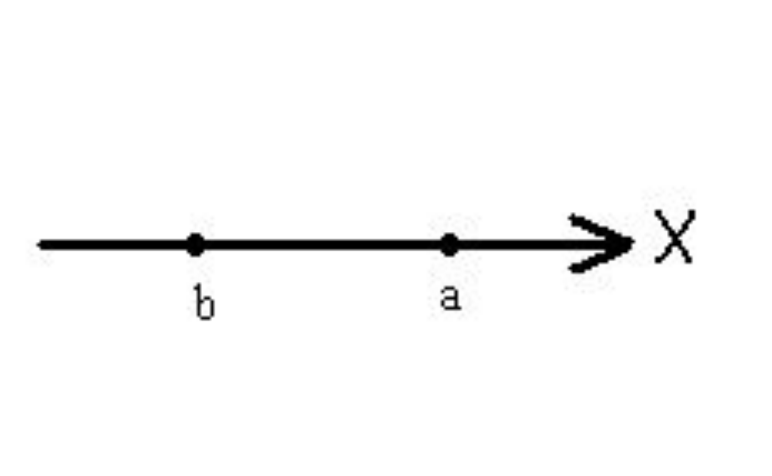
# Решение уравнений с модулями на координатной прямой

- Геометрический смысл модуля
- Геометрически |a| − расстояние от точки 0 до точки, изображающей число a; |a - b| − расстояние между точками a и b



- Отметим на прямой две точки a и b (два действительных числа a и b), обозначим через ρ (a ,b) расстояние между точками a и b. Это расстояние равно b - a, если b > a(рис. 1а), и a - b, если a > b(рис. 1б), наконец, оно равно нулю, если a=b.
- Все три случая охватываются одной формулой:
- $\rho(a, b) = |a - b|$
- (рис. 1а) (рис. 1б)



# Основные свойства модуля.

- Модуль любого действительного числа а есть неотрицательное число: $|a|>0$ или $|a|=0$.
- Каждое действительное число а не больше своего модуля и не меньше числа, противоположного модулю, т.е. $-|a| \le a \le |a|$ .
- Если число $a \ge 0$ и для числа *x* справедливо одно из неравенств *x* $\ge a$ или *x* $\le a$, то модуль числа *x* удовлетворяет неравенству $|x| \ge a$. Каждое число *x*, удовлетворяющее неравенству $|x| \le a$, удовлетворяет одному из неравенств *x* $\ge a$ или *x* $\le -a$.
- Если число $a>0$ и число *x* удовлетворяет неравенству
- $-a \le x \le$, то модуль числа *x* удовлетворяет неравенству $|x|$ a. Если $|x| \le$ то справедливо неравенство: $-a \le x \le a$.

- Модуль суммы двух или более слагаемых не больше суммы модулей этих чисел:

