

Письменный опрос

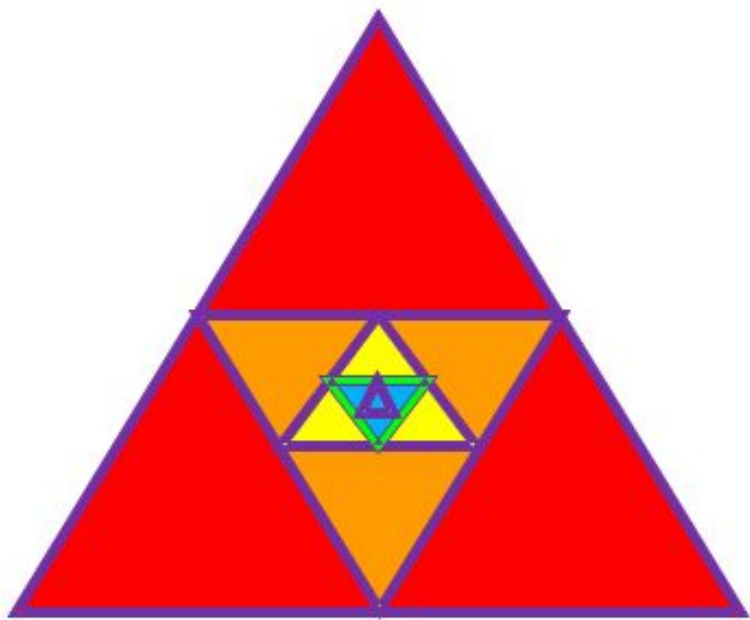
Вариант 1	Вариант 2
1) Определение возрастающей последовательности	1) Определение убывающей последовательности
2) Последовательность задана формулой $a_n = \frac{3n - 2}{n + 1}$ Найти $a_1; a_5; a_{10}$	2) Последовательность задана формулой $a_n = \frac{3 - 2n}{n + 2}$ Найти $a_1; a_5; a_{10}$
3) Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{4}{n^2} + 7 \right)$	3) Вычислите 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{n} - \frac{2}{n^2} - 6 \right)$

Проверь себя

Вариант 1	Вариант 2
<p>1) Последовательность $\{y_n\}$ называют <i>возрастающей последовательностью</i>, если каждый ее член <i>больше</i> предыдущего</p>	<p>1) Последовательность $\{y_n\}$ называют <i>возрастающей последовательностью</i>, если каждый ее член <i>больше</i> предыдущего</p>
<p>2)</p> $a_1 = 0,5 \quad a_5 = \frac{13}{6}$ $a_{10} = \frac{28}{11}$	<p>2)</p> $a_1 = \frac{1}{3} \quad a_5 = -1$ $a_{10} = -\frac{17}{12}$
<p>3) 7</p>	<p>3) -6</p>

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

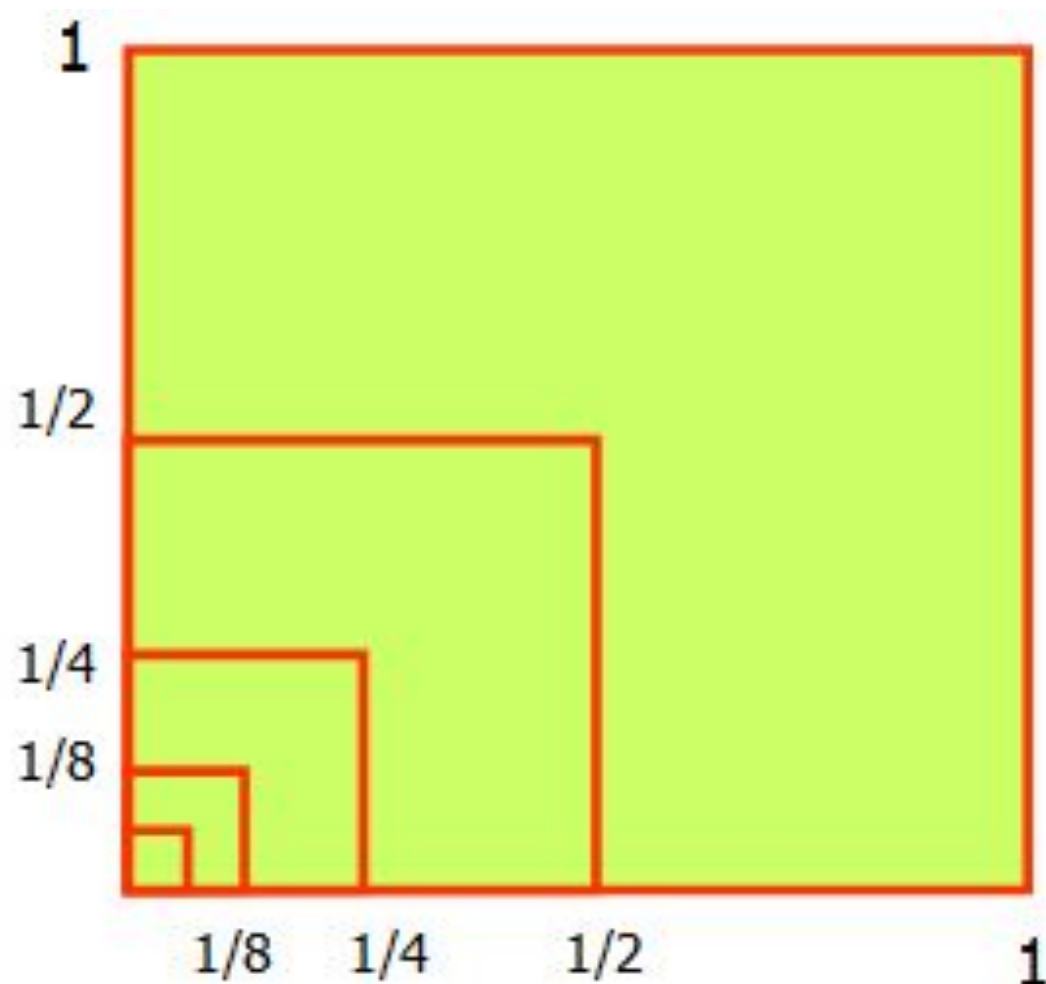
10 класс



I. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Вопросы

1. Определение арифметической прогрессии.
2. Формула n -го члена арифметической прогрессии.
последовательность. каждый член которой. начиная со
3. Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии.
4. Определение геометрической прогрессии.
5. Формула n -го члена геометрической прогрессии.
последовательность отличная от нуля число $q \neq 1$ каждый
6. Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии.

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$



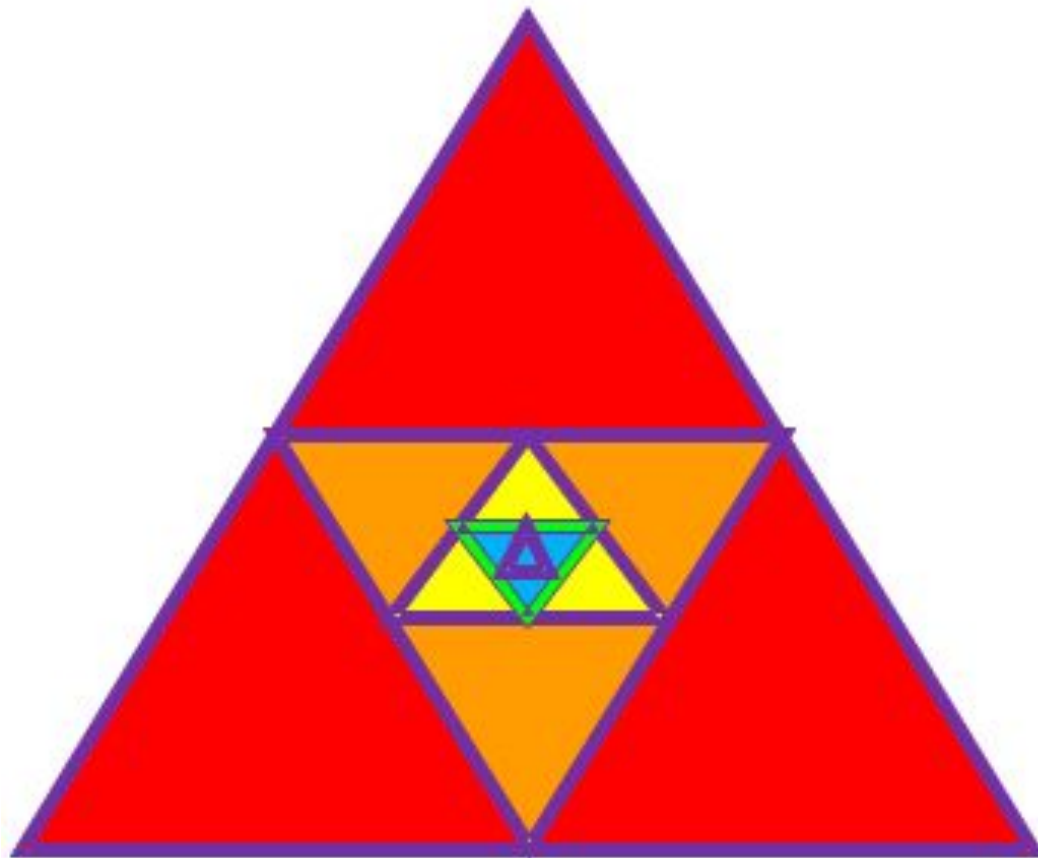
$$n = 15, \quad \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^{14}} = \frac{1}{16384};$$

$$n = 20, \quad \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^{19}} = \frac{1}{524288};$$

$$n = 21, \quad \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^{20}} = \frac{1}{1048576}.$$

$$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots; \frac{1}{2^{n-1}}; \dots;$$

$$q = \frac{1}{2} < 1$$



$$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots; \frac{1}{2^{n-1}}; \dots$$

$$q = \frac{1}{2} < 1$$

$$n \rightarrow \infty \quad \frac{1}{2^n} \rightarrow 0$$

$$q = -\frac{1}{3}; \quad 1; \quad -\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \quad -\frac{1}{3^3}; \dots; \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}}; \dots \quad b_1 = 1, b_2 = -\frac{1}{3}, b_3 = \frac{1}{9}, b_4 = -\frac{1}{27}$$