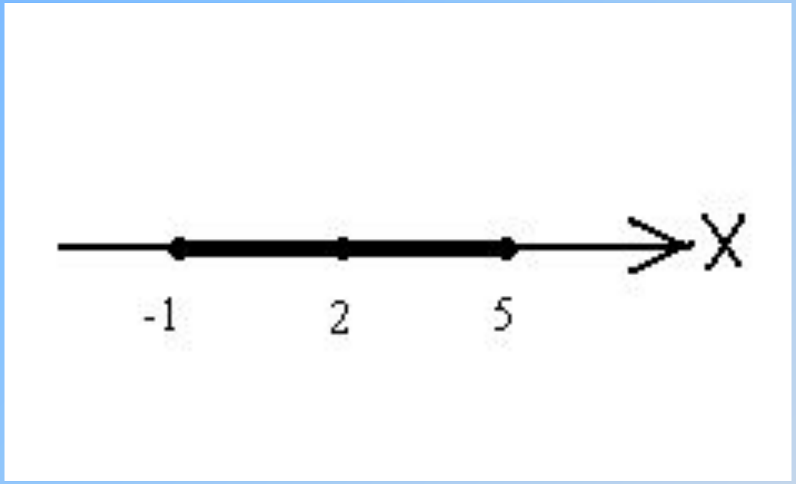
$|a+b| \leq |a|+|b|$,

- Модуль разности двух чисел не меньше разности модулей этих чисел $|a-b| \geq |a|-|b|$.
- Модуль произведения двух или более множителей равен произведению модулей этих чисел: $|ab|=|a|*|b|$.
- Модуль частного двух чисел равен частному модулей этих чисел: $\left|\frac{a}{в}\right| = |a|:|b|$
- Модуль степени какого-либо числа равен степени модуля этого числа: $|a|^n=|a^n|$ причем если $п=2к$ – четное число, то $|a|^{2к}=a^{2к}$.

- Модуль разности двух чисел равен расстоянию между точками числовой прямой, изображающими эти числа: |a-b|=*р(а,в).* Из этого свойства следует важное равенство:

  |a-b|=|b-a|. В частности |a|=|-a|.
- Сумма модулей чисел равна нулю тогда и только тогда, когда каждое число равно нулю.
- Модуль разности модулей двух чисел не больше модуля разности этих чисел: $||a|-|b|| \leq |a-b|$.
- Квадратный корень квадрата числа равен модулю этого числа: $\sqrt{a^2} = |a|$.

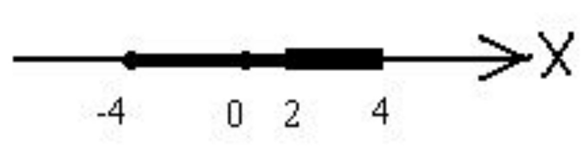
- Пример 1.
- Решим уравнение:
- Iх - 23=I
- Решение:



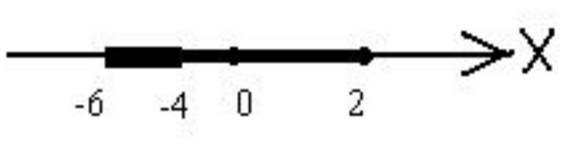

- Переведем аналитическую модель Iх -23=I на геометрический язык: нам надо найти такие точки х, которые удовлетворяют условию ρ (х, 2)=3, т. е. удалены от точки 2 на расстояние, равное 3. Это точки -1 и 5 (рис.). Ответ: -1 ; 5.

- Пример 2.
- Решим уравнение:
- 4|x+12-=|
- Решение:
- Для уравнения 4|x+12-=| никаких преобразований выполнять не требуется. Оно не имеет корней, т. к. в левой его части содержится неотрицательное выражение, а в правом отрицательное число.

- Пример 6.
- Решим уравнение:
- |x-2| + |x+410=|
- Решение:
- Переведем аналитическую модель |x-2+ | |x+410=| на геометрический язык: нам надо найти такие точки x, которые удовлетворяют условию ρ(x, 2) + ρ(x, -4)=10, т. е. сумма расстояний каждой из таких точек от точек 2 и -4 равна 10. Это точки 4 и -6 (рис. 6а,6б).




**(рис. 6а)**

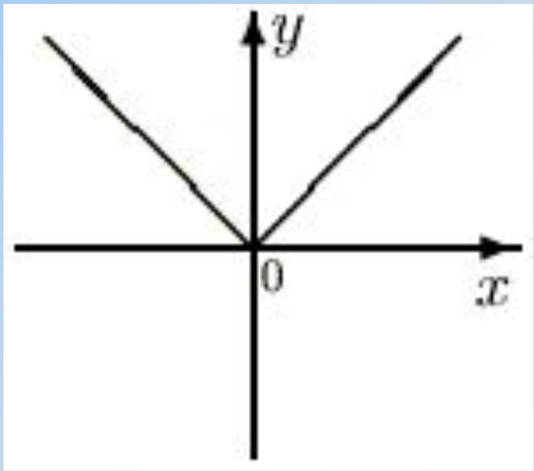



**(рис. 6б)**

- Свойства
- Для абсолютной величины имеют место следующие соотношения:
- $|a| \geqslant 0$ причём | $a$ | = 0 только если $a$ = 0.
- $$|ab| = |a||b|; \quad \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$$
- | $ak$ | = | $a$ | $k$ если $ak$ определено.
- Неравенство треугольника:
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ или
- $|a - b| \geq ||a| - |b||$
- Альтернативные определения
- Для вещественных чисел модуль можно определить и другим способом:
- $|x| = \max\{x, -x\}$ то есть модуль числа есть максимальное из двух чисел и $(-x)$ $|x| = \sqrt{x^2}$

- ***Примеры:***
  **1.** Решить уравнение: $\left|x^2+|-x|\right|=0$
- РЕШЕНИЕ. Преобразуем левую часть уравнения: $\left|x^2+|-x|\right|=x^2+|x|$
  Поскольку каждое из полученных слагаемых неотрицательно при всех значениях X , рассматриваемая сумма также всегда неотрицательно, причем равна нулю тогда и только тогда, когда каждое из слагаемых равно нулю. Таким образом, исходное уравнение равносильно уравнению X=0 .
- ОТВЕТ: X=0 .

- Графики функции $|x|$ выглядят следующим образом. Функция непрерывна на всей числовой прямой и $|x|$ четна. При отрицательных значениях переменной она убывает. а при положительных - возрастает.



- ***<u>Преобразование арифметических корней</u>***

**Арифметическим корнем** степени n, n € N, n $\geqslant$ 2, из неотрицательного числа a $\geqslant$ 0. a € R, называется такое неотрицательное число, обозначаемое $\sqrt[n]{a}$ или $a^{\frac{1}{n}}$, что $(\sqrt[n]{a})^n = a$

- Вместо $\sqrt[2]{a}$ пишут $\sqrt{a}$ ($\sqrt{\phantom{a}}$ — знак корня или радикала)
- Если n = 2k + 1 — … число, то

$$\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}, \text{ при } a \geqslant 0$$

- Если $r = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$, то $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $(a > 0, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z})$.

- 2. Формулы преобразования **арифметических корней** или дробных степеней ($a \geq 0$; $b \geq 0$; $m, n, k$ € $N$; $m, n, k \geq 2$)

a) $\sqrt[n]{a^n} = a,$

b) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m},$

c) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}.$

d) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}},$

e) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b},$

f) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},$

g) $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x, & \text{при } x \geq 0, \\ -x, & \text{при } x < 0. \end{cases}$

# Модуль и иррациональные уравнения

- **2.1 Определение уравнения**
- Уравнение – равенство вида f(x,…)=g(x,…) или f(x,…)=0, где f и g – функции одного или нескольких аргументов, а также задача по нахождению таких значений аргументов, при которых это равенство достигается. На возможные значения аргументов могут быть наложены дополнительные условия (целочисленности, вещественности и т.д.).
- Аргументы заданных функций (иногда называются переменными) в случае уравнения называются неизвестными.

## Определение корней уравнения

-  *Значения неизвестных, при которых это равенство достигается, называются решениями или корнями уравнения.*
-  *Про корни говорят, что они удовлетворяют данному уравнению.*
-  *Решить уравнение означает найти множество всех его решений (корней) или доказать, что корней нет.*
-  *Если в условиях задачи не указано, на каком множестве нужно решить уравнение, то решение следует искать в ОДЗ этого уравнения. (ОДЗ - область допустимых значений)*
-  *В процессе решения часто приходится преобразовывать уравнения, заменяя его более простым (с точки зрения нахождения корней). Есть одно правило, которое не следует забывать при преобразовании уравнений: нельзя выполнять преобразования, которые могут привести к потере корней.*

- Число x называется корнем уравнения (или решением) уравнения, если обе части уравнения определены при x=a и равенство является верным. Следовательно, каждый корень уравнения принадлежит множеству, которое является пересечением областей определения функций f(x) и g(x) и называется областью допустимых значений уравнения.