определение:

Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль её знаменателя меньше единицы.

$$|q| < 1$$

Задача №1

Является ли последовательность бесконечно убывающей геометрической прогрессией, если она заданна формулой:

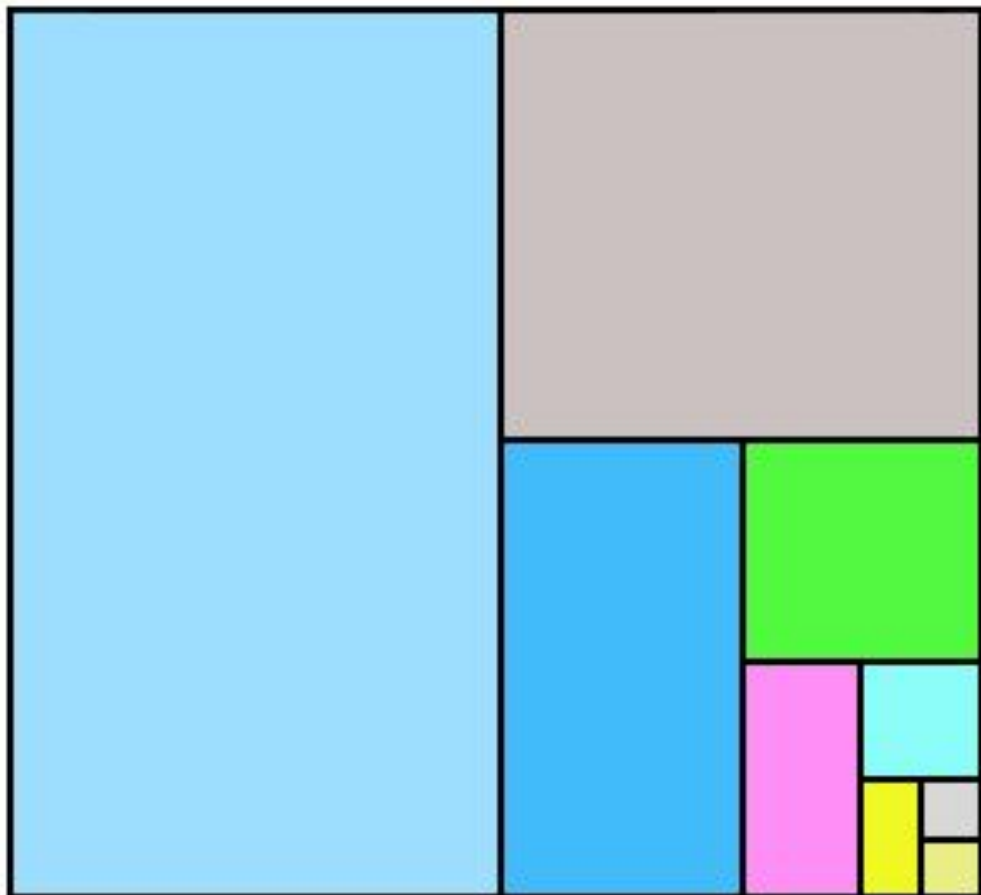
$$a) b_n = \frac{10}{7^n} \qquad б) b_n = (-4)^{n+2}$$

Решение: а)

$$b_1 = \frac{10}{7} \qquad b_2 = \frac{10}{49} \qquad q = \frac{10}{49} : \frac{10}{7} = \frac{1}{7} \qquad \left| \frac{1}{7} \right| < 1$$

данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

б) $b_n = (-4)^{n+2}$; $b_1 = (-4)^3 = -64$; $b_2 = (-4)^4 = 128$; $q = 128 : (-64) = -2$; $|-2| > 1$, \Rightarrow
данная последовательность не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots = 1$$

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии
есть предел последовательности $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$.

Например, для прогрессии $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \dots$, где $b_1 = 1, q = -\frac{1}{3}$

имеем $S_1 = 1, S_2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, S_3 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{7}{9}, \dots$, $S_n = \frac{1 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right)}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n, \dots$

Так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{3}{4}$.

Сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии
можно находить по формуле

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

Вопросы

- С какой последовательностью сегодня познакомились?
- Дайте определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
- Как доказать, что геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей?
- Назовите формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.