Определение равносильных уравнений и определение уравнения, являющегося следствием другого уравнения

- уравнения равносильны, если каждый корень уравнения является корнем уравнения и наоборот, каждый корень уравнения является корнем уравнения. Уравнения, не имеющих корней, считаются равносильными.

# Решение иррациональных уравнений, содержащих неизвестную под знаком модуля

- Рассмотрим задачу, являющуюся одновременно и иррациональным уравнением и уравнением, содержащим неизвестную под знаком модуля.
- Для каждого значения параметра a решить уравнение:

$$\sqrt{2|x|-x^2}=a$$

- Решение. В левой части уравнения находится корень чётной степени, значение которого, как известно, неотрицательно. Поэтому левая часть уравнения при всех допустимых значениях неизвестного неотрицательна. Следовательно, при a< 0 уравнение решений не имеет. Рассмотрим теперь случаи, когда a≥0. При a=0 уравнение принимает вид: $\sqrt{2|x| - x^2} = 0$

- Это уравнение равносильно уравнению 2|x|-x2=0. Это уравнение – уравнение с модулем. Его можно решить любым методом решения таких уравнений. Например: так как x2=|x|2, то данное уравнение может быть записано в виде:
- 2|x|-|x|2=0   |x|(2-|x|)=0,
- Откуда находим три корня данного уравнения: x1=0, x2=2,  x3=-2.
- Пусть теперь a>0.Тогда исходное уравнение равносильно уравнению
- 2|x|−x2 = a 2
- , или уравнению
- |x|2 −2|x|+a 2 =0.

- Обозначим $y=|x|$. Дискриминант квадратного уравнения
- Равен $4-4a^2$. Поэтому при $a>1$ это уравнение решений не имеет, при $a=1$ оно имеет единственное решение $y=1$ и при $0<a<1$ уравнение имеет два решения: причем оба они при таком значении a неотрицательны.
- Вернёмся теперь к уравнению
- $|x|2 -2|x|+a\ 2 =0$.

- **Получаем:**
- **При a>1 уравнение корней не имеет,**
- **при a=1 оно имеет два корня: x1=1, x2=-1,**
- **при 0<a<1 уравнение имеет четыре корня:**

$x_1 = 1 + \sqrt{1 - a^2}$ $x_2 = -1 - \sqrt{1 - a^2}$ $x_3 = 1 - \sqrt{1 - a^2}$ $x_4 = -1 + \sqrt{1 - a^2}$

- **Таким образом, исходное уравнение** $\sqrt{2|x| - x^2} = 0$
- **При a<0 и a>1 уравнение решений не имеет,**
- **При a=0 имеет три решения: x1=0, x2=2, x3=-2**
- **при a=1 уравнение имеет два решения: x1=1, x2=-1.**

# Заключение

- Изучив более подробно тему «модуль» ,

мы узнали много нового и интересного, что пригодится нам в дальнейшем. Мы познакомились с различными методами решения уравнений и выбрали для себя более удобный метод решения. И как сказал математик Дж. Пойа: "Решение задач - практическое искусство, подобное плаванию, катанию на лыжах или игре на фортепьяно; научиться ему можно, только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь…"

# *Литература и Веб-Сайты:*


- 1.Гайдуков И.И. «Абсолютная величина»
- 2. Мордкович А.Г. «Кое-что о радикалах» Квант.1970.№3.
- 3.Мордкович А.Г. «Алгебра 8, 9 класс. Углублённое изучение».
- 4.Виленкин Н.Я. «Алгебра 8, 9 класс»
- 5. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С. И. «Алгебра и математический анализ для 11 класса».
- 6. http://slovari.yandex.ru/
- 7. http://ru.wikipedia.org/
- 8. http://www.college.ru/

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!